第 3 講座　空間ベクトル

基本の整理

〈2 点間の距離〉 ▶$\mathbf{A}(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\mathbf{B}(b_1,\ b_2,\ b_3)$ のとき，$\mathbf{AB}=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$

1　2 点 A(1, 4, −1)，B(4, 7, −7) のとき，線分 AB の長さを求めよ。

〈分点の公式〉 ▶線分 **AB** を $m:n$ に分ける点の座標は，$\left(\dfrac{na_1+mb_1}{m+n},\ \dfrac{na_2+mb_2}{m+n},\ \dfrac{na_3+mb_3}{m+n}\right)$

2　2 点 A(−2, 1, 5)，B(2, 5, −3) について，線分 AB を 3：2 の比に内分する点を P，3：2 の比に外分する点を Q とするとき，点 P，Q の座標を求めよ。

〈空間の位置ベクトル〉 ▶空間内に **1** 点 **O** を定めると，点 **A** の位置ベクトルは，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$

3　四面体 ABCD の辺 AB，CD，AD，BC，AC，BD の中点をそれぞれ M，N，P，Q，R，S とするとき，次のことをベクトルを用いて証明せよ。

(1)　4 点 M，Q，N，P を頂点とする四角形は平行四辺形である。

(2)　MN，PQ，RS は 1 点で交わる。

〈空間ベクトルの成分〉 ▶$\mathbf{A}(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\mathbf{B}(b_1,\ b_2,\ b_3)$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(b_1-a_1,\ b_2-a_2,\ b_3-a_3)$

4　A(1, −1, 2)，B(5, 1, −1) のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分で表せ。

〈ベクトルの成分と大きさ〉 ▶$\vec{a}=(a_1,\ a_2,\ a_3)$ のとき，$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$

5　$\vec{a}=(1,\ -3,\ 4)$，$\vec{b}=(-1,\ 0,\ 3)$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$2\vec{a}-\vec{b}$ の成分と大きさを求めよ。

(2)　$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルの成分を求めよ。

〈空間ベクトルの内積〉 ▶$\vec{a}=(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2,\ b_3)$ のとき，$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

6　$\vec{a}=(1,\ 1,\ 2)$，$\vec{b}=(1,\ -2,\ -1)$ のとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

演　習

例題　空間の座標

7　空間に 3 点 A(1, 1, 4), B(2, 2, 2), C(3, 0, 3) がある。次の問いに答えよ。

(1)　3 点 A, B, C を頂点とする三角形 ABC はどんな三角形か。

(2)　xy 平面上にあって，3 点から等距離にある点 P の座標を求めよ。

解法のポイント　(2)　P は xy 平面上の点より，$(x,\ y,\ 0)$ とおく。

8　類題　3 点 A(2, 1, −1), B(1, 2, 5), C(1, −2, 3) から等距離にあって，yz 平面上にある点の座標を求めよ。

9　次の各点の座標を求めよ。

(1)　A(−2, 1, 5) の原点に関する対称点 A_1，zx 平面に関する対称点 A_2

(2)　3 点 A(4, 5, 1), B(−2, 4, 2), C(4, 0, 3) を頂点とする三角形 ABC の重心 G

(3)　A(2, 1, −4), B(3, 3, 1) のとき，線分 AC を 1 : 3 の比に内分する点が B となるような点 C

(4)　3 点 A(2, 2, 1), B(1, 3, −1), C(1, 1, −1) から等距離にある点のうち，原点に最も近い点 P

10　空間における 2 点 A(6, 6, 8), B(5, 12, 16) に対し，x 軸上に点 P をとり，線分の長さの和 AP＋PB が最小となるようにするとき，点 P の座標を求めよ。

11　正四面体の 4 つの頂点を A(2, 2, 0), B(2, 0, −2), C(0, 2, −2), D$(x,\ y,\ z)$ とするとき，点 D の座標を求めよ。

12　4 点 A(1, 1, 2), B(0, −4, 0), C(−1, 1, −2), D(2, 3, 5) がある。AB, AC, AD を 3 辺にもつ平行六面体の他の頂点の座標を求めよ。

13　発展　O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 3) で決定される四面体の表面の 4 個の三角形 △OAB, △OAC, △OBC, △ABC のうち面積が最大なものの面積を求めよ。

ヒント　△OAB, △OAC, △OBC は直角三角形より，大小関係がすぐわかる。

例題　ベクトルの分解

14　$\vec{a}=(1,\ 1,\ 0)$，$\vec{b}=(1,\ 0,\ 1)$，$\vec{c}=(0,\ 1,\ 1)$ とするとき，ベクトル $\vec{x}=(2,\ 2,\ -2)$ を $l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}$ の形に表せ。

解法のポイント　$\vec{x}=l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}$ として成分で表し，l，m，n の連立方程式を解く。

15 **類題**　$\vec{a}=(1,\ 2,\ 3)$，$\vec{b}=(-2,\ 0,\ 1)$，$\vec{c}=(0,\ 1,\ 2)$ のとき，ベクトル $\vec{x}=(-3,\ 0,\ 2)$ を $l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}$ の形に表せ。

16　平行六面体 OADB－CEFG において，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(2)　三角形 ABC の重心を M とするとき，$\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(3)　対角線 OF は三角形 ABC の重心 M を通ることを示せ。

17　四面体 OABC において，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とし，辺 AB，辺 BC を $m:n$ に内分する点をそれぞれ P，Q とする。このとき，ベクトル $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

18　次の問いに答えよ。

(1)　$\vec{a}=(2,\ 2,\ 1)$，$\vec{b}=(2,\ -3,\ -4)$ の両方に垂直で大きさが3のベクトルを求めよ。

(2)　$\vec{a}=(1,\ 1,\ 1)$，$\vec{b}=(2,\ -1,\ 2)$ の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

19　正四面体 ABCD の辺 AB，AC，AD，BC，CD，DB の中点を，それぞれ，M，P，Q，R，S，T とし，$\overrightarrow{MP}=\vec{p}$，$\overrightarrow{MQ}=\vec{q}$，$\overrightarrow{MR}=\vec{r}$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{MS}$ を $\vec{q}$，$\vec{r}$ で表せ。

(2)　$\overrightarrow{PS}$ を $\vec{p}$，$\vec{q}$，$\vec{r}$ で表せ。

(3)　内積 $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{PS}$ を計算して，$\overrightarrow{MP}\perp\overrightarrow{PS}$ を示せ。

20 **発展**　1辺の長さ2の正四面体 ABCD において，辺 AB，CD の中点をそれぞれ M，N とし，△BCD の重心を G とするとき，内積 $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{MN}$ を求めよ。

ヒント　$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とおいて，$\overrightarrow{AG}$，$\overrightarrow{MN}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ で表す。

第7講座　いろいろな数列

基本の整理

〈自然数の平方の和〉　▶$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

1　次の和を求めよ。

(1)　$1+2+3+\cdots\cdots+100$　　(2)　$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+100^2$

〈分数で表された数列の和〉　▶$\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$ のように部分分数に変形できる。

2　$S_n=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$ を求めよ。

〈和の記号 $\sum$〉　▶a_k を数列の一般項とすると，$\sum_{k=1}^{n}a_k=a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n$

3　次の式を $\sum$ を用いない式で表せ。

(1)　$\sum_{k=1}^{5}4k$　　(2)　$\sum_{k=1}^{5}3^k$

〈$\sum$ の性質〉　▶$\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$，$\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (c は定数)

4　次の和を求めよ。

(1)　$\sum_{k=1}^{n}(2k-7)$　　(2)　$\sum_{k=1}^{n}(3^k+2k)$

〈和の公式〉　▶$\sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{2}n(n+1)$，$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$，$\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$

5　次の和を求めよ。

(1)　$\sum_{k=1}^{n}(k^2+2k+3)$　　(2)　$\sum_{k=1}^{n}k(k^2+1)$

〈階差数列と一般項〉　▶数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると，$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$ $(n\geqq2)$

6　次の数列の一般項を求めよ。

3，4，7，12，19，28，39，……

〈数列の和と一般項〉　▶$a_1=S_1$，$a_n=S_n-S_{n-1}$ $(n\geqq2)$ が成り立つ。

7　初項から第 n 項までの和 S_n が n^2+6n で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

演　習

例題　部分分数の応用

8　次の和を求めよ。

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdots\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

解法のポイント　$\dfrac{1}{k(k+1)(k+2)}=\dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{1}{k(k+1)}-\dfrac{1}{(k+1)(k+2)}\right\}$ と変形できる。

9　類題　次の和を求めよ。　$\dfrac{1}{2\cdot4\cdot6}+\dfrac{1}{4\cdot6\cdot8}+\dfrac{1}{6\cdot8\cdot10}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{2n(2n+2)(2n+4)}$

10　次の和を求めよ。

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k+1)$　　(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2\cdot3^{k-1}$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k(2k+3)$　　(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2(k-1)$

11　次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1)　$1\cdot3,\ 3\cdot4,\ 5\cdot5,\ 7\cdot6,\ \cdots\cdots$　　(2)　$1\cdot2\cdot3,\ 2\cdot3\cdot5,\ 3\cdot4\cdot7,\ 4\cdot5\cdot9,\ \cdots\cdots$

(3)　$1,\ 1+2,\ 1+2+3,\ 1+2+3+4,\ \cdots\cdots$　　(4)　$\dfrac{1}{1\cdot3},\ \dfrac{1}{2\cdot4},\ \dfrac{1}{3\cdot5},\ \dfrac{1}{4\cdot6},\ \cdots\cdots$

12　次の和を求めよ。

(1)　$1\cdot2^2+2\cdot3^2+3\cdot4^2+\cdots\cdots+n(n+1)^2$

(2)　$1\cdot n+2\cdot(n-1)+3\cdot(n-2)+\cdots\cdots+(n-2)\cdot3+(n-1)\cdot2+n\cdot1$

(3)　$\dfrac{1}{1\cdot4}+\dfrac{1}{4\cdot7}+\dfrac{1}{7\cdot10}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

13　発展　正の奇数を，次のように，第 n 群に n 個の奇数が含まれるように組み分ける。

$(1),\ (3,\ 5),\ (7,\ 9,\ 11),\ (13,\ 15,\ 17,\ 19),\ (21,\ 23,\ \cdots\cdots),\ \cdots\cdots$

次の問いに答えよ。

(1)　第 n 群の初項を求めよ。

(2)　第 n 群に含まれる数の総和を求めよ。

ヒント　(1)　第 n 群の初項は，初項 1，公差 2 の等差数列の第 $\{1+2+\cdots+(n-1)+1\}$ 番目の項である。

例題　階差数列の利用

14　数列 $\{a_n\}$：1，2，6，15，31，56，……について，次の問いに答えよ。

(1)　この数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ の一般項を n の式で表せ。

(2)　この数列 $\{a_n\}$ の一般項を n の式で表せ。

(3)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を n の式で表せ。

解法のポイント　(2)　一般項 $a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k\ (n\geqq 2)$ を利用する。　(3)　$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$ を計算する。

15　**類題**　数列 $\{a_n\}$：2，2，4，8，14，22，……について，次の問いに答えよ。

(1)　この数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ の一般項を n の式で表せ。

(2)　この数列 $\{a_n\}$ の一般項を n の式で表せ。

(3)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を n の式で表せ。

16　次の数列の一般項を求めよ。

(1)　1，2，5，14，41，……

(2)　1，2，4，9，19，36，……

17　次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1)　$1,\ 3x,\ 5x^2,\ 7x^3,\ \cdots\cdots$

(2)　2，22，222，2222，……

(3)　$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}},\ \dfrac{1}{\sqrt{3}+2},\ \dfrac{1}{2+\sqrt{5}},\ \cdots\cdots$

18　初項から第 n 項までの和 S_n が次の式で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$S_n=n^2+4n$　　(2)　$S_n=2^n+3$

19　和 $S_n=1+4x+7x^2+10x^3+\cdots\cdots+(3n-2)x^{n-1}$ を求めよ。

20　**発展**　数列 1，2，3，……，n について，次のものを求めよ。

(1)　異なる2項の積の和　　(2)　互いに隣り合う3項の積の和

ヒント　(1)　求める和を S とすると，$(1+2+3+\cdots\cdots+n)^2=(1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2)+2S$

解　答　　《selectⅢ 数学B》

第1講座　ベクトルと演算

【p.2】

1　$2\vec{x}+\vec{y}=\vec{a}$ ……①　$\vec{x}-3\vec{y}=\vec{b}$ ……②

①×3+②　$7\vec{x}=3\vec{a}+\vec{b}$

①−②×2　$7\vec{y}=\vec{a}-2\vec{b}$

よって，$\boldsymbol{\vec{x}=\frac{3}{7}\vec{a}+\frac{1}{7}\vec{b}}$，$\boldsymbol{\vec{y}=\frac{1}{7}\vec{a}-\frac{2}{7}\vec{b}}$

2　$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}$

$=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD})+(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA})=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

よって，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

3　$\vec{c}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とおくと

$(8,\ 1)=s(1,\ 2)+t(2,\ -1)=(s+2t,\ 2s-t)$

ゆえに，$s+2t=8$，$2s-t=1$　これを解いて，

$s=2$，$t=3$　よって，$\boldsymbol{\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}}$

4　$\vec{a}-\vec{b}=(-4,\ 1)$ ……①

$3\vec{a}+2\vec{b}=(3,\ 8)$ ……②

①×2+②　$5\vec{a}=(-5,\ 10)$

①×3−②　$-5\vec{b}=(-15,\ -5)$

ゆえに，$\vec{a}=(-1,\ 2)$，$\vec{b}=(3,\ 1)$

よって，$|\boldsymbol{\vec{a}}|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$

$|\boldsymbol{\vec{b}}|=\sqrt{3^2+1^2}=\boldsymbol{\sqrt{10}}$

5　(1)　$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos120°$

$=3\cdot2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\boldsymbol{-3}$

(2)　$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{6}$

6　$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1\cdot(-2)+(-3)\cdot1}{\sqrt{1^2+(-3)^2}\sqrt{(-2)^2+1^2}}$

$=-\frac{1}{\sqrt{2}}$　よって，$\boldsymbol{\theta=135°}$

7　求める単位ベクトルを $\vec{e}=(x,\ y)$ とする。

$\vec{a}\perp\vec{e}$ より，$\vec{a}\cdot\vec{e}=0$　また，$|\vec{e}|=1$ から

$-4x+3y=0$ ……①　$x^2+y^2=1$ ……②

①，②を解いて求めるベクトルは

$\boldsymbol{\left(\frac{3}{5},\ \frac{4}{5}\right)}$，$\boldsymbol{\left(-\frac{3}{5},\ -\frac{4}{5}\right)}$

8　$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=41+4\vec{a}\cdot\vec{b}$

$4\vec{a}\cdot\vec{b}+41=9$ より，$\boldsymbol{\vec{a}\cdot\vec{b}=-8}$

また，$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=29-2\vec{a}\cdot\vec{b}=45$　よって，$\boldsymbol{|\vec{a}-\vec{b}|=3\sqrt{5}}$

【p.3】

9　$\vec{p}=(-1,\ 3)+t(1,\ 2)=(-1+t,\ 3+2t)$

$|\vec{p}|^2=(-1+t)^2+(3+2t)^2=5(t+1)^2+5$

ゆえに，$|\vec{p}|^2$ は $t=-1$ のとき最小値 5

よって，$|\vec{p}|$ の最小値は $\boldsymbol{\sqrt{5}}$ $(t=-1$ のとき$)$

10　(1)　$\vec{p}=(-2+t,\ 1-t)$

$|\vec{p}|^2=(-2+t)^2+(1-t)^2=2\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

ゆえに，$|\vec{p}|$ は $t=\frac{3}{2}$ のとき最小となる。

よって，$\boldsymbol{\vec{p_0}=\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)}$

(2)　$\vec{p_0}\cdot\vec{b}=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot1+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(-1)=0$

よって，$\vec{p_0}\perp\vec{b}$

11　(1)　$\overrightarrow{OC}=-\vec{a}$

(2)　$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{-\vec{a}-\vec{b}}$

12　対角線の交点を O とすると，

$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}=\vec{a}+\vec{b}$

(1)　$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}$

$=\vec{a}+(\vec{a}+\vec{b})=\boldsymbol{2\vec{a}+\vec{b}}$

(2)　$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AB}$

$=2(\vec{a}+\vec{b})-\vec{a}=\boldsymbol{\vec{a}+2\vec{b}}$

(3)　$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{\vec{a}-\vec{b}}$

13　(1)　3 点 A，B，C が一直線上にあるから

$k\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$ となる実数 k が存在する。

$\overrightarrow{AB}=(-3,\ 2-x)$，$\overrightarrow{AC}=(x-4,\ 6-x)$

から，$-3k=x-4$，$k(2-x)=6-x$

これを解いて，$\boldsymbol{x=-2,\ 5}$

(2)　四角形 ABCD が平行四辺形であるから

AD∥BC かつ AD=BC より，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$(1,\ 2)=(4-x,\ y-4)$

$4-x=1$，$y-4=2$ から，$\boldsymbol{x=3}$，$\boldsymbol{y=6}$

(3)　$(\vec{a}-\vec{b})\parallel(2\vec{b}-\vec{a})$ のとき

$t(\vec{a}-\vec{b})=2\vec{b}-\vec{a}$ となる実数 t が存在するから，$t(1-k,\ -2)=(2k-1,\ 6)$

$t(1-k)=2k-1$，$-2t=6$ より

$t=-3$　よって，$\boldsymbol{k=2}$

また，$(3\vec{a}-\vec{b})\perp(\vec{a}+\vec{b})$ のとき

$(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$ より

$(3-k)(1+k)+2\cdot6=0$，　$k^2-2k-15=0$

これを解いて，$\boldsymbol{k=-3,\ 5}$

14　(1)　$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=16$

$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=4$

辺々引いて，$4\vec{a}\cdot\vec{b}=12$ より，$\boldsymbol{\vec{a}\cdot\vec{b}=3}$

(2)　(1)の 2 式を辺々加えて，$2|\vec{a}|^2+2|\vec{b}|^2=20$

$|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2=10$ より

$|2\vec{a}-3\vec{b}|^2+|3\vec{a}-2\vec{b}|^2$

$=13(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)-24\vec{a}\cdot\vec{b}$

$=13\cdot10-24\times3=\boldsymbol{58}$

【p.4】

15　(1)　$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\frac{3\cdot2+2\cdot1}{\sqrt{3^2+2^2}\sqrt{2^2+1^2}}$

$=\boldsymbol{\frac{8}{\sqrt{65}}}$