

## 1. 多項式の展開 (1)

## 基本ワーク

## 1 例題 多項式と単項式の乗法・除法

次の計算をせよ。

$$(1) 3a(a+5b) \quad (2) (3ab+8b) \times ab^2$$

$$(3) (6a^2+8ab) \div 2a \quad (4) (4x^2-8xy) \div \frac{4}{3}x$$

**考え方** (1) 与式 $=3a \times a + 3a \times 5b$  (3) 与式 $=\frac{6a^2}{2a} + \frac{8ab}{2a}$   
 (4)  $\frac{4}{3}x$ の逆数は $\frac{3}{4x}$ だから、与式 $=(4x^2-8xy) \times \frac{3}{4x}$

## 2 次の計算をせよ。

$$(1) 4a(a+5) \quad (2) (6a-7b) \times (-a)$$

$$(3) -5x(x^2-6x) \quad (4) -3x(x-y+1)$$

## 3 次の計算をせよ。

$$(1) (15ab-20a) \div 5a \quad (2) (-12x^3+3x^2) \div (-3x)$$

$$(3) (3a^2+7a) \div \frac{1}{3}a \quad (4) (6a^2b+24ab^2) \div \frac{3}{2}ab$$

## 4 例題 多項式と単項式の四則混合計算

次の計算をせよ。

$$(1) 3x(2x-1)+4x(2x-3)$$

$$(2) 2a(2a+b)-3a(a-2b)$$

**考え方** 分配法則を利用してかっこをはずし、同類項をまとめる。

## 5 次の計算をせよ。

$$(1) -2x(3x-4)+4x(x+2)$$

$$(2) 3x(2x+y)-4x(2x-3y)$$

$$(3) 4b(3a-b)-5b(2a-5b)$$

## ポイント 乗法・除法

● 多項式 $\times$ 単項式……分配法則を利用して、多項式の各項に単項式をかける。

## ● 分配法則

$$A(B+C)=AB+AC$$

$$(B+C)A=BA+CA$$

例  $2a(a+3b)$ 

$$=2a \times a + 2a \times 3b$$

$$=2a^2+6ab$$

● 多項式 $\div$ 単項式

① 多項式の各項を単項式で割る。

例  $(2ab+4b) \div 2b$ 

$$= \frac{2ab}{2b} + \frac{4b}{2b}$$

$$=a+2$$

② 割る式の逆数をかける。

例  $(4a^2+6a) \div \frac{2}{3}a$ 

$$=(4a^2+6a) \times \frac{3}{2a}$$

## ポイント 四則計算

● 四則混合計算……分配法則

$$a(b+c)=ab+ac$$

を利用して、かっこをはずしてから、同類項をまとめる。

例  $2a(a-2b)+3a(a+b)$ 

$$=2a^2-4ab+3a^2+3ab$$

$$=5a^2-ab$$

## 基本ワーク

## 6 例題 分配法則による多項式の展開

次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+2)(y+5)$   
 (2)  $(x+y)(x-y+4)$

**考え方** 一方の式を1つの文字におきかえ、分配法則を利用して展開する。(2)は、同類項をまとめる。

## 7 次の式を展開せよ。

- (1)  $(x-2)(y+3)$   
 (2)  $(7x+1)(5x-3)$   
 (3)  $(3x+7y)(x-7y)$   
 (4)  $(x+2)(x^2-2x+4)$

8 例題  $(x+a)(x+b)$ の展開

次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+1)(x+2)$                       (2)  $(x-3)(x+5)$   
 (3)  $(2x+3)(2x-5)$                 (4)  $(3x-5)(3x-7)$

**考え方** (1) 公式(1)にあてはめると、  
 与式  $=x^2+(1+2)x+1 \times 2$   
 (3) 与式  $= (2x)^2+(3-5) \times 2x+3 \times (-5)$

## 9 次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+3)(x+5)$                       (2)  $(x-5)(x+1)$   
 (3)  $(x-7)(x+8)$                       (4)  $(x-3)(x-2)$

## 10 次の式を展開せよ。

- (1)  $(2x+1)(2x+7)$                       (2)  $(3x-2)(3x+5)$   
 (3)  $(6x+2)(6x-7)$                       (4)  $(5x-2)(5x-4)$

## ポイント 多項式の展開

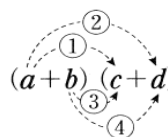
## ● 分配法則

$$A(b+c) = Ab + Ac$$

例  $c+d=A$ とおくと、

$$\begin{aligned} & (a+b)(c+d) \\ &= (a+b)A \\ &= aA + bA \\ &= a(c+d) + b(c+d) \\ &= ac + ad + bc + bd \end{aligned}$$

● 次のように計算してもよい。



$$= ac + ad + bc + bd$$

ポイント  $(x+a)(x+b)$ の積

## ● 公式(1)

$$\begin{aligned} & (x+a)(x+b) \\ &= x^2 + (a+b)x + ab \end{aligned}$$

例  $(x+2)(x+3)$   
 $=x^2+(2+3)x+2 \times 3$   
 $=x^2+5x+6$

例  $(2x+5)(2x-1)$   
 $= (2x)^2+(5-1) \times 2x+5 \times (-1)$   
 $= 4x^2+8x-5$

## 基本ワーク

**11 例題**  $(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$ の展開

次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+3)^2$  (2)  $(x-3)^2$   
 (3)  $(3x+5)^2$  (4)  $(3x-5)^2$

**考え方** (1) 公式(2)にあてはめると、与式= $x^2+2\times x\times 3+3^2$   
 (3) 与式= $(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2$

**12** 次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+2)^2$  (2)  $(a+3)^2$   
 (3)  $(x-4)^2$  (4)  $(x-7)^2$   
 (5)  $(3x+2)^2$  (6)  $(5x-1)^2$

**13** 次の式を展開せよ。

- (1)  $(2x+3y)^2$  (2)  $(3a-b)^2$   
 (3)  $(5x+2y)^2$  (4)  $(4a-3b)^2$

**14 例題**  $(a+b)(a-b)$ の展開

次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+8)(x-8)$   
 (2)  $(3x+4y)(3x-4y)$

**考え方** (1) 公式(4)にあてはめると、与式= $x^2-8^2$   
 (2) 与式= $(3x)^2-(4y)^2$

**15** 次の式を展開せよ。

- (1)  $(x+5)(x-5)$  (2)  $(x-3)(x+3)$   
 (3)  $(3a+b)(3a-b)$  (4)  $(x-4y)(x+4y)$   
 (5)  $(7x-2y)(7x+2y)$  (6)  $(-2a+3b)(-2a-3b)$

**ポイント** 和の平方, 差の平方

●公式(2)

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

**例**  $(x+5)^2$ 

$$\begin{aligned} &=x^2+2\times x\times 5+5^2 \\ &=x^2+10x+25 \end{aligned}$$

●公式(3)

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

**例**  $(2a-3b)^2$ 

$$\begin{aligned} &=(2a)^2-2\times 2a\times 3b+(3b)^2 \\ &=4a^2-12ab+9b^2 \end{aligned}$$

**ポイント** 和と差の積

●公式(4)

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

**例**  $(a+3)(a-3)$ 

$$\begin{aligned} &=a^2-3^2 \\ &=a^2-9 \end{aligned}$$

**例**  $(x+2y)(x-2y)$ 

$$\begin{aligned} &=x^2-(2y)^2 \\ &=x^2-4y^2 \end{aligned}$$

## 2. 多項式の展開 (2)

## 基本ワーク

## 16 例題 四則混合計算

次の計算をせよ。

(1)  $(x+2)(x+3)+(x+1)(x-1)$

(2)  $2(x+3)(x-5)-(x+2)^2$

(3)  $(2x-3)^2-(x+5)(x-4)$

**考え方** それぞれの式を展開してから同類項をまとめる。

## 17 次の計算をせよ。

(1)  $(x-2)^2+(x+3)(x-1)$

(2)  $(x-1)^2+(x+4)^2$

(3)  $x(x-3)-(x+2)^2$

(4)  $(x-2)(x-5)-(x-3)^2$

(5)  $2(x-3)^2-(x+5)(x-5)$

(6)  $(2x+3)(2x-3)-(x-2)^2$

## 18★ 例題 3項式の展開 [発展]

次の式を展開せよ。

(1)  $(x+y+2)(x+y-3)$

(2)  $(a+2b-c)(a+2b+c)$

(3)  $(x-y-3)(x+y-3)$

**考え方** (1)  $x+y=A$ とおくと、 $(A+2)(A-3)$ になる。

(3)  $(x-3-y)(x-3+y)$ と変形し、 $x-3=A$ とおく。

## 19★ 次の式を展開せよ。

(1)  $(a-b+2)(a-b-3)$

(2)  $(x+y-3)^2$

(3)  $(a+2b+5)(a+2b-1)$

(4)  $(x+4y+2)(x-4y+2)$

(5)  $(a-b+1)(a+b-1)$

## ポイント 四則混合計算

- 乗法公式で各式を展開し、同類項をまとめる。

例  $x^2-(x+2)(x-3)$

$=x^2-(x^2-x-6)$

$=x^2-x^2+x+6$

$=x+6$

## ● 乗法公式のまとめ

①  $(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

②  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③  $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

④  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

## ポイント 3項式の展開

- 多項式の一部をある文字におきかえる。

↓

乗法公式を利用する。

↓

文字をもとにもどす。

↓

式をまとめる。

例  $(a+b+3)^2$

$a+b=A$ とおくと

$=(A+3)^2$

$=A^2+6A+9$

$=(a+b)^2+6(a+b)+9$

$=a^2+2ab+b^2+6a+6b+9$

## 基本ワーク

20 ★ 例題  $(ax+b)(cx+d)$  の展開 [発展]

次の式を展開せよ。

- (1)  $(5x-1)(2x+1)$   
 (2)  $(2a-3b)(4a-5b)$

考え方 公式(5)にあてはめて展開する。

$$(1) \text{ 与式} = 5x \times 2x + \{5 \times 1 + (-1) \times 2\}x + (-1) \times 1$$

## 21 ★ 次の式を展開せよ。

- (1)  $(2x+5)(3x+2)$   
 (2)  $(6x-5)(3x+4)$   
 (3)  $(4x-1)(5x-4)$   
 (4)  $(2a+3b)(6a-2b)$

## 22 例題 数の計算への応用

乗法公式を用いて、次の計算をせよ。

- (1)  $61^2$  (2)  $31 \times 29$

考え方 (1)  $(60+1)^2$ にする。(2)  $(30+1)(30-1)$ にする。

## 23 乗法公式を用いて、次の計算をせよ。

- (1)  $81^2$  (2)  $71 \times 69$

## 24 例題 いろいろな問題

次の□にあてはまる数を求めよ。

- (1)  $(x-7)(x+\square\text{ア})=x^2-\square\text{イ}x-21$   
 (2) 連続する3つの整数のうち、中央の整数の2乗は、両端の数の積よりも□大きい。

考え方 (1) 両辺をくらべる。

$$(2) \text{ 中央の数を } n \text{ とすると、残りの数は } n-1 \text{ と } n+1$$

## 25 次の□にあてはまる数を求めよ。

- (1)  $(x-\square\text{ア})^2=x^2-\square\text{イ}x+9$   
 (2)  $(x-5)(x+\square\text{ア})=x^2-\square\text{イ}$

## 26 連続する3つの偶数のうち、中央の偶数の2乗は、両端の偶数の積よりもいくつ大きいか。

## ポイント

## ●公式(5)

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\begin{aligned} \text{例 } (2x+1)(3x+5) &= 2x \times 3x + \underbrace{(2 \times 5 + 1 \times 3)}_x x + 1 \times 5 \\ &= 6x^2 + 13x + 5 \end{aligned}$$

(注) ~~~ の同類項をまとめる部分は下図で覚えよう。

$$\begin{array}{c} \text{---} \times \text{---} \\ | \quad | \\ (2x+1)(3x+5) \\ | \quad | \\ \text{---} \times \text{---} \end{array}$$

## ポイント 数の計算への利用

## ●乗法公式を利用する

$$\begin{aligned} \text{例 } \cdot 21^2 &= (20+1)^2 \\ &= 20^2 + 2 \times 20 \times 1 + 1^2 \\ &= 400 + 40 + 1 \\ &= 441 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot 51 \times 49 &= (50+1)(50-1) \\ &= 50^2 - 1^2 \\ &= 2500 - 1 \\ &= 2499 \end{aligned}$$

## ポイント

## ●等式の係数の決定

式を展開したときの各項の係数をくらべる。

$$ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$$

⇕

$$a = a', \quad b = b', \quad c = c'$$

## ●連続する整数の表し方

連続する2整数…  $n, n+1$ 

連続する3整数

$$\cdots n-1, n, n+1$$

## 3. 素因数分解

## 基本ワーク

## 27 例題 素因数分解

次の数を素因数に分解せよ。

- (1) 15  
(2) 27  
(3) 36

**考え方** 整数を、小さい素数から順に割っていき、それらの素数の積をつくる。

## 28 次の数を素因数に分解せよ。

- (1) 9 (2) 12  
(3) 14 (4) 42

29  $105=3 \times 5 \times 7$ であることを利用して、105を次の数で割ったときの商を求めよ。

- (1) 3 (2) 15

## 30 例題 素因数分解の利用

次の各問いに答えよ。

- (1) 素因数分解を利用して、24の約数をすべて求めよ。  
(2) 60にできるだけ小さい自然数をかけて、ある整数の2乗になるようにしたい。どんな数をかければよいか。

**考え方** (1) 約数は、素因数の一部、または全部の積として求められる。1も約数である。  
(2) 各素因数の指数が2の倍数になればよい。

## 31 次の各問いに答えよ。

- (1) 素因数分解を利用して、96の約数をすべて求めよ。  
(2) 50にできるだけ小さい自然数をかけて、ある整数の平方になるようにしたい。どんな数をかければよいか。

## ポイント 素因数分解

● **因数**……整数を、いくつかの整数の積の形で表したとき、その1つ1つを、もとの整数の**因数**という。

**例**  $18=6 \times 3$ だから、6と3は18の因数。

● **素数**……1より大きい整数で、1とその数自身以外に約数をもたない数を**素数**という。つまり、約数が2つだけの数を素数という。

**注** 1は素数ではない。

● **素因数**……素数である因数を**素因数**という。

● **素因数に分解する**……整数を素因数の積として表すこと。

## ポイント 素因数分解の利用

● **約数の求め方**……素因数に分解し、素因数の一部、または全部の積を求める。

**注** 1を忘れないようにする。

● **約数の個数**……ある整数が、 $a^p b^q c^r$ と素因数分解されるとき、約数の個数は、 $(p+1) \times (q+1) \times (r+1)$ で求められる。

● **平方数**……各素因数の指数が2の倍数になる。

**例**  $144=2^4 \times 3^2=(2^2 \times 3)^2$   
144は、 $2^2 \times 3=12$ の平方数

## 4. 因数分解 (1)

## 基本ワーク

## 32 例題 共通因数をくくりだす

次の式を因数分解せよ。

- (1)  $mx+my$   
 (2)  $20ax+16ay$   
 (3)  $3x^2-6xy$

**考え方** どれが共通因数かみつける。分配法則を思い出そう。

## 33 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $ax-ay$  (2)  $3xy+6y$   
 (3)  $2b^2y-10by$  (4)  $ax+3ay-5az$

34 例題  $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2+8x+12$   
 (2)  $x^2-7x+6$   
 (3)  $x^2+2x-8$   
 (4)  $x^2-2x-15$

**考え方** 定数項に注目する。(1) かけて12, たして8になる数の組を考えればよい。

## 35 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2+3x+2$  (2)  $x^2-12x+32$   
 (3)  $x^2-5x+6$  (4)  $x^2+3x-10$   
 (5)  $x^2-x-12$  (6)  $x^2-6x-16$

## 36 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2+3xy+2y^2$  (2)  $x^2-7xy-18y^2$

## ポイント 共通因数

- 共通因数は、1つだけとは限らない。次数のもっとも大きな共通因数をカッコの外にくくりだす。

例  $2xy+8x$ の場合

共通因数は $2x$ であって、 $x$ だけではない。

$$\begin{aligned} 2xy+8x &= 2x \times y + 2x \times 4 \\ &= 2x(y+4) \end{aligned}$$

## ポイント

- 公式(1)

$$\begin{aligned} x^2+(a+b)x+ab \\ = (x+a)(x+b) \end{aligned}$$

- $x^2+px+q$ の因数分解は和が $p$ , 積が $q$ になる2数を求めることがポイント。

まず、積が $q$ になる2数の組合せを考え、その中で和が $p$ になるものを考える。

例  $x^2-7x+10$ 

積が10	和が-7
1, 10	×
-1, -10	×
2, 5	×
-2, -5	○

積が10で、和が-7となる2数は、-2と-5だから、

$$x^2-7x+10 = (x-2)(x-5)$$

## 基本ワーク

**37 例題**  $a^2 \pm 2ab + b^2$  の因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2 + 8x + 16$   
 (2)  $x^2 - 6x + 9$   
 (3)  $25x^2 - 20x + 4$   
 (4)  $x^2 - 8xy + 16y^2$

**考え方** 公式の  $a$ ,  $b$  にあてはまるものを求める。**38** 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2 + 2x + 1$                       (2)  $x^2 + 20x + 100$   
 (3)  $x^2 - 10x + 25$                     (4)  $x^2 - 14x + 49$   
 (5)  $4x^2 + 12x + 9$                     (6)  $36x^2 - 60x + 25$

**39** 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2 + 4xy + 4y^2$                     (2)  $4x^2 + 20xy + 25y^2$

**40 例題**  $a^2 - b^2$  の因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2 - 4$   
 (2)  $4x^2 - 9y^2$

**考え方** (2)  $4x^2 = (2x)^2$ ,  $9y^2 = (3y)^2$  と考えて、公式にあてはめる。**41** 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $x^2 - 25$                               (2)  $x^2 - 100$   
 (3)  $y^2 - \frac{25}{81}$                                   (4)  $64 - x^2$

**42** 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $4x^2 - 1$                               (2)  $1 - 9a^2$   
 (3)  $25x^2 - 49y^2$                       (4)  $64x^2 - 81a^2$

**ポイント**

## ● 公式(2)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

**例**  $x^2 + 12x + 36$ 

$$= x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$$

$$= (x + 6)^2$$

## ● 公式(3)

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

**例**  $4x^2 - 12xy + 9y^2$ 

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$$

$$= (2x - 3y)^2$$

**ポイント**

## ● 公式(4)

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**例**  $x^2 - 9$ 

$$= x^2 - 3^2$$

$$= (x + 3)(x - 3)$$

**例**  $9a^2 - 4b^2$ 

$$= (3a)^2 - (2b)^2$$

$$= (3a + 2b)(3a - 2b)$$



## 5. 因数分解 (2)

## 基本ワーク

## 43 例題 共通因数→公式利用による因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1)  $5x^2 - 5x - 30$   
 (2)  $2x^3 - 12x^2 + 18x$

**考え方** (2)  $2x$ でくくり、かっこの中をもう一度因数分解する。

## 44 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $3x^2 + 9x - 30$                       (2)  $2x^2 + 2x - 12$   
 (3)  $5x^2 + 15x - 20$                     (4)  $12 - 3x^2$

## 45 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $xy^2 - x$                               (2)  $x^3 - 3x^2 - 4x$   
 (3)  $2ax^2 - 4ax + 2a$                   (4)  $-ax + ax^2 - 6a$

## 46 ★ 例題 おきかえによる因数分解 [発展]

次の式を因数分解せよ。

- (1)  $(x+y)a + (x+y)b$   
 (2)  $(x-y)^2 - 2(x-y) - 15$

**考え方** (1)  $x+y=A$ とおくと、与式= $Aa+Ab$   
 (2)  $x-y=A$ とおくと、与式= $A^2-2A-15$

## 47 ★ 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $(a+b)x + (a+b)y$                   (2)  $a(x+y) - b(x+y)$   
 (3)  $(x+y)^2 - 5(x+y)$                   (4)  $a^2(x-y) + b^2(x-y)$

## 48 ★ 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $(x+y)^2 + 7(x+y) + 12$               (2)  $(a-b)^2 + 6(a-b) - 16$   
 (3)  $(x-2)^2 - 4(x-2) - 5$                 (4)  $(x+1)^2 - (1+x) - 6$

## ポイント

- 共通因数をくくりだしてから、かっこの中を公式を使って因数分解する。

**例**  $2x^2 + 8x + 6$   
 $= 2(x^2 + 4x + 3)$   
 $= 2(x+1)(x+3)$

## ポイント

- 同じ式を1つの文字におきかえて因数分解し、次に文字をもとの式にもどす。

**例**  $(a+b)x - (a+b)y$   
 $a+b=A$ とおくと、  
 与式= $Ax - Ay$   
 $= A(x-y)$   
 $= (a+b)(x-y)$

- 注**  $A$ をもとにもどすとき、  
 与式= $a+b(x-y)$ としてはいけない。かっこの使い方に要注意。

## 6. 式の計算の利用

## 基本ワーク

## 49 例題 因数分解の数の計算への利用

くふうして、次の計算をせよ。

(1)  $27 \times 43 + 27 \times 57$       (2)  $98^2 - 2^2$

**考え方** (1) 27でくくる。

(2)  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  を利用する。

## 50 くふうして、次の計算をせよ。

(1)  $18 \times 13 + 18 \times 37$       (2)  $51^2 - 49^2$

## 51 例題 式の値

次の各問いに答えよ。

(1)  $a = \frac{4}{5}$  のとき、 $(a+1)(a+4) - (a-2)^2$  の値を求めよ。

(2)  $x+y=5$ ,  $xy=3$  のとき、 $x^2+y^2-4xy$  の値を求めよ。

**考え方** (1) 式を簡単にしてから代入する。

(2)  $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$  より、  
与式  $= (x+y)^2 - 6xy$

## 52 次の各問いに答えよ。

(1)  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{2}{3}$  のとき、 $(a+b)(a-2b) + b(a+b)$  の値を求めよ。

(2)  $x+y=2$ ,  $xy=1$  のとき、 $(x-y)^2$  の値を求めよ。

## 53 例題 式による証明

$5^2 - 4^2 = 5 + 4$  のように、連続する2つの整数の2乗の差は、その2数の和に等しい。このことを証明せよ。

**考え方** 小さい方の整数を  $n$  とすると、大きい方は  $n+1$  である。

## 54 次のことを証明せよ。

(1) 奇数の2乗は奇数である。

(2) 3で割ると1余る正の整数  $a$  と、3で割ると2余る正の整数  $b$  に対して、 $ab$  に1を加えた数は3の倍数である。

## ポイント 因数分解と数の計算

● 同じ数があるときは、その数でくくってみる。

平方の差は、和と差の積に因数分解すると計算が簡単になる。

## ポイント 式の値

● (1)は、式を簡単にする→代入

(2)は、与式を  $x+y$  と  $xy$  で表す→代入

## ● 主な等式

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$$

例  $a^2 + ab + b^2$ 

$$= a^2 + 2ab + b^2 - ab$$

$$= (a+b)^2 - ab$$

## ポイント 式による証明

## ● 整数の表し方

偶数  $\cdots 2n$

奇数  $\cdots 2n+1$

3で割ると1余る整数  $\cdots 3n+1$

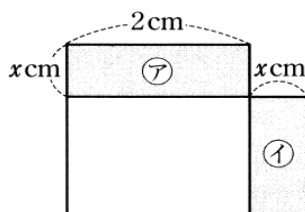
## ● 3の倍数であることの証明

→  $3 \times (\text{整数})$  であることを示せばよい。

基本ワーク

55 例題 図形への応用

右の図は、1辺が2cmの正方形と、2cmよりも縦が $x$ cm短く、横が $x$ cm長い長方形を重ねたものである。図の㊦と㊩の部分の面積の差を $x$ を用いた式で表せ。



【考え方】 (㊦と㊩の差) = (正方形と長方形の差)

ポイント 図形への応用

● 必要な部分の辺や線分の長さを文字を用いて表し、それをもとにして面積や長さを求める。

55 長方形の縦は $(2-x)$ cm,  
横は $(2+x)$ cm

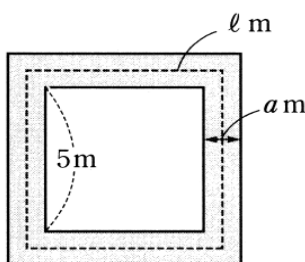
56(1) 道のまん中の線の1辺の長さ

さは、 $5 + \frac{a}{2} \times 2$ (m)

(2) (道の面積)

= (外側の正方形)  
- (内側の正方形)

56 1辺が5mの花だんのまわりに幅が $a$ mの道がついている。道のまん中を通る線の長さを $l$ m、道の面積を $S$ m<sup>2</sup>として、次の各問いに答えよ。



- (1)  $l$ を $a$ を用いた式で表せ。
- (2)  $S = al$ であることを示せ。

57 例題 規則性の問題

右の図は、自然数を1から順に1つずつ書いたカードを、ある規則にしたがって、1列目に1枚、2列目に3枚、…と並べていったものである。これについて、次の各問いに答えよ。

1列目	2列目	3列目	4列目	...
1	2	5	10	
	3	6	11	
	4	7	12	
		8	13	...
		9	14	
			15	
			16	

- (1)  $n$ 列目のいちばん下のカードの数字を、 $n$ を用いた式で表せ。
- (2)  $n$ 列目に並ぶカードの枚数を、 $n$ を用いた式で表せ。

【考え方】 (2) 各列のいちばん下の数字は、1列目からのカードの枚数を示している。

ポイント 規則性の問題

● 規則性の問題は、入試でもよく出題される重要単元である。きまりを見つけ、必要なものを $n$ などの文字を用いて表して解く。

57(1) いちばん下のカードの数字は1, 4, 9, 16, …で、整数の2乗の形をしている。

(2)  $n$ 列目の枚数は、 $n$ 列目までの枚数と、 $(n-1)$ 列目までの差で求められる。

58 自然数を1つずつ書いた同じ大きさの正方形のカード①, ②, ③, …を、①のカードのまわりに②のカードをすき間なく並べ、②のカードのまわりに③のカードをすき間なく並べる。同じように、④, ⑤, …のカードをすき間なく並べていくとき、 $n$ のカードは何枚並べられるか。 $n$ を用いた式で表せ。ただし、 $n$ は2以上とする。

3	3	3	3	3
3	2	2	2	3
3	2	1	2	3
3	2	2	2	3
3	3	3	3	3

58 1辺に並んでる枚数は、  
①…1枚, ②…3枚, ③…5枚,  
……であることに注目。

## 章のまとめ

① 次の計算をせよ。

(1)  $3x(2x^2-4xy)$

(2)  $(-3ab+5b) \times (-2ab)$

(3)  $(9a^2-3a) \div 3a$

(4)  $(14x^2y-21xy^2) \div (-7xy)$

② 次の式を展開せよ。

(1)  $(a+1)(b+3)$

(2)  $(x+1)(2x-5)$

(3)  $(3x-5)(2x+1)$

(4)  $(5a-b)(4a+2b)$

③ 次の式を展開せよ。

(1)  $(x+5)(x+1)$

(2)  $(x-4)(x+7)$

(3)  $(a-3)(a+9)$

(4)  $(x-2)(x-6)$

(5)  $(2x-5)(2x+8)$

(6)  $(4a+1)(4a-3)$

(7)  $(x+9)^2$

(8)  $(x-8)^2$

(9)  $(2a-3)^2$

(10)  $(5a+2b)^2$

(11)  $(a+10)(a-10)$

(12)  $\left(x-\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)$

(13)  $(4x+1)(4x-1)$

(14)  $(3x-2y)(2y+3x)$

④ 次の式を計算せよ。

(1)  $(x+1)(x+2) + (x-5)(x+5)$

(2)  $(a-1)(a+3) - (a-2)^2$

(3)  $(x-4)^2 - (x+1)(x-9)$

(4)  $(x+5)(x-2) + (x+3)^2$

(5)  $(x-1)(x-8) - (x-5)(x-4)$

(6)  $(x-5)(x+5) - (x+1)(x+3)$

(7)  $(x-4)(x+4) - 2(x+3)(x-5)$

(8)  $(x+5)^2 - (x+3)(x-2)$

(9)  $(3x+2)^2 - (4x-3)^2$

(10)  $(2a+3)^2 - (2a-1)^2$

⑤ 乗法公式を利用して、次の計算をせよ。

(1)  $49^2$

(2)  $83 \times 77$

⑥  $(x-\text{ア})(x+2) = x^2 - 5x - \text{イ}$  が成り立つとき、 $\text{ア}$ ， $\text{イ}$  に適する数を求めよ。

7 次の数を素因数に分解せよ。

(1) 28

(2) 64

(3) 105

8 次の式を因数分解せよ。

(1)  $mx - 5m$

(2)  $ax - 2ax^2$

(3)  $21xy - 14x^2 - 35x$

(4)  $x^2 - 4x + 3$

(5)  $x^2 - 3x - 10$

(6)  $x^2 + 8x + 12$

(7)  $x^2 + 8x + 16$

(8)  $4x^2 - 4x + 1$

(9)  $x^2 - 6x + 9$

(10)  $a^2 - 16$

(11)  $4x^2 - y^2$

(12)  $25x^2 - 9y^2$

9 次の式を因数分解せよ。

(1)  $3x^2 - 12x + 12$

(2)  $4x^2 - 16x + 16$

(3)  $3x^2 - 12y^2$

(4)  $x(x+7) - 18$

(5)  $x^2 - 2(x+4)$

(6)  $a(a-2) - (a-2)$

10 くふうして、次の計算をせよ。

(1)  $62 \times 91 + 38 \times 91$

(2)  $54^2 - 46^2$

11 次の各問いに答えよ。

(1)  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = -\frac{7}{2}$  のとき,  $(a-b)^2 - (a^2+b^2)$  の値を求めよ。

(2)  $x+y=4$ ,  $xy=-3$  のとき,  $x^2+y^2-3xy$  の値を求めよ。

12  $8^2 - 7^2 = 8 + 7$  のように, 連続する2つの整数の平方の差は, その2つの整数の和に等しいことを証明せよ。

13 右の図は, 直径が  $2a$  cm,  $2b$  cm,  $2(a+b)$  cm の3つの半円を組み合わせてつくった図形である。影をつけた部分の面積を  $a$ ,  $b$  を用いた式で表せ。ただし, 円周率を  $\pi$  とする。

