# 1　集合の要素の個数

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1から100までの自然数で，3の倍数全体の集合を$A$，4の倍数全体の集合を$B$，7の倍数全体の集合を$C$とするとき，次の値を求めよ。　((1)〜(4)各12点×4，(5)(6)各13点×2)

(1)　$n(A)$　　(2)　$n(\overline{B})$　　(3)　$n(B\cup C)$

(4)　$n(A\cap B\cap C)$　　(5)　$n(\overline{B}\cap\overline{C})$　　(6)　$n(\overline{A}\cup\overline{B})$

**2**　150人の生徒について，通学方法を調べたところ，電車を利用している生徒は62人，電車とバスの両方を利用している生徒は36人，どちらも利用していない生徒は27人であった。次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1)　電車またはバスを利用している生徒は何人か。

(2)　バスだけを利用している生徒は何人か。

# 2　場合の数

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1から7までの数を1つずつ書いた7枚のカードがある。これらのカードから，同時に2枚のカードをひくとき，次の場合の数を求めよ。（各16点×2）

(1)　カードの数の和が9か10

(2)　カードの数の積が6の倍数

**2**　5円，10円，50円の硬貨を使って，80円をちょうど支払う方法は何通りあるか。ただし，使わない硬貨があってもよいものとする。（18点）

**3**　次の問いに答えよ。（各16点×2）

(1)　1g，2g，5gの分銅が1個ずつある。これらの分銅を組み合わせて重さを作る方法は全部で何通りあるか。

(2)　180の正の約数の個数を求めよ。

**4**　大小2個のサイコロを同時に投げるとき，目の和が偶数になる場合の数を求めよ。（18点）

# 3　順列

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから3枚を使って3けたの整数を作るとき，次の問いに答えよ。（各14点×2）

(1)　整数は全部で何個できるか。

(2)　奇数は何個できるか。

**2**　男子4人と女子2人が1列に並ぶとき，次のような並び方はそれぞれ何通りあるか。

(1)　両端に男子が並ぶ。（各14点×2）

(2)　女子2人が隣り合うように並ぶ。

**3**　男子5人と女子2人を円形のテーブルのまわりに着席させるとき，次の問いに答えよ。

(1)　着席の仕方は全部で何通りあるか。（各14点×2）

(2)　2人の女子が隣り合わないように着席する仕方は何通りあるか。

**4**　A，B，C，D，Eの5人を1号室，2号室，3号室の3つの部屋に入れる入れ方は何通りあるか。ただし，空き室があってもよいものとする。（16点）

# 4　組合せ(1)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** 次の値を求めよ。（各5点×4）

(1) ${}_4C_2$　(2) ${}_7C_3$　(3) ${}_9C_4$　(4) ${}_6C_1$

(1)＿＿＿＿　(2)＿＿＿＿　(3)＿＿＿＿　(4)＿＿＿＿

**2** 次の問いに答えよ。（各13点×2）

(1) 円周上に７個の点がある。これから３個の点を選んでできる三角形は何通りあるか。

＿＿＿＿

(2) 男子６人，女子５人から，男女それぞれ２人ずつ選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

＿＿＿＿

**3** ５個のリンゴをA，B，Cの３人に分ける分け方は，次のような場合何通りあるか。（各13点×2）

(1) 各人が少なくとも１個はもらう場合

＿＿＿＿

(2) １個ももらわない人があってもよい場合

＿＿＿＿

**4** 正十角形について，次の数を求めよ。（各14点×2）

(1) ３個の頂点を結んでできる三角形の個数

(1)＿＿＿＿

(2) 対角線の本数

(2)＿＿＿＿

# 5　組合せ(2)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1，2，3，4 の数字が書かれた赤玉が 4 個，5，6，7，8，9 の数字が書かれた白玉が 5 個入っている袋がある。この袋の中から，よくかきまぜて玉を 3 個取り出すとき，少なくとも 1 個赤玉が含まれる取り出し方は何通りあるか。　(17点)

**2**　A，A，A，B，B，C，C の 7 文字を並べるとき，その並べ方は何通りあるか。　(17点)

**3**　STREET の 6 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。　(各11点×3)

(1)　すべての並べ方は何通りあるか。

(2)　2 つの E が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

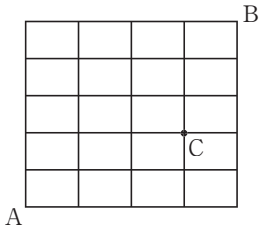
(3)　S，R がこの順で並ぶ並べ方は何通りあるか。

(1)

(2)

(3)

**4**　右の図のような道のある町がある。次の場合，最短の道順の総数を求めよ。　(各11点×3)




(1)　A から B まで行く。

(2)　A から C を通って B まで行く。

(3)　A から C を通らないで B まで行く。

(1)

(2)

(3)

# 6　確率の基本性質(1)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** 次の確率を求めよ。　(各16点×2)

(1) 大小 2 つのサイコロを同時に投げるとき，同じ目が出る確率

(2) 10円，50円，100円の 3 枚の硬貨を同時に投げるとき，2 枚が表になる確率

**2** 次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1) 赤球 2 個，白球 3 個が入った袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，2 個とも白球が出る確率

(2) 15本のくじの中に当たりくじが 2 本入っている。このくじから同時に 2 本引くとき，1 本だけ当たる確率

**3** A，B，C，D，E の 5 人が 1 列に並ぶとき，次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1) A，B が隣り合う確率

(2) A，B が両端に並ぶ確率

# 7　確率の基本性質(2)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1 個のサイコロを投げるとき，次の事象のうち，排反事象となるものはどれとどれか。　(20点)

$A$：2 の目が出る　　$B$：偶数の目が出る

$C$：奇数の目が出る　　$D$：4 以上の目が出る

**2**　1 から30までの整数を 1 つずつ書いた30枚のカードから 1 枚引くとき，4 の倍数のカードまたは，7 の倍数のカードを引く確率を求めよ。　(20点)

**3**　白球 6 個，赤球 5 個が入った袋から，同時に 3 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　赤球が 2 個以上出る確率　(各20点×2)

(2)　少なくとも 1 個赤球が出る確率

**4**　1 から20までの整数を 1 つずつ書いた20枚のカードから 3 枚引くとき，3 の倍数が含まれている確率を求めよ。　(20点)

# 8　独立な試行の確率

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　次の確率を求めよ。　（各16点×3）

(1)　1 個のサイコロを 2 回投げるとき，1 回目に奇数，2 回目に 3 の倍数の目が出る確率

(2)　3 本の当たりくじが入っている15本のくじから，A が 1 本引き，これをもどしてから B が 1 本引くとき，2 人ともはずれる確率

(3)　白球 4 個，赤球 2 個が入った袋から球を 1 個取り出し，色を調べてもとにもどすことを 3 回続けて行うとき，1 回目に白，2 回目に赤，3 回目に白の球が出る確率

**2**　1 個のサイコロを 4 回投げるとき，次の確率を求めよ。　((1)(2)各17点，(3)18点)

(1)　1 の目がちょうど 2 回出る確率

(2)　4 回目にちょうど 3 度目の 1 の目が出る確率

(3)　偶数の目が 2 回以上出る確率

# 9　条件付き確率(1)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** 白玉 6 個，青玉 4 個が入っている袋から，取り出した玉はもとに戻さずに，1 個ずつ 2 個の玉を取り出す。1 個目に白玉が出たとして，次の事象の起こる条件付き確率を求めよ。　(各13点×2)

(1)　2 個目に青玉が出る。　　(2)　2 個目に白玉が出る。

(1)

(2)

**2** ある学校の入学試験で，合格者は全体の 60％で，他の学校と併願をした合格者は全体の 10％であった。合格者の中から 1 人選ぶとき，その人が併願をした確率を求めよ。　(24点)

**3** ある試行における事象 $A$，$B$ について，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.5$，$P(A\cap B)=0.1$ であるとき，$P_A(B)$，$P_B(A)$ をそれぞれ求めよ。　(完答25点)

**4** 赤玉 5 個，白玉 4 個が入っている袋から，玉を 1 個ずつ 2 個取り出す。取り出した玉はもとに戻さないとするとき，取り出した 2 個の玉が同色である確率を求めよ。　(25点)

# 10　条件付き確率(2)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** A，B 2つの箱がある。A には赤玉 3 個，白玉 2 個，B には赤玉 2 個，白玉 3 個が入っている。A から 1 個の玉を取り出して B に入れた後，B から 1 個の玉を取り出すとき，それが赤玉である確率を求めよ。　(30点)

**2** 白玉 2 個，赤玉 4 個が入っている袋から，玉を 1 個取り出して，色を調べてからもとに戻すことを繰り返す試行について，次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1)　6 回の試行のうち 2 回だけ白玉が出る確率

(2)　6 回目に 2 度目の白玉が出る確率

(1)

(2)

**3** A，B，C の 3 人がある試験に合格する確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{1}{3}$ であるとする。
このとき，次の確率を求めよ。　(各18点×2)

(1)　3 人とも合格する確率

(2)　少なくとも 1 人が合格する確率

(1)

(2)

# 1　集合の要素の個数

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1から100までの自然数で，3の倍数全体の集合を$A$，4の倍数全体の集合を$B$，7の倍数全体の集合を$C$とするとき，次の値を求めよ。　((1)〜(4)各12点×4，(5)(6)各13点×2)

(1)　$n(A)$

$100\div3=33$ 余り 1 より，

$n(A)=33$

33

(2)　$n(\overline{B})$

$n(\overline{B})=n(U)-n(B)$

$100\div4=25$ より，$n(B)=25$

$n(\overline{B})=100-25=75$

75

(3)　$n(B\cup C)$

$n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C)$

$n(C)=14, n(B\cap C)=3$ より，

$n(B\cup C)=25+14-3=36$

36

(4)　$n(A\cap B\cap C)$

3，4，7の最小公倍数84の倍数全体の集合の個数

$100\div84=1$ 余り 16 より，

$n(A\cap B\cap C)=1$

1

(5)　$n(\overline{B}\cap\overline{C})$

$n(\overline{B}\cap\overline{C})=n(\overline{B\cup C})$

$=n(U)-n(B\cup C)$

$=100-36=64$

64

(6)　$n(\overline{A}\cup\overline{B})$

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})$

$=n(U)-n(A\cap B)$

$n(A\cap B)=8$ より，

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=100-8=92$

92

**2**　150人の生徒について，通学方法を調べたところ，電車を利用している生徒は62人，電車とバスの両方を利用している生徒は36人，どちらも利用していない生徒は27人であった。次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1)　電車またはバスを利用している生徒は何人か。

生徒全体の集合を$U$，電車を利用している生徒の集合を$A$，バスを利用している生徒の集合を$B$とする。$n(U)=150$，$n(A)=62$，$n(A\cap B)=36$，$n(\overline{A\cup B})=27$

$n(A\cup B)=n(U)-n(\overline{A\cup B})=150-27=123$

123人

(2)　バスだけを利用している生徒は何人か。

$n(\overline{A}\cap B)=n(A\cup B)-n(A)=123-62=61$

61人

# 2　場合の数

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1から7までの数を1つずつ書いた7枚のカードがある。これらのカードから，同時に2枚のカードをひくとき，次の場合の数を求めよ。　(各16点×2)

(1)　カードの数の和が9か10

和が9になるカードの組合せは，(2，7)，(3，6)，(4，5)の3通り。

和が10になるカードの組合せは，(3，7)，(4，6)の2通り。全部で，3+2=5(通り)

5通り

(2)　カードの数の積が6の倍数　カードの数の積の最大値は6×7=42　42以下の6の倍数について，それぞれのカードの組合せは，6…(1，6)，(2，3)，12…(2，6)，(3，4)，18…(3，6)，24…(4，6)，30…(5，6)，36…なし，42…(6，7)，全部で，2+2+1+1+1+1=8(通り)

8通り

**2**　5円，10円，50円の硬貨を使って，80円をちょうど支払う方法は何通りあるか。ただし，使わない硬貨があってもよいものとする。　(18点)

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50円 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10円 | 3 | 2 | 1 | 0 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 5円 | 0 | 2 | 4 | 6 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |

13通り

**3**　次の問いに答えよ。　(各16点×2)

(1)　1g，2g，5gの分銅が1個ずつある。これらの分銅を組み合わせて重さを作る方法は全部で何通りあるか。　それぞれの分銅で，使い方は，0個，1個の2通りあるから，2×2×2=8(通り)

この中には，どれも使わない場合が1通りふくまれるので，8−1=7(通り)

7通り

(2)　180の正の約数の個数を求めよ。

$180=2^2\times3^2\times5$　と素因数分解できる。

よって，約数の個数は，(2+1)・(2+1)・(1+1)=18(個)

18個

**4**　大小2個のサイコロを同時に投げるとき，目の和が偶数になる場合の数を求めよ。　(18点)

「2個とも奇数」の場合か「2個とも偶数」の場合である。2個とも奇数の場合，それぞれのサイコロの目の出方は1，3，5の3通りだから，3×3=9(通り)。

2個とも偶数の場合も同様に9通り。全部で9+9=18(通り)

18通り

# 3　順列

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから 3 枚を使って 3 けたの整数を作るとき，次の問いに答えよ。　(各14点×2)

(1)　整数は全部で何個できるか。

${}_9P_3=9\cdot8\cdot7=504$ (個)

504個

(2)　奇数は何個できるか。

一の位の数は，1，3，5，7，9 のいずれかで，選び方は 5 通り。

百の位と十の位の数は，残りの 8 枚から並べる。よって，$5\times{}_8P_2=5\cdot8\cdot7=280$ (個)

280個

**2**　男子 4 人と女子 2 人が 1 列に並ぶとき，次のような並び方はそれぞれ何通りあるか。

(1)　両端に男子が並ぶ。　(各14点×2)

両端に男子が並ぶ並び方は，${}_4P_2$通り。残りの 4 人の並び方は，4! 通り。

よって，${}_4P_2\times4!=288$ (通り)

288通り

(2)　女子 2 人が隣り合うように並ぶ。

2 人の女子をひとまとめにして，5 人の並び方が5!通り。

そのおのおのに対して女子の並び方が 2! 通りあるから，

$5!\times2!=240$ (通り)

240通り

**3**　男子 5 人と女子 2 人を円形のテーブルのまわりに着席させるとき，次の問いに答えよ。

(1)　着席の仕方は全部で何通りあるか。　(各14点×2)

7 人を円形に並べる円順列より，$(7-1)!=720$ (通り)

720通り

(2)　2 人の女子が隣り合わないように着席する仕方は何通りあるか。

男子 5 人を先に並べ，男子の間の 5 ヶ所のうちの 2 ヶ所に女子を 1 人ずつ入れる。

$(5-1)!\times{}_5P_2=4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot5\cdot4=480$ (通り)

480通り

**4**　A，B，C，D，E の 5 人を 1 号室，2 号室，3 号室の 3 つの部屋に入れる入れ方は何通りあるか。ただし，空き室があってもよいものとする。　(16点)

A がどの部屋に入るかは 3 通り。B から E についてもそれぞれ同じく 3 通りだから，

$3^5=243$ (通り)

243通り

# 4　組合せ(1)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** 次の値を求めよ。　(各5点×4)

(1) ${}_4C_2$　(2) ${}_7C_3$　(3) ${}_9C_4$　(4) ${}_6C_1$

(1) ${}_4C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=6$　(2) ${}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$　(3) ${}_9C_4=\dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=126$　(4) ${}_6C_1=6$

(1) 6　(2) 35　(3) 126　(4) 6

**2** 次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1) 円周上に 7 個の点がある。これから 3 個の点を選んでできる三角形は何通りあるか。

円周上の 7 個の点から 3 個を選ぶと，必ず三角形ができるから，${}_7C_3=\dfrac{7!}{3!\,4!}=35$ (通り)

35通り

(2) 男子 6 人，女子 5 人から，男女それぞれ 2 人ずつ選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

男子 6 人から 2 人選ぶ選び方は，${}_6C_2$通り。女子 5 人から 2 人選ぶ選び方は，${}_5C_2$通り。

よって，${}_6C_2\times{}_5C_2=\dfrac{6!}{2!\,4!}\times\dfrac{5!}{2!\,3!}=150$ (通り)

150通り

**3** 5 個のリンゴをA，B，Cの 3 人に分ける分け方は，次のような場合何通りあるか。(各13点×2)

(1) 各人が少なくとも 1 個はもらう場合

5 個のリンゴを○で表し，その間の 4 ヶ所に 2 つの仕切り｜を置く場合の数に等しい。よって，${}_4C_2=\dfrac{4!}{2!\,2!}=6$ (通り)

6 通り

(2) 1 個ももらわない人があってもよい場合

5 個の○と 2 本の｜の，合計 7 つを 1 列に並べる並べ方に等しい。

よって，$\dfrac{7!}{2!\,5!}=21$ (通り)

21通り

**4** 正十角形について，次の数を求めよ。　(各14点×2)

(1) 3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

(1) ${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$ (個)

(1) 120 (個)

(2) 対角線の本数

(2) ${}_{10}C_2-10=45-10=35$ (本)

(2) 35 (本)

# 5　組合せ(2)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1，2，3，4 の数字が書かれた赤玉が 4 個，5，6，7，8，9 の数字が書かれた白玉が 5 個入っている袋がある。この袋の中から，よくかきまぜて玉を 3 個取り出すとき，少なくとも 1 個赤玉が含まれる取り出し方は何通りあるか。　(17点)

(少なくとも 1 個が赤玉)＝(すべての取り出し方)－(3 個とも白玉)　である。

よって，${}_9C_3-{}_5C_3=\frac{9!}{3!6!}-\frac{5!}{3!2!}=74$ (通り)

74通り

**2**　A，A，A，B，B，C，C の 7 文字を並べるとき，その並べ方は何通りあるか。　(17点)

A 3 個，B 2 個，C 2 個が同じものであるから，並べ方は，$\frac{7!}{3!2!2!}=210$ (通り)

210通り

**3**　STREET の 6 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。　(各11点×3)

(1)　すべての並べ方は何通りあるか。

(1)　$\frac{6!}{2!\ 2!\ 1!\ 1!}=180$ (通り)

(2)　2 つの E が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

(2)　2 つの E が隣り合う並べ方は，$\frac{5!}{2!}=60$ (通り)

(すべての並べ方)－(2 つの E が隣り合う並べ方)

より，(1)から，180－60=120 (通り)

(3)　S，R がこの順で並ぶ並べ方は何通りあるか。

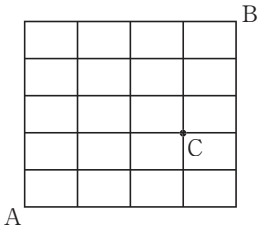
(3)　$\frac{6!}{2!\ 2!\ 2!}=90$ (通り)

(1)　180 (通り)

(2)　120 (通り)

(3)　90 (通り)

**4**　右の図のような道のある町がある。次の場合，最短の道順の総数を求めよ。　(各11点×3)




(1)　A から B まで行く。

(1)　$\frac{9!}{4!\ 5!}=126$ (通り)

(2)　A から C を通って B まで行く。

(2)　(A から C までの最短の道順の総数)

×(C から B までの最短の道順の総数) より，

$\frac{5!}{3!\ 2!}\times\frac{4!}{1!\ 3!}=40$ (通り)

(3)　A から C を通らないで B まで行く。

(3)　(1)，(2)から，126－40=86 (通り)

(1)　126 (通り)

(2)　40 (通り)

(3)　86 (通り)

# 6　確率の基本性質(1)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** 次の確率を求めよ。　(各16点×2)

(1)　大小 2 つのサイコロを同時に投げるとき，同じ目が出る確率

起こりうるすべての場合の数は，$6\times6=36$ (通り)

同じ目の出る場合の数は，(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6)の 6 通り。

よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

(2)　10円，50円，100円の 3 枚の硬貨を同時に投げるとき，2 枚が表になる確率

起こりうるすべての場合の数は，$2\times2\times2=8$ (通り)　表を○，裏を×で表すと，

2 枚が表になる場合は，(10円，50円，100円)＝(○，○，×)，(○，×，○)，

(×，○，○)の 3 通り。よって，求める確率は，$\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}$

**2** 次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1)　赤球 2 個，白球 3 個が入った袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，2 個とも白球が出る確率

5 個の球から 2 個を取り出す場合の数は，${}_5C_2$通り。

3 個の白球から 2 個取り出す場合の数は，${}_3C_2$通り。

よって，求める確率は，$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$

$\frac{3}{10}$

(2)　15本のくじの中に当たりくじが 2 本入っている。このくじから同時に 2 本引くとき，1 本だけ当たる確率

15本のくじから 2 本引く場合の数は，${}_{15}C_2$通り。

当たりくじ 2 本から 1 本引き，はずれくじ13本から

1 本引く場合の数は，${}_2C_1\times{}_{13}C_1$ 通り。

よって，求める確率は，$\frac{{}_2C_1\times{}_{13}C_1}{{}_{15}C_2}=\frac{26}{105}$

$\frac{26}{105}$

**3** A，B，C，D，E の 5 人が 1 列に並ぶとき，次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1)　A，B が隣り合う確率

5 人の並び方の全部の場合の数は，5! 通り。

A，B が隣り合う並び方の場合の数は，4!・2! 通り。

よって，求める確率は，$\frac{4!\cdot2!}{5!}=\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$

(2)　A，B が両端に並ぶ確率

両端に A，B が並ぶ場合の数は，3!・2! 通り。

よって，求める確率は，$\frac{3!\cdot2!}{5!}=\frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$

# 7　確率の基本性質(2)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　1 個のサイコロを投げるとき，次の事象のうち，排反事象となるものはどれとどれか。　(20点)

$A$：2 の目が出る　　$B$：偶数の目が出る

$C$：奇数の目が出る　　$D$：4 以上の目が出る

それぞれの事象は，$A=\{2\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6\}$，$C=\{1,\ 3,\ 5\}$，$D=\{4,\ 5,\ 6\}$

よって，排反事象になるのは，$A$ と $C$，$A$ と $D$，$B$ と $C$

$A$ と $C$，$A$ と $D$，$B$ と $C$

**2**　1 から 30 までの整数を 1 つずつ書いた30枚のカードから 1 枚引くとき，4 の倍数のカードまたは，7 の倍数のカードを引く確率を求めよ。　(20点)

4 の倍数を引く事象を $A$，7 の倍数を引く事象を $B$ とする。

$30\div4=7$ 余り 2 より，$P(A)=\dfrac{7}{30}$，$30\div7=4$ 余り 2 より，$P(B)=\dfrac{4}{30}$，

$30\div28=1$ 余り 2 より，$P(A\cap B)=\dfrac{1}{30}$，

よって，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{7}{30}+\dfrac{4}{30}-\dfrac{1}{30}=\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{1}{3}$

**3**　白球 6 個，赤球 5 個が入った袋から，同時に 3 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　赤球が 2 個以上出る確率　　(各20点×2)

11個の球から 3 個を取り出す場合の数は，${}_{11}C_3$ 通り。

3 個とも赤である事象を $A$，2 個が赤，1 個が白である事象を $B$ とすると，

$P(A)=\dfrac{{}_5C_3}{{}_{11}C_3}=\dfrac{2}{33}$，　$P(B)=\dfrac{{}_5C_2\times{}_6C_1}{{}_{11}C_3}=\dfrac{12}{33}$

$A$ と $B$ は排反だから，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{2}{33}+\dfrac{12}{33}=\dfrac{14}{33}$

$\dfrac{14}{33}$

(2)　少なくとも 1 個赤球が出る確率

「3 個とも白球」の余事象を考える。3 個とも白球である場合の数は，${}_6C_3$ 通りだから，

求める確率は，$1-\dfrac{{}_6C_3}{{}_{11}C_3}=\dfrac{29}{33}$

$\dfrac{29}{33}$

**4**　1 から 20 までの整数を 1 つずつ書いた20枚のカードから 3 枚引くとき，3 の倍数が含まれている確率を求めよ。　(20点)

20枚から 3 枚引く場合の数は，${}_{20}C_3$ 通り。$20\div3=6$ 余り 2 より，3 の倍数でない数の個数は，

$20-6=14$ だから，3 枚とも 3 の倍数でない場合の数は，${}_{14}C_3$ 通り

よって，求める確率は，$1-\dfrac{{}_{14}C_3}{{}_{20}C_3}=\dfrac{194}{285}$

$\dfrac{194}{285}$

# 8　独立な試行の確率

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1**　次の確率を求めよ。　（各16点×3）

(1)　1 個のサイコロを 2 回投げるとき，1 回目に奇数，2 回目に 3 の倍数の目が出る確率

奇数が出る確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$　　3 の倍数の目が出る確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

よって，求める確率は，$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

(2)　3 本の当たりくじが入っている15本のくじから，A が 1 本引き，これをもどしてから B が 1 本引くとき，2 人ともはずれる確率

A がはずれる確率は，$1-\frac{3}{15}=\frac{4}{5}$　　B がはずれる確率も $\frac{4}{5}$ だから，

求める確率は，$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$

$\frac{16}{25}$

(3)　白球 4 個，赤球 2 個が入った袋から球を 1 個取り出し，色を調べてもとにもどすことを 3 回続けて行うとき，1 回目に白，2 回目に赤，3 回目に白の球が出る確率

1 回につき白が出る確率は，$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，赤が出る確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

3 回の試行はそれぞれ独立だから，求める確率は　$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

$\frac{4}{27}$

**2**　1 個のサイコロを 4 回投げるとき，次の確率を求めよ。　((1)(2)各17点，(3)18点)

(1)　1 の目がちょうど 2 回出る確率

1 の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ で，1 の目が出ない確率は $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ だから，

求める確率は，${}_4C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{216}$

$\frac{25}{216}$

(2)　4 回目にちょうど 3 度目の 1 の目が出る確率

3 回目までに 2 度 1 の目が出て，さらに，4 回目に 1 の目が出る場合である。

求める確率は，${}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{5}{432}$

$\frac{5}{432}$

(3)　偶数の目が 2 回以上出る確率

偶数の目が全く出ない確率は，$\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$　　1 回だけ出る確率は，${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}$

この余事象を考えると，求める確率は，$1-\left(\frac{1}{16}+\frac{4}{16}\right)=\frac{11}{16}$

$\frac{11}{16}$

# 9　条件付き確率(1)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** 白玉 6 個，青玉 4 個が入っている袋から，取り出した玉はもとに戻さずに，1 個ずつ 2 個の玉を取り出す。1 個目に白玉が出たとして，次の事象の起こる条件付き確率を求めよ。　(各13点×2)

(1)　2 個目に青玉が出る。　　(2)　2 個目に白玉が出る。

1 個目に白玉が出るという事象を $A$ とする。

(1)　2 個目に青玉が出るという事象を $B$ とすると，

求める確率は，$P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{6\times4}{6\times9}=\dfrac{4}{9}$

(2)　2 個目に白玉が出るという事象を C とすると，

求める確率は，$P_A(C)=\dfrac{n(A\cap C)}{n(A)}=\dfrac{6\times5}{6\times9}=\dfrac{5}{9}$

(1)　$\dfrac{4}{9}$

(2)　$\dfrac{5}{9}$

**2** ある学校の入学試験で，合格者は全体の 60％で，他の学校と併願をした合格者は全体の 10％であった。合格者の中から 1 人選ぶとき，その人が併願をした確率を求めよ。　(24点)

選んだ人が合格者であるという事象を $A$，併願をしたという事象を $B$ とすると，求める確率は $P_A(B)$ である。

$P(A)=\dfrac{60}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{10}{100}$ より，

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{1}{6}$

$\dfrac{1}{6}$

**3** ある試行における事象 $A$，$B$ について，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.5$，$P(A\cap B)=0.1$ であるとき，$P_A(B)$，$P_B(A)$ をそれぞれ求めよ。　(完答25点)

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0.1}{0.3}=\dfrac{1}{3}$

$P_B(A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(B)}=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0.1}{0.5}=\dfrac{1}{5}$

$P_A(B)=\dfrac{1}{3}$　　$P_B(A)=\dfrac{1}{5}$

**4** 赤玉 5 個，白玉 4 個が入っている袋から，玉を 1 個ずつ 2 個取り出す。取り出した玉はもとに戻さないとするとき，取り出した 2 個の玉が同色である確率を求めよ。　(25点)

2 個の玉が同色であるという事象は，次の［1］，［2］の事象の和事象で，これらは互いに排反である。

［1］2 個とも赤玉　　［2］2 個とも白玉

［1］の確率は，$\dfrac{5}{9}\times\dfrac{4}{8}=\dfrac{20}{72}$

［2］の確率は，$\dfrac{4}{9}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{12}{72}$

よって，求める確率は，$\dfrac{20}{72}+\dfrac{12}{72}=\dfrac{4}{9}$

$\dfrac{4}{9}$

# 10　条件付き確率(2)

| 氏名 | | 得点 | /100 |
|---|---|---|---|

**1** A，B 2つの箱がある。A には赤玉 3 個，白玉 2 個，B には赤玉 2 個，白玉 3 個が入っている。A から 1 個の玉を取り出して B に入れた後，B から 1 個の玉を取り出すとき，それが赤玉である確率を求めよ。　(30点)

**B から取り出した玉が赤玉であるのは，次の 2 つの場合である。**

**[1] A から赤玉，B から赤玉を取り出す**

**[2] A から白玉，B から赤玉を取り出す**

**[1] の確率は，$\frac{3}{5}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{30}$**

**[2] の確率は，$\frac{2}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{4}{30}$**

**[1] と [2] は互いに排反であるから，求める確率は，**

$\frac{9}{30}+\frac{4}{30}=\frac{13}{30}$

$\frac{13}{30}$

**2** 白玉 2 個，赤玉 4 個が入っている袋から，玉を 1 個取り出して，色を調べてからもとに戻すことを繰り返す試行について，次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1)　6 回の試行のうち 2 回だけ白玉が出る確率

(1)　${}_6C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}$

(1)　$\frac{80}{243}$

(2)　6 回目に 2 度目の白玉が出る確率

**(2)　5 回までに白玉が 1 回だけ出て，6 回目で白玉が出る確率を求める。**

**よって，${}_5C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^4\times\frac{1}{3}=\frac{80}{729}$**

(2)　$\frac{80}{729}$

**3** A，B，C の 3 人がある試験に合格する確率がそれぞれ$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{1}{3}$であるとする。このとき，次の確率を求めよ。　(各18点×2)

(1)　3 人とも合格する確率

(1)　$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$

(1)　$\frac{1}{10}$

(2)　少なくとも 1 人が合格する確率

**(2)　3 人とも不合格になる確率は，**

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$

**少なくとも 1 人合格するという事象は，3 人とも不合格であるという事象の余事象であるから，**

**求める確率は，$1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$**

(2)　$\frac{13}{15}$