# 1　式の計算	氏名		得点	/100

1 $A=x^2+2x-5$，$B=-2x^2+x+2$ のとき，次の計算をせよ。　(各16点×2)

(1) $A-3B$

(2) $2(A-4B)-3(2A-3B)$

2 次の式を展開せよ。　((1)(2)各16点×2，(3)(4)各18点×2)

(1) $(x+2y-3)^2$

(2) $(a+b+c)(a-b+c)$

(3) $(x-2)(x^2+2x+4)$

(4) $(2a-3)^2(2a+3)^2$

# 2　実数，平方根	氏名		得点	／100

1 次の問いに答えよ。　　（各20点×4，(2)完答）

(1) 循環小数$0.\dot{2}3\dot{7}$を分数で表せ。

(2) 次のそれぞれの場合について，$|x|-|x-2|$ を簡単にせよ。

①　$x<0$　　②　$0\leqq x<2$　　③　$2\leqq x$

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ を計算せよ。

(4) $\dfrac{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

2 $6-\sqrt{3}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，a^2-ab+b^2 の値を求めよ。　　（20点）

3　1次不等式，2次方程式

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。　（各14点×4）

(1) 次の1次不等式を解け。

① $3(x-2)>4(x+1)-5$　　② $\dfrac{3x+1}{2}>\dfrac{2x-3}{5}$

(2) 連立不等式 $\begin{cases} 4x+1 \geqq 2x-3 \\ 4x-3>7x-9 \end{cases}$ を解け。

(3) $3|x-1|+5=7$ を満たす実数 x の値を求めよ。

2 次の2次方程式を解け。　（各15点×2）

(1) $x^2+9=5(2x-3)$　　(2) $\sqrt{2}\,x^2-\sqrt{2}=4x$

3 2次方程式 $x^2+2(a+2)x+a^2+1=0$ の実数解の個数を調べよ。　（14点）

# 4　集合と命題	氏名		得点	/100

1 次の集合を，要素を書き並べて表せ。　(各10点×2)

(1)　20の正の約数全体の集合

(2)　$\{x \mid x^2<8,\ x \text{ は整数}\}$

2 次の2つの集合A，Bについて，共通部分$A\cap B$と和集合$A\cup B$を求めよ。　(各10点×2)

(1)　$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$，$B=\{1,\ 3,\ 4,\ 7,\ 11,\ 13\}$

(2)　$A=\{x \mid x \text{ は15以下の正の奇数}\}$，$B=\{x \mid x \text{ は3の倍数},\ 0<x<20\}$

3 全体集合$U=\{x \mid x \text{ は15以下の自然数}\}$とその部分集合$A=\{1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12\}$，$B=\{2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 13\}$，$C=\{5,\ 14\}$について，次の集合を求めよ。　(各10点×6)

(1)　$\overline{A}$

(2)　$\overline{B}$

(3)　$A\cap B$

(4)　$\overline{A}\cup\overline{B}$

(5)　$A\cap\overline{B}$

(6)　$A\cap C$

# 5　2次関数のグラフ	氏名		得点	/100

1　2 次関数のグラフが次の条件を満たすとき，その 2 次関数を求めよ。　(各16点×2)

(1)　点$(1,\ -2)$を頂点とし，y 軸と点$(0,\ 1)$で交わる。

(2)　軸が $x=-3$ で，原点と点$(1,\ 7)$を通る。

2　次の 2 次関数のグラフをかけ。また，軸と頂点をいえ。　(各17点×2)

(1)　$y=2x^2+4x+4$

(2)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{1}{2}$

3　放物線 $y=-x^2+4x+2$ を，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。　(17点)

4　放物線 $y=x^2-4ax+2a+3$ の頂点が直線 $y=2x-3$ 上にあるとき，a の値を求めよ。　(17点)

# 6　2次関数の最大・最小(1)	氏名		得点	/100

1 次の2次関数の最大値または最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。　(各16点×2)

(1)　$y=2x^2-3x+1$

(2)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x+4$

2 次の2次関数の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。　(各17点×2)

(1)　$y=\dfrac{1}{2}x^2+x-1$　$(-1\leqq x\leqq 2)$

(2)　$y=-x^2+4x-1$　$(1\leqq x\leqq 4)$

3 2次関数 $y=x^2+2ax$ の最小値が -9 になるような正の定数 a の値を求めよ。　(17点)

4 $x=2$ で最小値 -3 をとり，グラフが $(4,\ 9)$ を通る2次関数を求めよ。　(17点)

# 7　2次関数の最大・最小(2)	氏名		得点	/100

1 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$2x+y=1$ のとき，x^2+y^2 の最大値と最小値を求めよ。（25点）

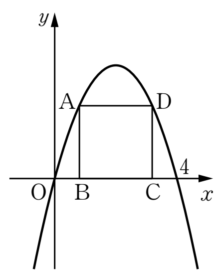
2 a を正の定数とし，$0 \leqq x \leqq a$ における関数 $y=x^2-2x$ の最小値を m とするとき，次の場合について，m を a を用いて表せ。（25点）

① $0<a \leqq 1$ のとき　　② $1<a$ のとき

①　　②

3 直角をはさむ2辺の長さの和が18cmである直角三角形の面積の最大値を求めよ。（25点）

4 放物線 $y=-x^2+4x$ と x 軸とで囲まれた図形の中に，図のように，辺BCが x 軸上にある長方形ABCDが内接している。この長方形の周の長さの最大値を求めよ。（25点）



# 8　2次関数のグラフと直線	氏名		得点	/100

1 2次関数 $y=x^2-3x$ のグラフと直線 $y=-x+3$ との共有点の座標を求めよ。 (25点)

____

2 放物線 $y=-x^2+2x+k$ と x 軸との共有点の個数を調べよ。ただし，k は定数とする。 (25点)

____

3 放物線 $y=x^2+x-2$ と直線 $y=2x-k$ が異なる2つの交点をもつように k の範囲を定めよ。 (25点)

____

4 放物線 $y=-x^2+1$ と直線 $y=kx+5$ が接するように k の値を定めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。 (25点)

____

# 9　2次不等式	氏名		得点	/100

1 次の 2 次不等式を解け。 （各20点×2）

(1) $2x^2-7x-4<0$

(2) $-2x^2+8x-1<0$

2 連立不等式 $\begin{cases} 2x^2-5x-3<0 \\ x^2-x-2\geqq 0 \end{cases}$ を解け。 （20点）

3 すべての x について，不等式 $3x^2-2ax-2a+9>0$ が成り立つとき，定数 a の値の範囲を求めよ。 （20点）

4 周の長さが120 m の長方形の土地があり，その面積を875 m^2 以上にするには，縦の長さをどのような範囲にすればよいか。 （20点）

# 10　2次方程式の解の範囲	氏名		得点	/100

1　x の2次方程式 $2x^2+3x+k=0$ の2つの解がともに負となるような定数 k の値の範囲を求めよ。ただし，重解でもよい。　(25点)

2　x の2次方程式 $x^2-2ax+4=0$ について，次の各場合における定数 a の値の範囲を求めよ。

(1)　1つの解が1より大きく，他の解が1より小さい。　(各25点×2)

(2)　2つの解がともに1より小さい。ただし，重解でもよい。

3　x の2次方程式 $x^2-2ax+a^2-2=0$ の1つの解が1より大きく，他の解が -1 より小さくなるような定数 a の値の範囲を求めよ。　(25点)

1　式の計算

氏名		得点	/100

1 $A=x^2+2x-5$，$B=-2x^2+x+2$ のとき，次の計算をせよ。（各16点×2）

(1) $A-3B$

与式$=x^2+2x-5-3(-2x^2+x+2)$

$=x^2+2x-5+6x^2-3x-6$

$=7x^2-x-11$

$7x^2-x-11$

(2) $2(A-4B)-3(2A-3B)$

与式$=2A-8B-6A+9B=-4A+B$

$=-4(x^2+2x-5)+(-2x^2+x+2)$

$=-4x^2-8x+20-2x^2+x+2$

$=-6x^2-7x+22$

$-6x^2-7x+22$

2 次の式を展開せよ。（(1)(2)各16点×2，(3)(4)各18点×2）

(1) $(x+2y-3)^2$

与式$=\{(x+2y)-3\}^2$

$=(x+2y)^2-6(x+2y)+3^2$

$=x^2+4xy+4y^2-6x-12y+9$

$x^2+4xy+4y^2-6x-12y+9$

(2) $(a+b+c)(a-b+c)$

与式$=(a+c+b)(a+c-b)$

$=(a+c)^2-b^2$

$=a^2+2ac+c^2-b^2$

$=a^2-b^2+c^2+2ac$

$a^2-b^2+c^2+2ac$

(3) $(x-2)(x^2+2x+4)$

与式$=(x-2)(x^2+2x+2^2)$

$=x^3-2^3$

$=x^3-8$

x^3-8

(4) $(2a-3)^2(2a+3)^2$

与式$=\{(2a-3)(2a+3)\}^2$

$=(4a^2-9)^2$

$=(4a^2)^2-2\cdot(4a^2)\cdot9+9^2$

$=16a^4-72a^2+81$

$16a^4-72a^2+81$

# 2　実数，平方根	氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。　（各20点×4，(2)完答）

(1) 循環小数$0.2\dot{3}\dot{7}$を分数で表せ。

$0.2\dot{3}\dot{7}=0.2+0.0\dot{3}\dot{7}=0.2+\dfrac{37}{990}=\dfrac{198+37}{990}=\dfrac{47}{198}$

$\dfrac{47}{198}$

(2) 次のそれぞれの場合について，$|x|-|x-2|$ を簡単にせよ。

① $x<0$

与式$=-x+(x-2)$
$=-2$

-2

② $0\leqq x<2$

与式$=x+(x-2)$
$=2x-2$

$2x-2$

③ $2\leqq x$

与式$=x-(x-2)$
$=2$

2

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ を計算せよ。

与式$=3+2\sqrt{6}+2-(3-2\sqrt{6}+2)$
$=5+2\sqrt{6}-5+2\sqrt{6}$
$=4\sqrt{6}$

$4\sqrt{6}$

(4) $\dfrac{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

与式$=\dfrac{(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})}{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})}=\dfrac{(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2}{20-18}=\dfrac{38+12\sqrt{10}}{2}=19+6\sqrt{10}$

$19+6\sqrt{10}$

2 $6-\sqrt{3}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，a^2-ab+b^2 の値を求めよ。　（20点）

$4<6-\sqrt{3}<5$ より，$a=4$，$b=(6-\sqrt{3})-4=2-\sqrt{3}$ となる。

$a-b=4-(2-\sqrt{3})=2+\sqrt{3}$，$ab=4(2-\sqrt{3})=8-4\sqrt{3}$

$a^2-ab+b^2=(a-b)^2+ab$
$=(2+\sqrt{3})^2+(8-4\sqrt{3})$
$=4+4\sqrt{3}+3+8-4\sqrt{3}$
$=15$

15

3　1次不等式，2次方程式

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。　（各14点×4）

(1) 次の1次不等式を解け。

① $3(x-2)>4(x+1)-5$

$3x-6>4x+4-5$

$-5>x$

$x<-5$

② $\dfrac{3x+1}{2}>\dfrac{2x-3}{5}$

$5(3x+1)>2(2x-3)$

$x>-1$

$x>-1$

(2) 連立不等式 $\begin{cases} 4x+1 \geqq 2x-3 \\ 4x-3>7x-9 \end{cases}$ を解け。

$\begin{cases} 4x+1 \geqq 2x-3 \cdots\cdots ① \\ 4x-3>7x-9 \cdots\cdots ② \end{cases}$　①より，$x \geqq -2$　②より，$x<2$

$-2 \leqq x<2$

(3) $3|x-1|+5=7$ を満たす実数 x の値を求めよ。

$x \geqq 1$ のとき，$3(x-1)+5=7$ より，$x=\dfrac{5}{3}$　これは，$x \geqq 1$ を満たす。

$x<1$ のとき，$-3(x-1)+5=7$ より，$x=\dfrac{1}{3}$　これは，$x<1$ を満たす。

$x=\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{5}{3}$

2 次の2次方程式を解け。　（各15点×2）

(1) $x^2+9=5(2x-3)$

$x^2+9-10x+15=0$

$(x-6)(x-4)=0$

$x=4,\ 6$

$x=4,\ 6$

(2) $\sqrt{2}x^2-\sqrt{2}=4x$

$\sqrt{2}x^2-4x-\sqrt{2}=0$

両辺を $\sqrt{2}$ でわると，$x^2-2\sqrt{2}x-1=0$

$x=\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$

$x=\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$

3 2次方程式 $x^2+2(a+2)x+a^2+1=0$ の実数解の個数を調べよ。　（14点）

$\dfrac{D}{4}=(a+2)^2-(a^2+1)=4a+3$

$a>-\dfrac{3}{4}$ のとき，異なる2つの実数解をもつ。

$a=-\dfrac{3}{4}$ のとき，重解をもつ。

$a<-\dfrac{3}{4}$ のとき，実数解をもたない。

$a>-\dfrac{3}{4}$ のとき，2個

$a=-\dfrac{3}{4}$ のとき，1個

$a<-\dfrac{3}{4}$ のとき，0個

4　集合と命題

氏名		得点	/100

1 次の集合を，要素を書き並べて表せ。　（各10点×2）

(1) 20の正の約数全体の集合

20の正の約数は，1，2，4，5，10，20

$\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$

(2) $\{x \mid x^2<8,\ x$ は整数$\}$

$x^2<8$ を満たす整数全体は，

$\{0,\ \pm1,\ \pm2\}$

$\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

2 次の2つの集合A，Bについて，共通部分$A\cap B$と和集合$A\cup B$を求めよ。　（各10点×2）

(1) $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$，$B=\{1,\ 3,\ 4,\ 7,\ 11,\ 13\}$

$A\cap B=\{1,\ 4,\ 7,\ 11\}$

$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13\}$

(2) $A=\{x \mid x$ は15以下の正の奇数$\}$，$B=\{x \mid x$ は3の倍数，$0<x<20\}$

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$

$B=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$

$A\cap B=\{3,\ 9,\ 15\}$

$A\cup B=\{1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 18\}$

3 全体集合 $U=\{x \mid x$ は15以下の自然数$\}$とその部分集合$A=\{1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12\}$，$B=\{2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 13\}$，$C=\{5,\ 14\}$について，次の集合を求めよ。　（各10点×6）

(1) $\overline{A}$

Aの要素を除いた15以下の自然数

$\{2,\ 5,\ 7,\ 9,\ 10,\ 11,\ 13,\ 14,\ 15\}$

(2) $\overline{B}$

Bの要素を除いた15以下の自然数

$\{1,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 10,\ 11,\ 14,\ 15\}$

(3) $A\cap B$

$\{3,\ 6,\ 12\}$

(4) $\overline{A}\cup\overline{B}$

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$ なので，(3)の要素以外

$\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15\}$

(5) $A\cap\overline{B}$

$\{1,\ 4,\ 8\}$

(6) $A\cap C$

AとCの共通の要素はないので空集合

ϕ

5　2次関数のグラフ

氏名		得点	/100

1　2次関数のグラフが次の条件を満たすとき，その2次関数を求めよ。　(各16点×2)

(1)　点$(1,\ -2)$を頂点とし，y軸と点$(0,\ 1)$で交わる。

求める2次関数を $y=a(x-1)^2-2$ とおく。

これに$(0,\ 1)$を代入すると，$1=a-2$，$a=3$

よって，$y=3(x-1)^2-2=3x^2-6x+1$

$y=3x^2-6x+1$

(2)　軸が $x=-3$ で，原点と点$(1,\ 7)$を通る。

求める2次関数を $y=a(x+3)^2+b$ とおく。

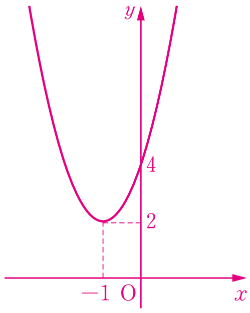
これに$(0,\ 0)$，$(1,\ 7)$を代入すると，$9a+b=0$，$16a+b=7$

これを解くと，$a=1$，$b=-9$　$y=(x+3)^2-9=x^2+6x$

$y=x^2+6x$

2　次の2次関数のグラフをかけ。また，軸と頂点をいえ。　(各17点×2)

(1)　$y=2x^2+4x+4$

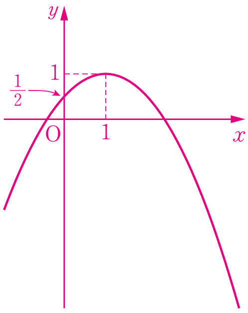


$y=2(x+1)^2+2$

軸：$x=-1$

頂点：$(-1,\ 2)$

(2)　$y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}$



$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+1$

軸：$x=1$

頂点：$(1,\ 1)$

3　放物線 $y=-x^2+4x+2$ を，x軸方向に-2，y軸方向に3だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。　(17点)

$y-3=-(x+2)^2+4(x+2)+2$ より，

$y=-x^2+9$

$y=-x^2+9$

4　放物線 $y=x^2-4ax+2a+3$ の頂点が直線 $y=2x-3$ 上にあるとき，aの値を求めよ。　(17点)

$y=(x-2a)^2-4a^2+2a+3$ より，頂点の座標は，$(2a,\ -4a^2+2a+3)$

これが $y=2x-3$ 上にあるので，$-4a^2+2a+3=4a-3$

よって，$2a^2+a-3=0$　これを解くと，$a=1,\ -\frac{3}{2}$

$a=1,\ -\frac{3}{2}$

6　2次関数の最大・最小(1)

氏名		得点	/100

1 次の 2 次関数の最大値または最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。　(各16点×2)

(1)　$y=2x^2-3x+1$

$y=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$ より，$x=\frac{3}{4}$ のとき最小値 $-\frac{1}{8}$

$x=\frac{3}{4}$ のとき最小値 $-\frac{1}{8}$

(2)　$y=-\frac{1}{2}x^2-2x+4$

$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+6$ より，$x=-2$ のとき最大値 6

$x=-2$ のとき最大値 6

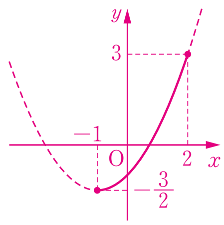
2 次の 2 次関数の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。　(各17点×2)

(1)　$y=\frac{1}{2}x^2+x-1$　$(-1\leqq x\leqq 2)$

$y=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$ で，右のグラフより，

$x=-1$ のとき最小値 $-\frac{3}{2}$

$x=2$ のとき最大値 3



$x=-1$ のとき最小値 $-\frac{3}{2}$

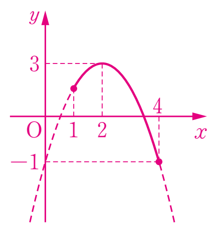
$x=2$ のとき最大値 3

(2)　$y=-x^2+4x-1$　$(1\leqq x\leqq 4)$

$y=-(x-2)^2+3$ で，右のグラフより，

$x=4$ のとき最小値 -1

$x=2$ のとき最大値 3



$x=4$ のとき最小値 -1

$x=2$ のとき最大値 3

3 2 次関数 $y=x^2+2ax$ の最小値が -9 になるような正の定数 a の値を求めよ。　(17点)

$y=(x+a)^2-a^2$ より，

$x=-a$ のとき最小値 $-a^2$ をとる。

よって，$-a^2=-9$，$a=\pm3$　　$a>0$ より，$a=3$

$a=3$

4 $x=2$ で最小値 -3 をとり，グラフが $(4,\ 9)$ を通る 2 次関数を求めよ。　(17点)

$y=a(x-2)^2-3$　$(a>0)$　と表せる。

$(4,\ 9)$ を通ることから，$x=4$，$y=9$ を代入すると，

$9=a(4-2)^2-3$，$a=3$

よって，$y=3(x-2)^2-3=3x^2-12x+9$

$y=3x^2-12x+9$

7　2次関数の最大・最小(2)

氏名		得点	/100

1 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$2x+y=1$ のとき，x^2+y^2 の最大値と最小値を求めよ。　(25点)

$y \geqq 0$，$y=1-2x$ …①より，$1-2x \geqq 0$　よって，$x \leqq \frac{1}{2}$　これと $x \geqq 0$ より，$0 \leqq x \leqq \frac{1}{2}$ …②

①を与式に代入すると，$x^2+(1-2x)^2=5x^2-4x+1=5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}$

②の範囲の x について，$x=\frac{2}{5}$ のとき最小値 $\frac{1}{5}$，

$x=0$ のとき最大値 1 をとる。

また，①より，$x=\frac{2}{5}$ のとき $y=\frac{1}{5}$，$x=0$ のとき $y=1$

最大値 1　$(x=0,\ y=1)$

最小値 $\frac{1}{5}$　$\left(x=\frac{2}{5},\ y=\frac{1}{5}\right)$

2 a を正の定数とし，$0 \leqq x \leqq a$ における関数 $y=x^2-2x$ の最小値を m とするとき，次の場合について，m を a を用いて表せ。　(25点)

①　$0<a \leqq 1$ のとき　　②　$1<a$ のとき

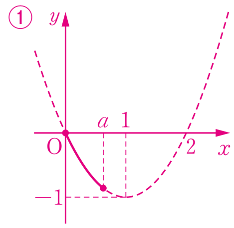
$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$ のグラフは右図。

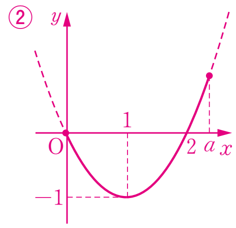
①　$0<a \leqq 1$ のとき

$x=a$ で最小となるから，$m=a^2-2a$

②　$1<a$ のとき

$x=1$ (頂点)で最小となるから，$m=-1$





①　$m=a^2-2a$ $(x=a)$　②　$m=-1$ $(x=1)$

3 直角をはさむ 2 辺の長さの和が18cmである直角三角形の面積の最大値を求めよ。　(25点)

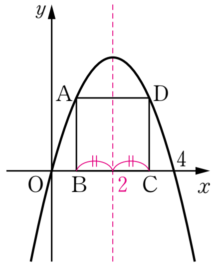
2 辺の長さは，x，$18-x$ $(0<x<18)$ とおける。直角三角形の面積を y とすると，

$y=\frac{1}{2}x(18-x)=-\frac{1}{2}(x-9)^2+\frac{81}{2}$

$0<x<18$ の範囲で最大値を求めると，$x=9$ のときで，最大値は $\frac{81}{2}$

$\frac{81}{2}$ cm^2

4 放物線 $y=-x^2+4x$ と x 軸とで囲まれた図形の中に，図のように，辺BCが x 軸上にある長方形ABCDが内接している。この長方形の周の長さの最大値を求めよ。　(25点)



長方形の周の長さを L とすると，$L=2(\mathrm{AB}+\mathrm{BC})$

$\mathrm{OB}=x$ $(0<x<2)$ とすると，$\mathrm{AB}=-x^2+4x$，$\mathrm{BC}=2(2-x)=4-2x$

よって，$L=2(-x^2+4x+4-2x)=-2x^2+4x+8=-2(x-1)^2+10$

$0<x<2$ での L の最大値は，10 ($x=1$ のとき)

10 $(x=1)$

8　2次関数のグラフと直線	氏名		得点	/100

1 2次関数 $y=x^2-3x$ のグラフと直線 $y=-x+3$ との共有点の座標を求めよ。 (25点)

y を消去して整理すると，$x^2-2x-3=0$　$x=-1,\ 3$

求める共有点は，$(-1,\ 4)$，$(3,\ 0)$

$(-1,\ 4)$，$(3,\ 0)$

2 放物線 $y=-x^2+2x+k$ と x 軸との共有点の個数を調べよ。ただし，k は定数とする。 (25点)

$-x^2+2x+k=0$ の判別式を D とすると，

$D=4+4k$

① $D=4+4k>0$ のとき，すなわち，$k>-1$ のとき，共有点は 2 個

② $D=4+4k=0$ のとき，すなわち，$k=-1$ のとき，共有点は 1 個

③ $D=4+4k<0$ のとき，すなわち，$k<-1$ のとき，共有点は 0 個

$k>-1$ のとき，共有点 2 個

$k=-1$ のとき，共有点 1 個

$k<-1$ のとき，共有点 0 個

3 放物線 $y=x^2+x-2$ と直線 $y=2x-k$ が異なる 2 つの交点をもつように k の範囲を定めよ。 (25点)

y を消去して，$x^2+x-2=2x-k$　$x^2-x+k-2=0$

$D>0$ より，$-4k+9>0$

よって，$k<\frac{9}{4}$

$k<\frac{9}{4}$

4 放物線 $y=-x^2+1$ と直線 $y=kx+5$ が接するように k の値を定めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。 (25点)

y を消去して，$x^2+kx+4=0$　$D=0$ より，$k^2-16=0$　よって，$k=\pm4$

$k=4$ のとき，$x^2+4x+4=0$ から $x=-2$　接点の座標は，$(-2,\ -3)$

$k=-4$ のとき，$x^2-4x+4=0$ から $x=2$　接点の座標は，$(2,\ -3)$

$k=4$，$(-2,\ -3)$

$k=-4$，$(2,\ -3)$

9　2次不等式

氏名		得点	/100

1 次の2次不等式を解け。　(各20点×2)

(1) $2x^2-7x-4<0$

$2x^2-7x-4=(2x+1)(x-4)<0$　よって，$-\frac{1}{2}<x<4$

$-\frac{1}{2}<x<4$

(2) $-2x^2+8x-1<0$

両辺に -1 をかけると，$2x^2-8x+1>0$

$2x^2-8x+1=0$ の解は，$x=\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}$ だから，$x<\frac{4-\sqrt{14}}{2}$，$\frac{4+\sqrt{14}}{2}<x$

$x<\frac{4-\sqrt{14}}{2}$，$\frac{4+\sqrt{14}}{2}<x$

2 連立不等式 $\begin{cases} 2x^2-5x-3<0 & \cdots\cdots① \\ x^2-x-2\geqq 0 & \cdots\cdots② \end{cases}$ を解け。　(20点)

①より，$(2x+1)(x-3)<0$　$-\frac{1}{2}<x<3$ ……③

②より，$(x-2)(x+1)\geqq 0$　$x\leqq -1$，$2\leqq x$ ……④

③，④より，$2\leqq x<3$

$2\leqq x<3$

3 すべての x について，不等式 $3x^2-2ax-2a+9>0$ が成り立つとき，定数 a の値の範囲を求めよ。　(20点)

$\frac{D}{4}=a^2+6a-27$　条件を満たす場合は，$\frac{D}{4}<0$ のときである。

よって，$a^2+6a-27<0$，$(a-3)(a+9)<0$ より，$-9<a<3$

$-9<a<3$

4 周の長さが120mの長方形の土地があり，その面積を875m²以上にするには，縦の長さをどのような範囲にすればよいか。　(20点)

縦の長さを x m とすると，縦＋横＝60 だから，$0<x<60$ ……①

横の長さは，$60-x$ (m)　　長方形の面積＝$x(60-x)$ だから，

$x(60-x)\geqq 875$，$x^2-60x+875\leqq 0$

$(x-25)(x-35)\leqq 0$ より，$25\leqq x\leqq 35$

これは①を満たす。

25m以上35m以下

10　２次方程式の解の範囲

氏名		得点	／100

1　x の２次方程式 $2x^2+3x+k=0$ の２つの解がともに負となるような定数 k の値の範囲を求めよ。ただし，重解でもよい。　(25点)

$D=3^2-4\cdot2\cdot k=9-8k\geqq0$ より，$k\leqq\dfrac{9}{8}$

２つの解を α，β とすると，「２つの解がともに負」$\Leftrightarrow \alpha+\beta<0$ かつ $\alpha\beta>0$

$\alpha+\beta=-\dfrac{3}{2}$，$\alpha\beta=\dfrac{k}{2}>0$ より，$k>0$　以上から，$0<k\leqq\dfrac{9}{8}$

(別解)　$D\geqq0$ かつ $f(0)>0$ かつ $-\dfrac{3}{4}<0$ (軸<0)

の条件から求めてもよい。

$0<k\leqq\dfrac{9}{8}$

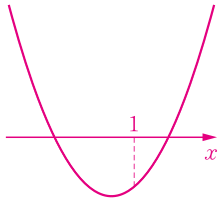
2　x の２次方程式 $x^2-2ax+4=0$ について，次の各場合における定数 a の値の範囲を求めよ。

(1)　１つの解が１より大きく，他の解が１より小さい。　(各25点×2)

関数 $y=f(x)=x^2-2ax+4$ のグラフは右図。

「１つの解が１より大きく，他の解が１より小さい」$\Leftrightarrow f(1)<0$

$f(1)=5-2a<0$ より，$a>\dfrac{5}{2}$



$a>\dfrac{5}{2}$

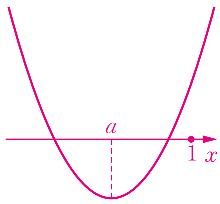
(2)　２つの解がともに１より小さい。ただし，重解でもよい。

関数 $y=f(x)=x^2-2ax+4=(x-a)^2-a^2+4$ のグラフは右図。

「２つの解が１より小さい」$\Leftrightarrow \dfrac{D}{4}\geqq0$ かつ $f(1)>0$ かつ $a<1$

$\dfrac{D}{4}=(-a)^2-4=a^2-4\geqq0$ より，$a\leqq-2$，$2\leqq a$ …①

$f(1)=5-2a>0$ より，$a<\dfrac{5}{2}$ …②　①，②より，$a\leqq-2$



$a\leqq-2$

3　x の２次方程式 $x^2-2ax+a^2-2=0$ の１つの解が１より大きく，他の解が－１より小さくなるような定数 a の値の範囲を求めよ。　(25点)

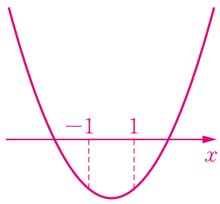
関数 $y=f(x)=x^2-2ax+a^2-2=(x-a)^2-2$ のグラフは右図。

求める条件は，$f(-1)<0$ かつ $f(1)<0$

$f(-1)=a^2+2a-1<0$ より，$-1-\sqrt{2}<a<-1+\sqrt{2}$ …①

$f(1)=a^2-2a-1<0$ より，$1-\sqrt{2}<a<1+\sqrt{2}$ …②

①，②より，$1-\sqrt{2}<a<-1+\sqrt{2}$



$1-\sqrt{2}<a<-1+\sqrt{2}$