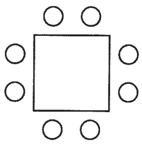
# 1　場合の数	氏名		得点	/100

1　次の問いに答えよ。　（各13点×2）

(1)　40人のクラスで委員長1人，副委員長1人，書記1人を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　7冊の異なる本を1列に本だなに並べるとき，特定の2冊が隣り合うようにする方法は何通りあるか。

2　右の図のような正方形のテーブルに8人が着席する仕方は何通りあるか。（16点）



3　次の問いに答えよ。　（各16点×2）

(1)　10人の生徒を5人ずつA，B 2組に分ける方法は何通りあるか。

(2)　YOKOHAMAの8文字を1列に並べるとき，OとAが必ず偶数番目にくる並べ方は何通りあるか。

4　次の空らん $\boxed{\quad\quad}$ にあてはまる数を求めよ。　（各13点×2）

$(3x^2-y)^7$ を展開して整理したとき，x^8y^3 の係数は $\boxed{\quad\quad}$ であり，逆に係数が $+21$ となる項の y の次数は $\boxed{\quad\quad}$ である。

# 2　確率（1）	氏名		得点	/100

1　2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が3の倍数になる確率を求めよ。　（20点）

2　25本中に6本の当たりくじがある。このくじを続けて3本引くとき，当たりくじがちょうど2本はいっている確率を求めよ。　（20点）

3　袋の中に赤3個，白2個，黒5個の球がはいっている。袋の中でよくかき混ぜて，4個の球をとり出すとき，次の確率を求めよ。　（各20点×2）

(1)　赤球，白球，黒球がいずれも含まれる確率

(2)　黒球が含まれる確率

4　1から100までの番号札100枚の中から1枚を取り出すとき，その数字が2でも3でも割り切れない確率を求めよ。　（20点）

# 3　確率（2）	氏名		得点	／100

1　Aの袋には赤球4個，白球6個，Bの袋には赤球5個，白球2個がはいっている。それぞれの袋から1個ずつ球をとり出すとき，2個の球の色が異なる確率を求めよ。（20点）

2　当たりくじ6本を含む25本のくじがある。このくじを，AとBの2人がこの順に1本ずつ引き，引いたくじはもどさないものとする。このとき，Bが当たる確率を求めよ。（20点）

3　１つのサイコロを続けて４回投げるとき，次の確率を求めよ。（各20点×２）

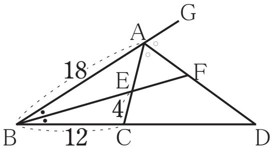
⑴　１または６の目が２回出る確率

⑵　偶数の目が２回以上出る確率

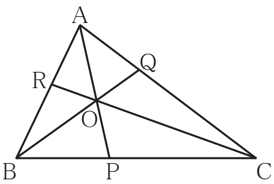
4　同じ部品を作る機械A，機械Bがあり，この部品の55％は機械Aで，残りの45％は，機械Bで作られる。また，機械A，機械Bで作った部品には，それぞれ3％，2％の不良品が含まれる。この部品が大量にある中から，1個をとり出したところ不良品であった。それが機械Aで作った部品である確率を求めよ。（20点）

# 4　図形の性質（1）	氏名		得点	/100

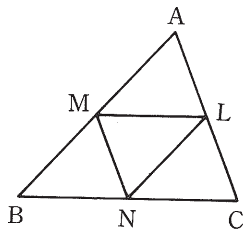
1　右の図において，∠ABF＝∠FBD，∠CAD＝∠DAGである。このとき，△ABC：△ABDを求めよ。　（25点）



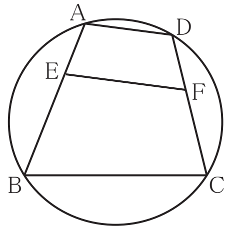
2　△ABCの辺BCを2：3に内分する点をP，辺ACを1：2に内分する点をQとし，APとBQの交点をOとする。また，直線COと辺ABの交点をRとする。このとき，RO：OCを求めよ。　（25点）



3　三角形の３辺の中点を結んでできる三角形の垂心は，もとの三角形の外心と一致することを証明せよ。　（25点）



4　右の図のように，円に内接する四角形ABCDにおいて，辺AB，辺CD上にそれぞれE，Fを，EF//ADとなるようにとる。このとき，四角形EBCFは円に内接することを証明せよ。　（25点）

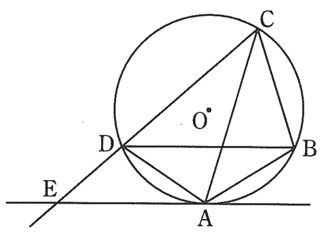


# 5　図形の性質（2）	氏名		得点	/100

1　右の図のような，円Oに内接する四角形ABCDがあり，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ である。頂点Aにおける円Oの接線とCDの延長の交点をEとするとき，次の(1)，(2)を証明せよ。

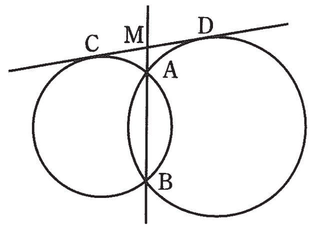
(1)　BD∥AE　　　　　　　　　　　　　　　　（各25点×2）

(2)　△ABC∽△EDA



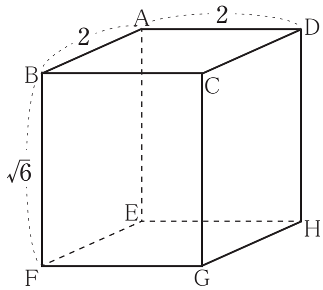
2　2点A，Bで交わる2つの円に，それぞれ点C，Dで接する直線と，直線ABとの交点をMとする。

このとき，CM＝DMであることを証明せよ。　　　　（25点）



3　右の図のような正四角柱ABCD－EFGHにおいて，平面AFHと平面EFGのなす角 θ を求めよ。

ただし，$0° < \theta < 90°$ とする。　　　　　　　　　（25点）



# 6　整数の性質	氏名		得点	/100

1　次の問いに答えよ。　（各25点×2）

(1)　756の約数の個数を求めよ。

(2)　最大公約数が6，最小公倍数576である2つの自然数 a，bの組をすべて求めよ。
ただし，$a<b$ とする。

2　8進数2056を10進数で表せ。　（25点）

3　2^{250}を15で割った余りを求めよ。　（25点）

4　13で割ると1余り，5で割ると3余る自然数のうち，1000に最も近いものを求めよ。　（25点）

1　場合の数　　解答

1

(1)　40 人から 3 人を選び，3 人を各々委員長，副委員長，書記に選ぶので，${}_{40}\mathrm{P}_3=\mathbf{59280}$ **(通り)**

(2)　特定の 2 冊を 1 冊分と考え，6 冊の順列を求める。特定の 2 冊の順列も考えて，積の法則より，${}_6\mathrm{P}_6\times{}_2\mathrm{P}_2=\mathbf{1440}$ **(通り)**

2

円卓と考えると，$(8-1)!$ 通りあるが，1 人ずつ移動すると，2 通りの並べ方があるので，
$(8-1)!\times2=\mathbf{10080}$ **(通り)**

3

(1)　10 人から 5 人選ぶ組合せだから，

$${}_{10}\mathrm{C}_5=\frac{10!}{5!5!}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\mathbf{252}\ \textbf{(通り)}$$

(2)　＿□＿□＿□＿□　…偶数番目の□4つに O，A がくる並べ方は，同じものを含む順列だから，$\dfrac{4!}{2!2!}=6$ (通り)

残り 4 つに，Y，K，H，M を並べるので，求める並べ方は，$\dfrac{4!}{2!2!}\times4!=\mathbf{144}$ **(通り)**

4

一般項は　${}_7\mathrm{C}_r(3x^2)^{7-r}(-y)^r$

$={}_7\mathrm{C}_r3^{7-r}(-1)^r\cdot x^{14-2r}y^r$

x^8y^3 の係数は，$r=3$ の場合で，

${}_7\mathrm{C}_3\,3^4(-1)^3=\mathbf{-2835}$

逆に，係数が $21=7\cdot3$ となるのは，

${}_7\mathrm{C}_r=7$，$3^{7-r}=3$ の場合だから，$r=6$

よって，y の次数は **6**

2　確率（1）　解答

1　$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

2　3本引くすべての場合の数は ${}_{25}C_3$ 通り，3本中2本当たる場合の数は，

${}_6C_2\times(25-6)={}_6C_2\times19$(通り)

求める確率は，$\frac{{}_6C_2\times19}{{}_{25}C_3}=\mathbf{\frac{57}{460}}$

3　(1)　4個とり出すすべての場合の数は，

${}_{10}C_4$(通り)

(赤2，白1，黒1)をとり出すときの確率は，

$\frac{{}_3C_2\times{}_2C_1\times{}_5C_1}{{}_{10}C_4}=\frac{1}{7}$

(赤1，白2，黒1)をとり出すときの確率は，

$\frac{{}_3C_1\times{}_2C_2\times{}_5C_1}{{}_{10}C_4}=\frac{1}{14}$

(赤1，白1，黒2)をとり出すときの確率は，

$\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_5C_2}{{}_{10}C_4}=\frac{2}{7}$

以上より，求める確率は，$\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{2}{7}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

(2)　(赤3，白1)をとり出すときの確率は，

$\frac{{}_3C_3\times{}_2C_1}{{}_{10}C_4}=\frac{1}{105}$

(赤2，白2)をとり出すときの確率は，

$\frac{{}_3C_2\times{}_2C_2}{{}_{10}C_4}=\frac{1}{70}$

よって，求める確率はこれらの余事象であるから，

$1-\left(\frac{1}{105}+\frac{1}{70}\right)=\frac{1}{42}$

4　2で割り切れる確率は，$\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$

3で割り切れる確率は，$\frac{33}{100}$

6で割り切れる確率は，$\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$

2または3で割り切れる確率は，$\frac{1}{2}+\frac{33}{100}-\frac{4}{25}=\frac{67}{100}$

よって，求める確率は$1-\frac{67}{100}=\frac{33}{100}$

3　確率（2）　解答

1　Aから赤，Bから白をとり出す確率は，

$\frac{4}{10} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{35}$

Aから白，Bから赤をとり出す確率は，

$\frac{6}{10} \times \frac{5}{7} = \frac{3}{7}$

よって，求める確率は，$\frac{4}{35} + \frac{3}{7} = \frac{19}{35}$

2　A，B2人とも当たる確率　$\frac{6}{25} \times \frac{5}{24} = \frac{1}{20}$

Aがはずれて，Bが当たる確率　$\frac{19}{25} \times \frac{6}{24} = \frac{19}{100}$

よって，求める確率は，$\frac{1}{20} + \frac{19}{100} = \frac{6}{25}$

3　(1)　1または6の目の出る確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

4回のうち2回出る場合の数は ${}_4C_2$ 通り

1または6の目の出ない確率は $\frac{2}{3}$ だから，

求める確率は ${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \mathbf{\frac{8}{27}}$

(2)　偶数の目の出る確率は，$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$　4回投げるうち，偶数の目が1回も出ないかまたは1回出る確率は，$\left(\frac{1}{2}\right)^4 + {}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$

求める確率はこの余事象だから，$1 - \frac{5}{16} = \mathbf{\frac{11}{16}}$

4　とり出した1個が，機械Aで作られた部品である，機械Bで作られた部品である，不良品であるという事象を，それぞれ，A，B，Eとすると，

$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) = P(A)P_A(E) +$

$P(B)P_B(E) = \frac{55}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{51}{2000}$

よって，求める確率 $P_E(A) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{33}{2000}$

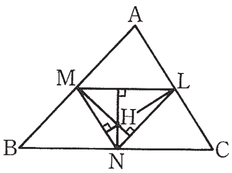
$\div \frac{51}{2000} = \frac{11}{17}$

4　図形の性質（1）　解答

1　BA:BC＝AE:CE より，18:12＝AE:4
よって，AE＝6
また，AB:AC＝BD:CD より，18:(6＋4)＝BD:(BD－12)　よって，BD＝27
△ABCと△ABDは高さが等しいので，
△ABC:△ABD＝BC:BD＝4:9

2　△ABCにチェバの定理を用いて，
$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$，$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{AR}{RB}=1$ より，
$\frac{AR}{RB}=\frac{3}{4}$ …①
△RBCと直線APにメネラウスの定理を用いて，
$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CO}{OR}\cdot\frac{AR}{AB}=1$，①より，$\frac{2}{3}\cdot\frac{CO}{OR}\cdot\frac{3}{7}=1$
よって，$\frac{CO}{OR}=\frac{7}{2}$　ゆえに，RO:OC＝2:7

3　〔証明〕 △ABCの辺AB，BC，CAの中点をそれぞれM，N，Lとし，△MNLの垂心をHとする。



M，Lは辺AB，ACの中点より　ML∥BC
NHはMLに垂直であるから，BC⊥HN
同様に　AB⊥HM，AC⊥HL
よってHは，辺AB，BC，CAの垂直二等分線の交点である。
したがって，Hは△ABCの外心である。

4　四角形ABCDは円に内接するから，
∠EBC＋∠CDA＝180°　…①
EF∥ADより∠CDA＝∠CFE…②
①，②より∠EBC＋∠CFE＝180°
ゆえに，四角形EBCFは対角の和が180°であるから，円に内接する。

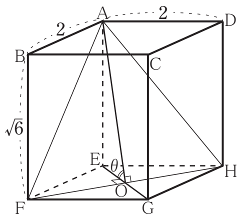
5　図形の性質（2）　解答

1　(1)〔証明〕 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ より，
$\angle ADB=\angle ABD$（円周角）……①
接弦定理により，$\angle DAE=\angle ABD$ ……②
①と②から，$\angle ADB=\angle DAE$
錯角が等しいから，$BD /\!/ AE$

(2)〔証明〕 $\triangle ABC$ と $\triangle EDA$ において，
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ により，$\angle ACB=\angle ACD$
接弦定理により，$\angle EAD=\angle ACD$
よって，$\angle ACB=\angle EAD$ ……①
また，四角形 ABCD は円に内接するから，
$\angle ABC=\angle EDA$……②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$

2　〔証明〕 それぞれの円で，方べきの定理により，$CM^2=MA\cdot MB$，$DM^2=MA\cdot MB$
よって，$CM^2=DM^2$
$CM>0$，$DM>0$ だから，$CM=DM$

3　右の図のように，平面AFHと平面EFGの交線は直線FHである。正方形EFGHの対角線の交点をOとすると，
$OE\perp FH$…①
また，$\triangle AFH$において，
$AF=AH$，$FO=HO$より，
$AO\perp FH$…②
直角三角形AOEにおいて，
$OE:AE=\sqrt{2}:\sqrt{6}=1:\sqrt{3}$ …③
ゆえに，①，②，③より，$\theta=\angle AOE=60^\circ$



6　整数の性質　解答

1　(1)　$756=2^2\cdot3^3\cdot7$ より，$(2+1)(3+1)(1+1)$
$=3\cdot4\cdot2=24$
(2)　最大公約数が6 だから，$a=6a'$，$b=6b'$
(a'，b' は互いに素，$a'<b'$)と表せる。
最小公倍数が576より，$6a'b'=576$
よって，$a'b'=96$
これを満たす互いに素であるa'，b' ($a'<b'$)の
組は，$(a',\ b')=(1,\ 96),\ (3,\ 32)$
よって，$(a,\ b)=(6,\ 576),\ (18,\ 192)$

2　$2056_{(8)}=2\cdot8^3+0\cdot8^2+5\cdot8^1+6\cdot8^0=1024+$
$40+6=1070_{(10)}$

3　$2^4=16$ を15で割った余りは1だから，16^k(kは
整数)を15で割った余りは，$1^k=1$を15で割っ
た余りに等しい。
ここで，$2^{250}=(2^4)^{62}\cdot2^2=16^{62}\cdot4$より，求める余
りは，$1\cdot4=4$

4　求める自然数をnとすると，x，y を整数として，
$n=13x+1$，$n=5y+3$と表せる。
$13x+1=5y+3$より，$13x-5y=2$…①
$x=2$，$y=5$ は　$13x-5y=1$の整数解の1つ
だから，$13\cdot2-5\cdot5=1$
両辺を2倍して$13\cdot4-5\cdot10=2$…②
①－②より，$13(x-4)-5(y-10)=0$
13と5は互いに素であるから，①のすべての整
数解は，$x=5k+4$，$y=13k+10$ (kは整数)で
ある。このとき，$n=65k+53$ (kは整数)であり，
$k=14$のとき，$n=963$，$k=15$のとき，$n=1028$
であるから，1000に最も近いは，1028