

高校ゼミ数学 I 確認テスト

1 整式	氏名	得点
		/100

1 整式 $3a^2 - 4ab^3 + 2$ において、次の文字に着目するとき、その次数と定数項を答えよ。 (各 5 点×4)

- (1) b (2) a と b

次数 _____
定数項 _____

次数 _____
定数項 _____

2 次の(1)の整式を降べきの順に整理せよ。また、(2)の整式を x について降べきの順に整理せよ。 (各10点×2)

- (1) $2x^2 - x - 6 + 3x^3 + 5x - 7x^2$ (2) $x^2 + 2y^2 + 3xy - x + 5$

3 次の整式 A, B について、 $A+B, A-B$ を計算せよ。 (各15点×4)

- (1) $A = 3x^3 - 5x^2 + x - 3, B = -2x^3 + 3x^2 - 6x - 4$

$A+B$ _____
 $A-B$ _____

- (2) $A = x^2 + 4xy - 3y^2, B = 2x^2 - 5xy + 2y^2$

$A+B$ _____
 $A-B$ _____

2 整式の乗法

氏 名		得 点	/100
--------	--	--------	------

1 次の式を展開せよ。

(各12点×6)

(1) $(2x^2 - 3x + 1) \times (-2x)$

(2) $(2x - 5y)^2$

(3) $(4a+3)(4a-3)$

(4) $(2x+3)(3x-2)$

(5) $(x+4)(x^2 - 4x + 16)$

(6) $(x-3y)^3$

2 次の式を展開せよ。

(各14点×2)

(1) $(x-2y+1)^2$

(2) $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$

3 因数分解

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の式を因数分解せよ。

(各12点×6)

(1) $a(b+3) - 2(b+3)$

(2) $x^2 - 10xy + 25y^2$

(3) $x^2 + x - 42$

(4) $3x^2 + 5x + 2$

(5) $6x^2 - 7x - 3$

(6) $a^3 + 125$

2 次の式を因数分解せよ。

(各14点×2)

(1) $a^2 + ab - b - 1$

(2) $(x-y)^2 + 7(x-y) - 18$

4 実数	氏名	得点
		/100

1 次の有理数を小数で表せ

(各12点×3)

(1) $\frac{5}{8}$

(2) $\frac{15}{11}$

(3) $\frac{77}{37}$

2 次の循環小数を分数で表せ。

(各12点×3)

(1) $0.\dot{2}$

(2) $0.\dot{8}\dot{4}$

(3) $0.3\dot{5}$

3 x が次の値をとるとき、 $|x+3| + |x-6|$ の値を求めよ。

((1)(2)各9点×2, (3)10点)

(1) $x=7$

(2) $x=0$

(3) $x=-5$

5 平方根	氏 名	得 点	/100
--------------	--------	--------	------

1 次の式を簡単にせよ。

(1) $\sqrt{54} + \sqrt{24}$

(2) $(2\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$

(各11点×4)

(3) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{5} + \sqrt{2})$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

2 $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}, y = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$

(2) xy

(3) x^2+y^2

(各12点×3)

3 次の式を簡単にせよ。

(1) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$

(2) $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

(各10点×2)

6 1次不等式

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の不等式を解け。

(各12点×4)

(1) $6x - 5 < 3x + 4$

(2) $2x + 3 \geq 4x + 7$

(3) $4(3x + 7) > 7x - 2$

(4) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}x - 1$

2 次の連立不等式を解け。

(各13点×2)

(1)
$$\begin{cases} x + 4 < 3x + 5 \\ 2x - 1 \leq 1 - x \end{cases}$$

(2) $3(x - 1) < 2x + 1 < 5x + 4$

3 次の方程式、不等式を解け。

(各13点×2)

(1) $|x - 5| = 2$

(2) $|x + 1| < 7$

7 集合	氏 名	得 点
		/100

1 次の集合 A, B について、 $A \cap B, A \cup B$ を求めよ。 (各10点×4)

(1) $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 4, 7, 9\}$

$$A \cap B \underline{\hspace{1cm}}$$

$$A \cup B \underline{\hspace{1cm}}$$

(2) $A = \{x \mid x \text{は} 12 \text{の正の約数}\}, B = \{x \mid x \text{は} 18 \text{の正の約数}\}$

$$A \cap B \underline{\hspace{1cm}}$$

$$A \cup B \underline{\hspace{1cm}}$$

2 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ を全体集合とする。 $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 5, 8\}$ であるとき、次の集合を求めよ。 (各10点×4)

(1) \bar{A}

(2) $\bar{A} \cap B$

(3) $A \cap \bar{B}$

(4) $A \cup \bar{B}$

3 実数全体の集合を全体集合、 $A = \{x \mid 1 < x < 4\}, B = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$ とするとき、次の集合を求めよ。

(1) $\bar{A} \cap \bar{B}$

(2) $\bar{A} \cup \bar{B}$

(各10点×2)

8 命題と条件

氏名		得点	/100
----	--	----	------

- 1 次の命題の真偽を調べよ。偽であれば反例を 1 つ示せ。ただし, x, y は実数とする。 (14点)

$$x > y \Rightarrow x^2 > y^2$$

- 2 次の□の中は、「必要条件である」, 「十分条件である」, 「必要十分条件である」, 「必要条件でも十分条件でない」のうち, それぞれどれが最も適当か。ただし, x, y は実数とする。 (各14点×4)

(1) 10 の倍数は 5 の倍数であるための□。 (2) $x+y=2$ は $xy=1$ であるための□。

(3) $x=1$ は $(x-1)^2=0$ であるための□。 (4) $|x|=3$ は $x=3$ であるための□。

- 3 次の命題の逆, 裏, 対偶を述べ, それらの真偽を調べよ。ただし, x, y は実数とする。 (各10点×3)

$$x > 3 \Rightarrow x > 1$$

逆 _____
裏 _____
対偶 _____

9 命題と証明	氏名	得点
		/100

- 1 対偶を利用して、次の命題を証明せよ。 (40点)

n は整数とする。 n^2 が 4 の倍数ならば、 n は 2 の倍数である。

- 2 背理法を利用して、次の命題を証明せよ。 (各30点×2)

(1) $a+b=0$ かつ $ab\neq 0$ ならば、 a , b のうち少なくとも1つは負の数である。

(2) x が無理数ならば、 $2-x$ は無理数である。

10 関数とグラフ

氏名 _____ 得点 _____ /100

- 1** 容積120Lの水槽に30Lの水が入っている。ここに、毎分15Lの割合で満水になるまで水を入れる。水を入れ始めてから x 分後の水槽の中の水の量を y Lとする。このとき、 y を x の式で表し、定義域も示せ。
(各8点×2)

定義域

- 2** 関数 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ について、次の値を求めよ。
(各9点×4)

(1) $f(0)$

(2) $f(3)$

$$(3) \quad f(-2)$$

(4) $f(a+1)$

- 3** 次の関数のグラフをかき、その値域を求めよ。また、最大値、最小値があれば、それを求めよ。
 (各8点×6)

(1) $y = 2x + 4 \quad (-2 \leq x \leq 1)$ (2) $y = -x + 6 \quad (-1 < x \leq 4)$

$$(1) \quad y=2x+4 \quad (-2 \leq x \leq 1)$$

$$(2) \quad y = -x + 6 \quad (-1 < x \leq 4)$$

值域 _____
最大值 _____
最小值 _____

11 2次関数のグラフ

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の 2 次関数のグラフをかけ。また、その軸と頂点を求めよ。

(各7点×6)

(1) $y = (x - 2)^2$

(2) $y = -2(x + 1)^2 + 5$

軸 _____
頂点 _____

軸 _____
頂点 _____

2 次の 2 次関数のグラフをかけ。また、その軸と頂点を求めよ。

(各8点×6)

(1) $y = -x^2 + 6x - 5$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$

軸 _____
頂点 _____

軸 _____
頂点 _____

3 放物線 $y = x^2 + 2x + 3$ は、どのように平行移動すると、次の放物線に重なるか。

(各5点×2)

(1) $y = x^2 - 8x + 14$

(2) $y = x^2 + 4x + 10$

12 2次関数の最大・最小

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(各10点×4)

(1) $y=2(x+3)^2-1$

(2) $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+7$

最大値 _____
最小値 _____

最大値 _____
最小値 _____

2 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(各12点×4)

(1) $y=x^2+4x+6 \quad (-4 \leq x \leq 1)$

(2) $y=-2x^2+4x+1 \quad (-1 \leq x \leq 2)$

最大値 _____
最小値 _____

最大値 _____
最小値 _____

3 $x+y=10$ のとき、 xy の最大値を求めよ。

(12点)

13 2次関数の決定	氏名	得点	/100
------------	----	----	------

- 1 $x=2$ で最小値 -5 をとり, $x=4$ のとき $y=3$ となる 2 次関数を求めよ。 (25点)

-
- 2 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。 (各25点×3)

(1) 直線 $x=1$ を軸とし, 2 点 $(0, 1)$, $(3, 10)$ を通る。

(2) 頂点が点 $(2, 6)$ で, 点 $(1, 5)$ を通る。

(3) 3 点 $(1, 2)$, $(2, 8)$, $(-1, -4)$ を通る。

14 2次方程式	氏 名	得 点	/100
-----------------	--------	--------	------

1 次の2次方程式を解け。

(各10点×4)

(1) $x^2 + 8x - 9 = 0$

(2) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

(3) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

(4) $x^2 - 10x + 7 = 0$

2 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

(各10点×3)

(1) $x^2 + 3x + 5 = 0$

(2) $2x^2 - x - 3 = 0$

(3) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

3 次の問いに答えよ。

(各15点×2)

(1) 2次方程式 $3x^2 - 4x + m = 0$ が異なる2つの実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。(2) 2次方程式 $x^2 + (m+2)x + 4 = 0$ が重解をもつように、定数 m の値を定めよ。

15 2次関数のグラフと x 軸の位置関係

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(各14点×2)

(1) $y = x^2 - 2$

(2) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

2 次の 2 次関数のグラフと x 軸の位置関係を調べよ。

(各14点×3)

(1) $y = x^2 + 3x + 4$

(2) $y = 3x^2 - 6x + 2$

(3) $y = -2x^2 + 4x - 2$

3 次の放物線と直線の共有点の個数を求めよ。

(各15点×2)

(1) $y = x^2 + 6x - 2, y = 2x - 6$

(2) $y = -x^2 + 2x - 2, y = -4x + 5$

16 2次不等式

氏 名		得 点	/100
--------	--	--------	------

1 次の2次不等式を解け。

(各14点×6)

(1) $(x+3)(x-4) > 0$

(2) $x^2 - 10x + 16 \leq 0$

(3) $x^2 + 6x - 4 \geq 0$

(4) $4x^2 - 4x - 3 < 0$

(5) $x^2 + 8x + 16 \geq 0$

(6) $x^2 - 3x + 4 < 0$

2 2次方程式 $x^2 + 2mx + m = 0$ が実数解をもつように、定数 m の値の範囲を求めよ。

(16点)

17 锐角の三角比

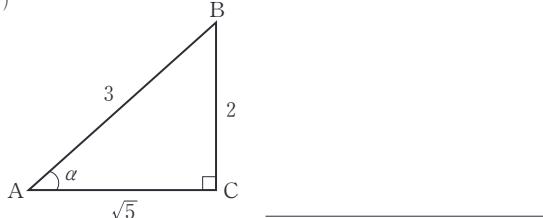
氏名

得点

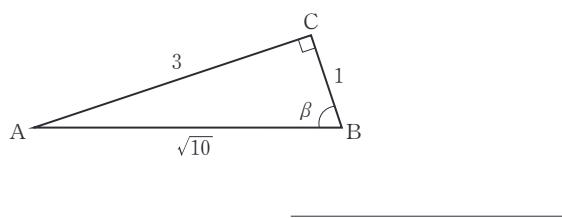
/100

- 1** 下の図において、 α 、 β の三角比の値を求めよ。分母は有理化しなくてよい。

(1)



(2)



(各8点×6)

- 2** 次の式の値を求めよ。

(各11点×2)

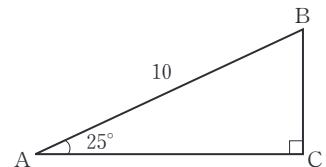
(1) $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$

(2) $\sin 30^\circ \tan 45^\circ \cos 60^\circ$

- 3** 次の問いに答えよ。ただし、 $\sin 25^\circ = 0.4226$ 、 $\cos 25^\circ = 0.9063$ 、 $\tan 25^\circ = 0.4663$ とする。

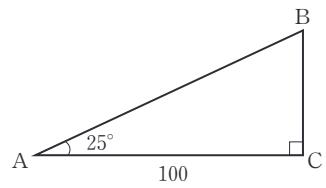
(各10点×3)

- (1) 右の図の直角三角形ABCで、辺BC、ACの長さを求めよ。



BC _____
AC _____

- (2) 右の図の直角三角形ABCで、辺BCの長さを求めよ。



BC _____

18 鈍角の三角比

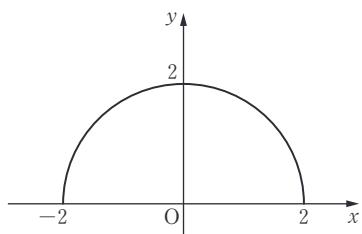
氏名

得点

/100

- 1 次の図を用いて、 120° の三角比の値を求めよ。

(各10点×3)



- 2 130° の三角比の値を求めよ。ただし、 $\sin 50^\circ = 0.7660$, $\cos 50^\circ = 0.6428$, $\tan 50^\circ = 1.1918$ とする。 (各10点×3)

- 3 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めよ。

(各10点×4)

$$(1) \quad \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(3) \quad \cos \theta = 0$$

$$(4) \quad \tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

19 三角比の相互関係	氏名	得点	/100
--------------------	----	----	------

- 1** $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。 $\cos\theta = \frac{5}{6}$ のとき、 $\sin\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。 (各13点×2)

$\sin\theta$ _____ $\tan\theta$ _____

- 2** $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ のとき、 $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。 (各12点×4)

θ が鋭角のとき $\cos\theta$ _____ $\tan\theta$ _____
 θ が鈍角のとき $\cos\theta$ _____ $\tan\theta$ _____

- 3** $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\tan\theta = -\frac{2}{3}$ のとき、 $\sin\theta$, $\cos\theta$ の値を求めよ。 (各13点×2)

$\sin\theta$ _____ $\cos\theta$ _____

20 正弦定理と余弦定理

氏名		得点	/100
----	--	----	------

- 1 $\triangle ABC$ において、 $a=3$, $A=60^\circ$, $B=45^\circ$ のとき、 b と外接円の半径 R を求めよ。

(各15点×2)

b _____ R _____

- 2 $\triangle ABC$ において、次のものを求めよ。

(各15点×2)

(1) $a=1$, $b=2$, $C=120^\circ$ のとき、 c

(2) $a=\sqrt{5}$, $b=1$, $c=\sqrt{2}$ のとき、 A

- 3 $\triangle ABC$ において、 $a=\sqrt{3}-1$, $b=\sqrt{2}$, $C=135^\circ$ のとき、次のものを求めよ。

((1)(2)各15点×2, (3)10点)

(1) c

(2) B

(3) A

21 三角形の面積

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次のような△ABC の面積 S を求めよ。

(各20点×2)

(1) $b=10, c=6, A=60^\circ$

(2) $c=3, a=4, B=135^\circ$

2 3 辺の長さが $a=7, b=8, c=9$ である△ABCにおいて、次のものを求めよ。

(各15点×4)

(1) $\cos C$

(2) $\sin C$

(3) 面積 S

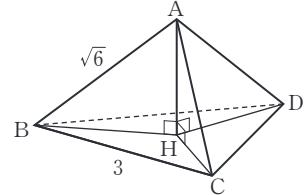
(4) 内接円の半径 r

22 空間図形への応用

氏名		得点	/100
----	--	----	------

- 1 AB=AC=AD= $\sqrt{6}$, BC=CD=DB=3 である四面体ABCDがある。頂点Aから底面BCDに垂線AHを下ろす。次のものを求めよ。
(各25点×2)

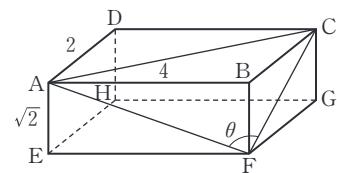
(1) BHの長さ



(2) 四面体の体積V

- 2 右の図のような, AB=4, AD=2, AE= $\sqrt{2}$ である直方体ABCD-EFGHがある。次のものを求めよ。

(各25点×2)

(1) $\angle AFC=\theta$ とするとき, $\cos\theta$ の値

(2) $\triangle AFC$ の面積

23 データの散らばり

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次のデータは、あるゲームを10回行ったときの各回の得点である。このデータについて、下の問い合わせに答えよ。

7, 5, 3, 8, 6, 4, 2, 5, 4, 8 (点)

(各10点×7)

(1) 次のものを求めよ。

① 範囲

② 第2四分位数

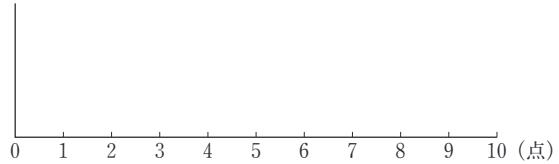
③ 第1四分位数

④ 第3四分位数

⑤ 四分位範囲

⑥ 四分位偏差

(2) データの箱ひげ図をかけ。



2 次のデータは、10人の生徒の小テスト(10点満点)の結果である。下の問い合わせに答えよ。

(各10点×3)

8, 5, 4, 8, 6, 9, 4, 3, 8, 5

(1) 平均値を求めよ。

(2) 分散、標準偏差を求めよ。

分散 _____

標準偏差 _____

24 データの相関

氏名

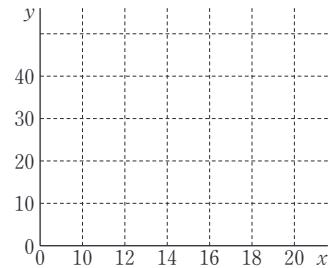
得点

/100

- 1** 次のような2つの変量 x, y からなるデータについて、散布図をかけ。また、 x と y の間に相関がある場合には、正か負のどちらの相関があるか答えよ。
(各10点×4)

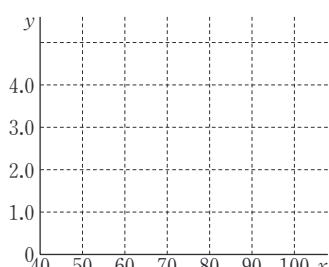
(1)

x	8	16	13	10	18	12	15	11	17	14
y	10	37	20	18	35	23	26	15	40	35



(2)

x	70	80	55	85	60	72	50	75	90	65
y	2.5	1.2	3.7	1.0	2.8	1.5	3.0	2.0	0.5	1.8



- 2** 2つの変量 x, y の値が、次の表で与えられているとき、下の問い合わせに答えよ。

(各12点×5)

x	5	9	3	6	7
y	6	8	5	7	9

- (1) x, y の平均値 \bar{x}, \bar{y} をそれぞれ求めよ。

$$\bar{x} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\bar{y} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

- (2) x と y の共分散 s_{xy} を求めよ。

- (3) x と y の相関係数 r を求めよ。ただし、 $\sqrt{2}=1.41$ とし、答えは四捨五入して小数第2位まで求めよ。

また、 x と y にはどのような相関があると考えられるか。

$$r \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$_____$$

25 仮説検定の考え方	氏名	得点	/100
--------------------	----	----	------

- 1** 次の文の にあてはまるものを記入せよ。 (各 5 点 × 2)

仮説検定において、ある事象が起こることが非常にまれであると判断する基準として、標本の平均値と標準偏差を用いることがある。このとき、実現した値 x について、標本から計算される平均値を m 、標準偏差を s として、

$x < \boxed{(1)}$, $\boxed{(2)} < x$ のとき、帰無仮説を棄却する。また、 $\boxed{(1)} \leq x \leq \boxed{(2)}$ のとき、帰無仮説は棄却されない。

(1) _____ (2) _____

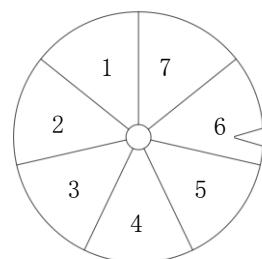
- 2** 「1 枚の表裏のあるコインを 5 回投げる」という試行を 100 回繰り返す。下の表は、表が出た回数を度数分布表に表したものである。ただし、このコインの表裏の出方は同様に確からしいものとする。

ある 1 枚の表裏のあるコインを 5 回投げたところ、4 回表が出た。このコインは表が出やすいといえるか、検定せよ。
必要であれば電卓を用いてもよい。 (30 点)

表が出た回数(回)	0	1	2	3	4	5	計
度数(回)	4	16	33	32	13	2	100

- 3** 1 枚の表裏のあるコインを 4 回投げたところ、3 回表が出た。このコインは表が出やすいといえるか、有意水準 10% で検定せよ。 (30 点)

- 4** 右の図のようなルーレットを 2 回まわしたところ、1 の目が 2 回出た。このルーレットは 1 の目が出やすいといえるか、有意水準 5% で検定せよ。 (30 点)



1 整式	氏 名	得 点	/100
-------------	--------	--------	------

1 整式 $3a^2 - 4ab^3 + 2$ において、次の文字に着目するとき、その次数と定数項を答えよ。 (各 5 点 × 4)

(1) b (2) a と b

次数 3
定数項 $3a^2+2$

次数 4
定数項 2

2 次の(1)の整式を降べきの順に整理せよ。また、(2)の整式を x について降べきの順に整理せよ。 (各 10 点 × 2)

(1) $2x^2 - x - 6 + 3x^3 + 5x - 7x^2$

(2) $x^2 + 2y^2 + 3xy - x + 5$

与式 = $3x^3 + 2x^2 - 7x^2 - x + 5x - 6$

与式 = $x^2 + 3xy - x + 2y^2 + 5$

= $3x^3 + (2-7)x^2 + (-1+5)x - 6$

= $x^2 + (3y-1)x + 2y^2 + 5$

= $3x^3 - 5x^2 + 4x - 6$

$3x^3 - 5x^2 + 4x - 6$

$x^2 + (3y-1)x + 2y^2 + 5$

3 次の整式 A, B について、 $A+B, A-B$ を計算せよ。 (各 15 点 × 4)

(1) $A = 3x^3 - 5x^2 + x - 3, B = -2x^3 + 3x^2 - 6x - 4$

$A+B = (3x^3 - 5x^2 + x - 3) + (-2x^3 + 3x^2 - 6x - 4)$

= $(3-2)x^3 + (-5+3)x^2 + (1-6)x - 3 - 4$

= $x^3 - 2x^2 - 5x - 7$

$A-B = (3x^3 - 5x^2 + x - 3) - (-2x^3 + 3x^2 - 6x - 4)$

= $(3+2)x^3 + (-5-3)x^2 + (1+6)x - 3 + 4$

= $5x^3 - 8x^2 + 7x + 1$

$A+B = x^3 - 2x^2 - 5x - 7$

$A-B = 5x^3 - 8x^2 + 7x + 1$

(2) $A = x^2 + 4xy - 3y^2, B = 2x^2 - 5xy + 2y^2$

$A+B = (x^2 + 4xy - 3y^2) + (2x^2 - 5xy + 2y^2)$

= $(1+2)x^2 + (4-5)xy + (-3+2)y^2$

= $3x^2 - xy - y^2$

$A-B = (x^2 + 4xy - 3y^2) - (2x^2 - 5xy + 2y^2)$

= $(1-2)x^2 + (4+5)xy + (-3-2)y^2$

= $-x^2 + 9xy - 5y^2$

$A+B = 3x^2 - xy - y^2$

$A-B = -x^2 + 9xy - 5y^2$

2 整式の乗法

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の式を展開せよ。

(各12点×6)

(1) $(2x^2 - 3x + 1) \times (-2x)$

(2) $(2x - 5y)^2$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2x^2 \cdot (-2x) - 3x \cdot (-2x) + 1 \cdot (-2x) \\ &= -4x^3 + 6x^2 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5y + (5y)^2 \\ &= 4x^2 - 20xy + 25y^2 \end{aligned}$$

(3) $(4a+3)(4a-3)$

$$\frac{-4x^3 + 6x^2 - 2x}{}$$

(4) $(2x+3)(3x-2)$

$$\frac{4x^2 - 20xy + 25y^2}{}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (4a)^2 - 3^2 \\ &= 16a^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3\}x + 3 \cdot (-2) \\ &= 6x^2 + 5x - 6 \end{aligned}$$

(5) $(x+4)(x^2 - 4x + 16)$

$$\frac{16a^2 - 9}{}$$

(6) $(x-3y)^3$

$$\frac{6x^2 + 5x - 6}{}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (x+4)(x^2 - 4x + 4^2) \\ &= x^3 + 4^3 \\ &= x^3 + 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot (3y) + 3 \cdot x \cdot (-3y)^2 - (3y)^3 \\ &= x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3 \end{aligned}$$

$$\frac{x^3 + 64}{}$$

$$\frac{x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3}{}$$

2 次の式を展開せよ。

(各14点×2)

(1) $(x-2y+1)^2$

(2) $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$

$$\begin{aligned} x-2y &= A \text{ とおくと,} \\ \text{与式} &= (A+1)^2 \\ &= A^2 + 2A + 1 \\ &= (x-2y)^2 + 2(x-2y) + 1 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (x-1)(x+2) \times (x-2)(x+3) \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) \\ &= \{(x^2 + x) - 2\} \{(x^2 + x) - 6\} \\ &= (x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 \\ &= x^4 + 2x^3 + x^2 - 8x^2 - 8x + 12 \\ &= x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y + 1}{}$$

$$\frac{x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12}{}$$

3 因数分解

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の式を因数分解せよ。

(各12点×6)

(1) $a(b+3) - 2(b+3)$

(2) $x^2 - 10xy + 25y^2$

 $(b+3)$ は共通因数

与式= $(b+3)(a-2)$

与式= $x^2 - 2 \cdot x \cdot 5y + (5y)^2$

= $(x-5y)^2$

(3) $x^2 + x - 42$

$(a-2)(b+3)$

(4) $3x^2 + 5x + 2$

$(x-5y)^2$

与式= $x^2 + \{(-6)+7\}x + (-6) \cdot 7$
= $(x-6)(x+7)$

右のような計算から,

与式= $(x+1)(3x+2)$

$$\begin{array}{r}
 1 \cancel{\times} 1 \longrightarrow 3 \\
 3 \cancel{\times} 2 \longrightarrow 2 \\
 \hline
 3 \quad 2 \longrightarrow 5
 \end{array}$$

(5) $6x^2 - 7x - 3$

$(x-6)(x+7)$

(6) $a^3 + 125$

$(x+1)(3x+2)$

右のような計算から
与式= $(2x-3)(3x+1)$

$$\begin{array}{r}
 2 \cancel{\times} -3 \longrightarrow -9 \\
 3 \cancel{\times} 1 \longrightarrow 2 \\
 \hline
 6 \quad -3 \longrightarrow -7
 \end{array}$$

与式= $a^3 + 5^3$
= $(a+5)(a^2 - a \cdot 5 + 5^2)$
= $(a+5)(a^2 - 5a + 25)$

2 次の式を因数分解せよ。

(各14点×2)

(1) $a^2 + ab - b - 1$

(2) $(x-y)^2 + 7(x-y) - 18$

次数の低い b について整理すると
与式= $ab - b + a^2 - 1$
= $(a-1)b + (a+1)(a-1)$
= $(a-1)(b+a+1)$

$x-y=t$ とおくと,
与式= $t^2 + 7t - 18$
= $(t-2)(t+9)$
= $(x-y-2)(x-y+9)$

$(a-1)(a+b+1)$

$(x-y-2)(x-y+9)$

4 実数

氏名	得点
	/100

1 次の有理数を小数で表せ

(各12点×3)

(1) $\frac{5}{8}$

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8 \overline{) 50} \\ \underline{-48} \\ 20 \\ \underline{-16} \\ 40 \\ \underline{-40} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\frac{15}{11}$

$$\begin{array}{r} 1.36 \\ 11 \overline{) 15} \\ \underline{-11} \\ 40 \\ \underline{-33} \\ 70 \\ \underline{-66} \\ 40 \\ \end{array}$$

$\frac{15}{11} = 1.3636\cdots$
 $= 1.\dot{3}\dot{6}$

(3) $\frac{77}{37}$

$$\begin{array}{r} 2.081 \\ 37 \overline{) 77} \\ \underline{-74} \\ 30 \\ \underline{-29} \\ 40 \\ \end{array}$$

$\frac{77}{37} = 2.081081\cdots$
 $= 2.0\dot{8}\dot{1}$

0.625

1.36

2.081

2 次の循環小数を分数で表せ。

(各12点×3)

(1) $0.\dot{2}$

(2) $0.\overset{\circ}{8}\overset{\circ}{4}$

(3) $0.3\overset{\circ}{5}$

$x=0.\dot{2}$ とおくと

$x=0.2222\cdots \quad \cdots ①$

$10x=2.2222\cdots \quad \cdots ②$

$②-①$ より、 $9x=2$

$x=\frac{2}{9}$

$x=0.\overset{\circ}{8}\overset{\circ}{4}$ とおくと

$x=0.8484\cdots \quad \cdots ①$

$100x=84.8484\cdots \quad \cdots ②$

$②-①$ より、 $99x=84$

$x=\frac{84}{99}=\frac{28}{33}$

$x=0.3\overset{\circ}{5}$ とおくと

$10x=3.5555\cdots \quad \cdots ①$

$100x=35.5555\cdots \quad \cdots ②$

$②-①$ より、 $90x=32$

$x=\frac{32}{90}=\frac{16}{45}$

 $\frac{2}{9}$

 $\frac{28}{33}$

 $\frac{16}{45}$

3 x が次の値をとるとき、 $|x+3| + |x-6|$ の値を求めよ。

((1)(2)各9点×2, (3)10点)

(1) $x=7$

(2) $x=0$

(3) $x=-5$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= |7+3| + |7-6| \\ &= |10| + |1| \\ &= 10 + 1 \\ &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= |0+3| + |0-6| \\ &= |3| + |-6| \\ &= 3 + 6 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= |-5+3| + |-5-6| \\ &= |-2| + |-11| \\ &= 2 + 11 \\ &= 13 \end{aligned}$$

5 平方根

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \sqrt{54} + \sqrt{24}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= \sqrt{3^2 \cdot 6} + \sqrt{2^2 \cdot 6} \\ &= 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} \\ &= 5\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$(2) (2\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (2\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ &= 28 - 4\sqrt{21} + 3 \\ &= 31 - 4\sqrt{21} \end{aligned}$$

(各11点×4)

$$(3) \frac{5\sqrt{6}}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2(\sqrt{5})^2 + (1-2)\sqrt{10} - (\sqrt{2})^2 \\ &= 10 - \sqrt{10} - 2 \\ &= 8 - \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$(4) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{31-4\sqrt{21}}{8-\sqrt{10}}$$

$$\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{8-\sqrt{10}}$$

2 $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}, y = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(各12点×3)

$$(1) x+y$$

$$x = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2$$

$$y = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$$

$$x+y = (\sqrt{5}-2) + (\sqrt{5}+2) \\ = 2\sqrt{5}$$

$$(2) xy$$

$$xy = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) \\ = 1$$

$$(3) x^2+y^2$$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= (x+y)^2 - 2xy \\ &= (2\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 1 \\ &= 20-2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{1}$$

$$\frac{18}{1}$$

3 次の式を簡単にせよ。

(各10点×2)

$$(1) \sqrt{8-2\sqrt{15}}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{8-2\sqrt{15}} &= \sqrt{(5+3)-2\sqrt{5 \cdot 3}} \\ &= \sqrt{5}-\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(2) \sqrt{8+4\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{8+4\sqrt{3}} &= \sqrt{8+2\sqrt{12}} \\ &= \sqrt{(6+2)+2\sqrt{6 \cdot 2}} \\ &= \sqrt{6}+\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

6 1次不等式

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の不等式を解け。

(各12点×4)

(1) $6x - 5 < 3x + 4$

$6x - 3x < 4 + 5$

$3x < 9$

$x < 3$

(2) $2x + 3 \geq 4x + 7$

$2x - 4x \geq 7 - 3$

$-2x \geq 4$

$x \leq -2$

(3) $4(3x + 7) > 7x - 2$

$12x + 28 > 7x - 2$

$12x - 7x > -2 - 28$

$5x > -30$

$x > -6$

(4) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}x - 1$

$4x - 5 \leq 5x - 10$

$4x - 5x \leq -10 + 5$

$-x \leq -5$

$x \geq 5$

$x > -6$

$x \geq 5$

2 次の連立不等式を解け。

(各13点×2)

(1) $\begin{cases} x+4 < 3x+5 \\ 2x-1 \leq 1-x \end{cases}$

$x+4 < 3x+5$ より, $x > -\frac{1}{2}$

$2x-1 \leq 1-x$ より, $x \leq \frac{2}{3}$

(2) $3(x-1) < 2x+1 < 5x+4$

$3(x-1) < 2x+1$ より, $x < 4$

$2x+1 < 5x+4$ より, $x > -1$

$-\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3}$

$-1 < x < 4$

3 次の方程式、不等式を解け。

(各13点×2)

(1) $|x-5| = 2$

$x-5 = \pm 2$

$x = 7, 3$

(2) $|x+1| < 7$

$-7 < x+1 < 7$

各辺から 1 をひいて,

$-8 < x < 6$

$x = 3, 7$

$-8 < x < 6$

7 集合

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の集合 A, B について、 $A \cap B, A \cup B$ を求めよ。

(各10点×4)

(1) $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 4, 7, 9\}$

$$\begin{array}{l} A \cap B \\ A \cup B \end{array} \quad \begin{array}{l} \{1, 7\} \\ \{1, 3, 4, 5, 7, 9\} \end{array}$$

(2) $A = \{x \mid x \text{は } 12 \text{ の正の約数}\}, B = \{x \mid x \text{は } 18 \text{ の正の約数}\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

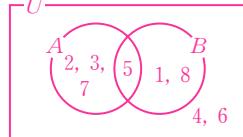
$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

$$\begin{array}{l} A \cap B \\ A \cup B \end{array} \quad \begin{array}{l} \{1, 2, 3, 6\} \\ \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\} \end{array}$$

2 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ を全体集合とする。 $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 5, 8\}$ であるとき、次の集合を求めよ。

(各10点×4)

(1) \bar{A}



(2) $\bar{A} \cap B$

(3) $A \cap \bar{B}$

$\{1, 4, 6, 8\}$

(4) $A \cup \bar{B}$

$\{1, 8\}$

$\{2, 3, 7\}$

$\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

3 実数全体の集合を全体集合、 $A = \{x \mid 1 < x < 4\}, B = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$ とするとき、次の集合を求めよ。

(1) $\bar{A} \cap \bar{B}$

$A \cup B = \{x \mid -2 \leq x < 4\}$

であるから、

ド・モルガンの法則により

$\bar{A} \cap \bar{B} = \bar{A \cup B}$

$= \{x \mid x < -2, 4 \leq x\}$

(2) $\bar{A} \cup \bar{B}$

$A \cap B = \{x \mid 1 < x \leq 3\}$

であるから、

ド・モルガンの法則により

$\bar{A} \cup \bar{B} = \bar{A \cap B}$

$= \{x \mid x \leq 1, 3 < x\}$

$\{x \mid x < -2, 4 \leq x\}$

$\{x \mid x \leq 1, 3 < x\}$

8 命題と条件	氏 名	得 点	/100
----------------	--------	--------	------

- 1 次の命題の真偽を調べよ。偽であれば反例を1つ示せ。ただし、 x, y は実数とする。 (14点)

$$x > y \Rightarrow x^2 > y^2$$

(例)

偽, 反例 : $x=1, y=-2$

- 2 次の□の中は、「必要条件である」、「十分条件である」、「必要十分条件である」、「必要条件でも十分条件でない」のうち、それぞれどれが最も適当か。ただし、 x, y は実数とする。 (各14点×4)

- (1) 10の倍数は5の倍数であるための□。 (2) $x+y=2$ は $xy=1$ であるための□。

「10の倍数 \Rightarrow 5の倍数」は真「 $x+y=2 \Rightarrow xy=1$ 」は偽,「5の倍数 \Rightarrow 10の倍数」は偽, 反例 : 5反例 : $x=2, y=0$ 「 $xy=1 \Rightarrow x+y=2$ 」は偽,反例 : $x=-1, y=-1$ 十分条件である

- (3) $x=1$ は $(x-1)^2=0$ であるための□。

必要条件でも十分条件でない

- (4) $|x|=3$ は $x=3$ であるための□。

「 $x=1 \Rightarrow (x-1)^2=0$ 」は真「 $|x|=3 \Rightarrow x=3$ 」は偽, 反例 : $x=-3$ 「 $(x-1)^2=0 \Rightarrow x=1$ 」は真「 $x=3 \Rightarrow |x|=3$ 」は真必要十分条件である必要条件である

- 3 次の命題の逆、裏、対偶を述べ、それらの真偽を調べよ。ただし、 x, y は実数とする。 (各10点×3)

$$x > 3 \Rightarrow x > 1$$

「 $x > 3$ 」の否定は「 $x \leq 3$ 」、「 $x > 1$ 」の否定は「 $x \leq 1$ 」逆 : $x > 1 \Rightarrow x > 3$, 偽(反例 : $x=2$)裏 : $x \leq 3 \Rightarrow x \leq 1$, 偽(反例 : $x=2$)対偶 : $x \leq 1 \Rightarrow x \leq 3$, 真

逆	<u>$x > 1 \Rightarrow x > 3$, 偽</u>
裏	<u>$x \leq 3 \Rightarrow x \leq 1$, 偽</u>
対偶	<u>$x \leq 1 \Rightarrow x \leq 3$, 真</u>

9 命題と証明	氏 名	得 点	/100
----------------	--------	--------	------

- 1** 対偶を利用して、次の命題を証明せよ。 (40点)

n は整数とする。 n^2 が 4 の倍数ならば、 n は 2 の倍数である。

与えられた命題の対偶は、次の命題である。

「 n が 2 の倍数でないならば、 n^2 は 4 の倍数でない」……Ⓐ

2 の倍数でない整数 n は、ある整数 k を用いて

$2k+1$ と表される。

このとき、 $n^2 = (2k+1)^2 = 4(k^2+k) + 1$

となり、 n^2 は 4 の倍数ではない。

よって、命題Ⓐは真である。

したがって、もとの命題も真である。

- 2** 背理法を利用して、次の命題を証明せよ。 (各30点×2)

- (1) $a+b=0$ かつ $ab\neq 0$ ならば、 a 、 b のうち少なくとも1つは負の数である。

$a+b=0$ かつ $ab\neq 0$ のとき、 a 、 b はともに負の数でないとすると、

$a\geq 0$ かつ $b\geq 0$ である。

$a=0$ 、 $b\geq 0$ のとき、 $ab\neq 0$ に矛盾する。

$a>0$ 、 $b\geq 0$ のとき、 $a+b=0$ に矛盾する。

よって、 $a+b=0$ かつ $ab\neq 0$ ならば、 a 、 b のうち少なくとも1つは負の数である。

- (2) x が無理数ならば、 $2-x$ は無理数である。

x が無理数のとき、 $2-x$ は無理数でないとすると、

$2-x$ は有理数である。

$2-x=r$ (r は有理数) とすると、 $x=2-r$

r が有理数のとき、 $2-r$ も有理数であるから、

x が無理数であることに矛盾する。

したがって、 $2-x$ は無理数である。

10 関数とグラフ

氏名		得点	/100
----	--	----	------

- 1 容積120Lの水槽に30Lの水が入っている。ここに、毎分15Lの割合で満水になるまで水を入れる。

水を入れ始めてから x 分後の水槽の中の水の量を y Lとする。このとき、 y を x の式で表し、定義域も示せ。

(各8点×2)

$$y = 30 + 15x \quad \text{すなわち} \quad y = 15x + 30$$

満水になるときの x の値は

$$15x + 30 = 120 \text{ を解いて, } x = 6$$

式 $y = 15x + 30$
定義域 $0 \leq x \leq 6$

- 2 関数 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ について、次の値を求めよ。

(各9点×4)

(1) $f(0)$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0^2 - 4 \cdot 0 + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

(2) $f(3)$

$$\begin{aligned} f(3) &= 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 \\ &= 2 \end{aligned}$$

(3) $f(-2)$

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 5 \\ &= 17 \end{aligned}$$

(4) $f(a+1)$

$$\begin{aligned} f(a+1) &= (a+1)^2 - 4(a+1) + 5 \\ &= a^2 + 2a + 1 - 4a - 4 + 5 \\ &= a^2 - 2a + 2 \end{aligned}$$

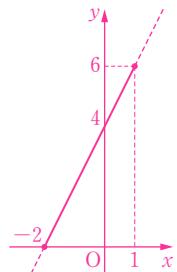
17

$a^2 - 2a + 2$

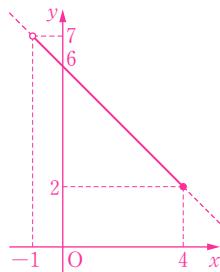
- 3 次の関数のグラフをかき、その値域を求めよ。また、最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(各8点×6)

(1) $y = 2x + 4 \quad (-2 \leq x \leq 1)$



(2) $y = -x + 6 \quad (-1 < x \leq 4)$



値域 $0 \leq y \leq 6$
最大値 6
最小値 0

値域 $2 \leq y < 7$
最大値 なし
最小値 2

11 2次関数のグラフ

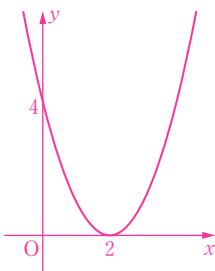
氏名

得点

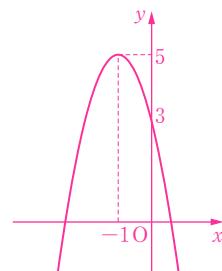
/100

- 1** 次の2次関数のグラフをかけ。また、その軸と頂点を求めよ。

(1) $y = (x-2)^2$



(2) $y = -2(x+1)^2 + 5$



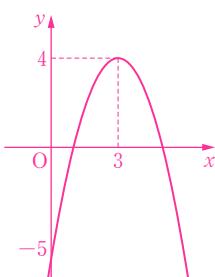
軸 直線 $x=2$
 頂点 (2, 0)

軸 直線 $x=-1$
 頂点 (-1, 5)

- 2** 次の2次関数のグラフをかけ。また、その軸と頂点を求めよ。

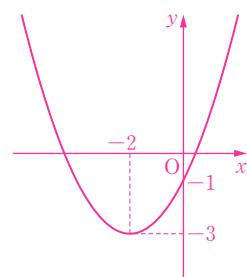
(1) $y = -x^2 + 6x - 5$

$$\begin{aligned}y &= -(x^2 - 6x) - 5 \\&= -\{(x-3)^2 - 9\} - 5 \\&= -(x-3)^2 + 4\end{aligned}$$



(2) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x) - 1 \\&= \frac{1}{2}\{(x+2)^2 - 4\} - 1 \\&= \frac{1}{2}(x+2)^2 - 3\end{aligned}$$



軸 直線 $x=3$
 頂点 (3, 4)

軸 直線 $x=-2$
 頂点 (-2, -3)

- 3** 放物線 $y = x^2 + 2x + 3$ は、どのように平行移動すると、次の放物線に重なるか。

(1) $y = x^2 - 8x + 14$

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 2x + 3 \text{ を変形すると, } y = (x+1)^2 + 2 \\y &= x^2 - 8x + 14 \text{ を変形すると, } y = (x-4)^2 - 2 \\ \text{頂点は点 } &(-1, 2) \text{ から点 } (4, -2) \text{ に移る。} \\ x \text{ 軸方向には, } &4 - (-1) = 5 \\ y \text{ 軸方向には, } &-2 - 2 = -4 \quad \text{ 平行移動する。}\end{aligned}$$

(2) $y = x^2 + 4x + 10$

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + 10 \text{ を変形すると, } y = (x+2)^2 + 6 \\ \text{頂点は点 } &(-1, 2) \text{ から点 } (-2, 6) \text{ に移る。} \\ x \text{ 軸方向には, } &-2 - (-1) = -1 \\ y \text{ 軸方向には, } &6 - 2 = 4 \quad \text{ 平行移動する。}\end{aligned}$$

x 軸方向に 5, y 軸方向に -4

x 軸方向に -1, y 軸方向に 4

12 2次関数の最大・最小

氏名

得点

/100

- 1** 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(各10点×4)

$$(1) \quad y = 2(x+3)^2 - 1$$

$$(2) \quad y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 7$$

グラフは下に凸の放物線

グラフは上に凸の放物線

最大値 _____
最小値 $x = -3$ で最小値 -1

最大値 $x = 4$ で最大値 7
最小値 _____
ない

- 2** 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

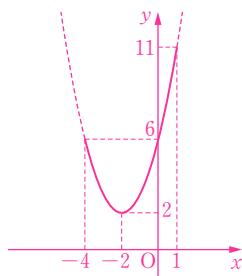
(各12点×4)

$$(1) \quad y = x^2 + 4x + 6 \quad (-4 \leq x \leq 1)$$

$$(2) \quad y = -2x^2 + 4x + 1 \quad (-1 \leq x \leq 2)$$

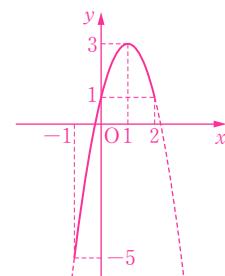
$$y = (x+2)^2 + 2$$

と変形できる。

グラフは右の図の
実線部分。

$$y = -2(x-1)^2 + 3$$

と変形できる。

グラフは右の図の
実線部分。

最大値 $x = 1$ で最大値 11
最小値 $x = -2$ で最小値 2

最大値 $x = 1$ で最大値 3
最小値 $x = -1$ で最小値 -5

- 3** $x+y=10$ のとき、 xy の最大値を求めよ。

(12点)

$$x+y=10 \text{ から, } y=10-x \quad \cdots \cdots ①$$

これを xy に代入すると

$$xy = x(10-x)$$

$$= -x^2 + 10x$$

$$= -(x-5)^2 + 25$$

よって、 xy は $x=5$ で、最大値 25 をとる。このとき、①より、 $y=5$

$x=y=5$ で、 xy は最大値 25 をとる

13 2次関数の決定	氏 名	得 点	/100
-------------------	--------	--------	------

- 1** $x=2$ で最小値 -5 をとり, $x=4$ のとき $y=3$ となる 2 次関数を求めよ。 (25点)

$$y=a(x-2)^2-5 \text{ と表される。} (a>0)$$

$x=4$ のとき $y=3$ となるから

$$3=a(4-2)^2-5 \quad a=2$$

したがって, $y=2(x-2)^2-5$

$$y=2x^2-8x+3$$

$$y=2x^2-8x+3$$

- 2** 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。 (各25点×3)

- (1) 直線 $x=1$ を軸とし, 2 点 $(0, 1)$, $(3, 10)$ を通る。

$$y=a(x-1)^2+q \text{ と表される。}$$

$$\text{点 } (0, 1) \text{ を通るから, } 1=a+q$$

$$\text{点 } (3, 10) \text{ を通るから, } 10=4a+q$$

$$\text{これを解くと, } a=3, q=-2$$

$$\text{したがって, } y=3(x-1)^2-2$$

$$y=3x^2-6x+1$$

$$y=3x^2-6x+1$$

- (2) 頂点が点 $(2, 6)$ で, 点 $(1, 5)$ を通る。

$$y=a(x-2)^2+6 \text{ と表される。}$$

$$\text{点 } (1, 5) \text{ を通るから, } 5=a+6$$

$$\text{よって, } a=-1$$

$$\text{したがって, } y=-(x-2)^2+6$$

$$y=-x^2+4x+2$$

$$y=-x^2+4x+2$$

- (3) 3 点 $(1, 2)$, $(2, 8)$, $(-1, -4)$ を通る。

$$y=ax^2+bx+c \text{ とする。}$$

$$\text{点 } (1, 2) \text{ を通るから, } 2=a+b+c \quad \cdots ①$$

$$\text{点 } (2, 8) \text{ を通るから, } 8=4a+2b+c \quad \cdots ②$$

$$\text{点 } (-1, -4) \text{ を通るから, } -4=a-b+c \quad \cdots ③$$

$$②-① \text{ から, } 3a+b=6$$

$$②-③ \text{ から, } 3a+3b=12 \quad a=1, b=3$$

$$\text{これらを } ① \text{ に代入して } c=-2$$

$$y=x^2+3x-2$$

14 2次方程式	氏 名	得 点	/100
-----------------	--------	--------	------

1 次の2次方程式を解け。 (各10点×4)

(1) $x^2 + 8x - 9 = 0$

左辺を因数分解すると,

$$(x+9)(x-1)=0$$

$$x+9=0 \text{ または } x-1=0$$

$$\text{したがって, } x=-9, 1$$

$$x=-9, 1$$

(2) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

左辺を因数分解すると,

$$(x-2)(3x+1)=0$$

$$x-2=0, 3x+1=0$$

$$x=2, -\frac{1}{3}$$

$$x=2, -\frac{1}{3}$$

(4) $x^2 - 10x + 7 = 0$

$b=2b'$ の解の公式を使うと,

$$x = -(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 1 \cdot 7}$$

$$= 5 \pm \sqrt{18}$$

$$= 5 \pm 3\sqrt{2}$$

$$x=5 \pm 3\sqrt{2}$$

2 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。 (各10点×3)

(1) $x^2 + 3x + 5 = 0$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -11 < 0$$

0個

(2) $2x^2 - x - 3 = 0$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 > 0$$

2個

(3) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

$$D = (-2\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 0$$

1個

3 次の問いに答えよ。 (各15点×2)

(1) 2次方程式 $3x^2 - 4x + m = 0$ が異なる2つの実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot m > 0$$

$$\text{すなわち, } 4 - 3m > 0$$

$$\text{よって, } m < \frac{4}{3}$$

$$m < \frac{4}{3}$$

(2) 2次方程式 $x^2 + (m+2)x + 4 = 0$ が重解をもつように、定数 m の値を定めよ。

$$D = (m+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$\text{すなわち, } m^2 + 4m - 12 = 0$$

$$\text{これを解くと, } m = -6, 2$$

$$m = -6, 2$$

15 2次関数のグラフと x 軸の位置関係

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(各14点×2)

(1) $y = x^2 - 2$

(2) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

$$\begin{aligned} & \text{2次方程式 } x^2 - 2 = 0 \text{ を解くと,} \\ & x^2 = 2 \quad x = \pm\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{2次方程式 } \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ を解くと,} \\ & x^2 - 6x + 9 = 0 \quad x = 3 \text{ (重解)} \end{aligned}$$

$$(-\sqrt{2}, 0), (\sqrt{2}, 0)$$

$$(3, 0)$$

2 次の 2 次関数のグラフと x 軸の位置関係を調べよ。

(各14点×3)

(1) $y = x^2 + 3x + 4$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7 < 0$$

 共有点をもたない

(2) $y = 3x^2 - 6x + 2$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12 > 0$$

 異なる 2 点で交わる

(3) $y = -2x^2 + 4x - 2$

$$D = 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0$$

 1 点で接する

3 次の放物線と直線の共有点の個数を求めよ。

(各15点×2)

(1) $y = x^2 + 6x - 2, y = 2x - 6$

(2) $y = -x^2 + 2x - 2, y = -4x + 5$

$$x^2 + 6x - 2 = 2x - 6$$

$$-x^2 + 2x - 2 = -4x + 5$$

$$\text{すなわち, } x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\text{すなわち, } x^2 - 6x + 7 = 0$$

について,

について,

$$D = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$$

 1 個

 2 個

16 2次不等式

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次の 2 次不等式を解け。

(各14点×6)

(1) $(x+3)(x-4) > 0$

(2) $x^2 - 10x + 16 \leq 0$

$(x+3)(x-4) = 0$ を解くと, $x = -3, 4$
よって, $x < -3, 4 < x$

$x^2 - 10x + 16 = 0$ を解くと,
 $(x-2)(x-8) = 0$ $x = 2, 8$
よって, $2 \leq x \leq 8$

(3) $x^2 + 6x - 4 \geq 0$

$x < -3, 4 < x$

$x^2 + 6x - 4 = 0$ を解くと, $x = -3 \pm \sqrt{13}$
よって, $x \leq -3 - \sqrt{13}, -3 + \sqrt{13} \leq x$

(4) $4x^2 - 4x - 3 < 0$

$2 \leq x \leq 8$

$4x^2 - 4x - 3 = 0$ を解くと,
 $(2x+1)(2x-3) = 0$
 $x = -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

(解の公式を利用してもよい)

よって,
 $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

$-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

(5) $x^2 + 8x + 16 \geq 0$

$D = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 0$
 $x^2 + 8x + 16 = 0$ を解くと, $x = -4$ (重解)
よって, $x^2 + 8x + 16 \geq 0$ の解は,
すべての実数

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7 < 0$
よって, $x^2 - 3x + 4 < 0$ の解は, ない

すべての実数

ない

2 次方程式 $x^2 + 2mx + m = 0$ が実数解をもつように, 定数 m の値の範囲を求めよ。

(16点)

実数解をもつための条件は,

$D = (2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m \geq 0$

すなわち, $m^2 - m \geq 0$

$m(m-1) \geq 0$ より, $m \leq 0, 1 \leq m$

$m \leq 0, 1 \leq m$

17 锐角の三角比

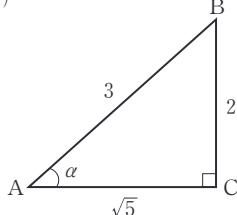
氏名

得点

/100

- 1** 下の図において、 α 、 β の三角比の値を求めよ。分母は有理化しなくてよい。(各8点×6)

(1)

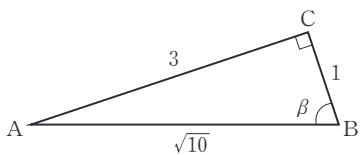


$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

(2)



$$\sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\tan \beta = 3$$

- 2** 次の式の値を求めよ。(各11点×2)

(1) $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$

$$\text{与式} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(2) $\sin 30^\circ \tan 45^\circ \cos 60^\circ$

$$\text{与式} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{3}$$

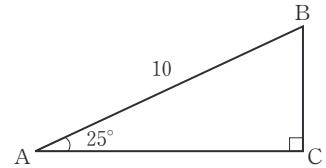
$$\frac{1}{4}$$

- 3** 次の問いに答えよ。ただし、 $\sin 25^\circ = 0.4226$ 、 $\cos 25^\circ = 0.9063$ 、 $\tan 25^\circ = 0.4663$ とする。(各10点×3)

- (1) 右の図の直角三角形ABCで、辺BC、ACの長さを求めよ。

$$\sin 25^\circ = \frac{BC}{AB} \text{ から, } BC = AB \times \sin 25^\circ = 10 \times 0.4226 = 4.226$$

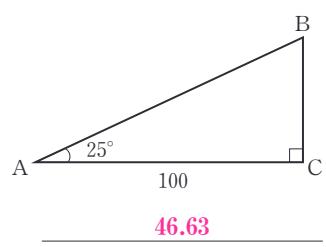
$$\cos 25^\circ = \frac{AC}{AB} \text{ から, } AC = AB \times \cos 25^\circ = 10 \times 0.9063 = 9.063$$



$$\begin{array}{l} BC \\ AC \end{array} \quad \begin{array}{r} 4.226 \\ 9.063 \end{array}$$

- (2) 右の図の直角三角形ABCで、辺BCの長さを求めよ。

$$\tan 25^\circ = \frac{BC}{AC} \text{ から, } BC = AC \times \tan 25^\circ = 100 \times 0.4663 = 46.63$$



$$46.63$$

18 鈍角の三角比

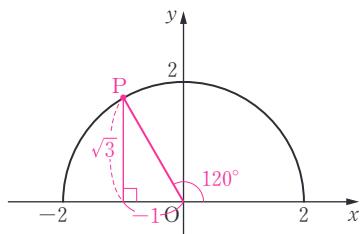
氏名

得点

/100

- 1 次の図を用いて、 120° の三角比の値を求めよ。

(各10点×3)

左の図で点Pの座標は $(-1, \sqrt{3})$ となる。

$$\sin 120^\circ = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = \frac{x}{r} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120^\circ = \frac{y}{x} = -\sqrt{3}$$

$$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$$

- 2 130° の三角比の値を求めよ。ただし、 $\sin 50^\circ = 0.7660$, $\cos 50^\circ = 0.6428$, $\tan 50^\circ = 1.1918$ とする。 (各10点×3)

$$\sin 130^\circ = \sin(180^\circ - 50^\circ) = \sin 50^\circ$$

$$\cos 130^\circ = \cos(180^\circ - 50^\circ) = -\cos 50^\circ$$

$$\tan 130^\circ = \tan(180^\circ - 50^\circ) = -\tan 50^\circ$$

$$\sin 130^\circ = 0.7660$$

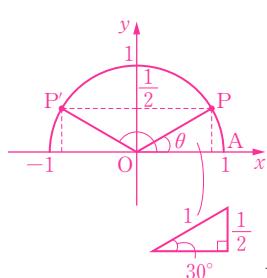
$$\cos 130^\circ = -0.6428$$

$$\tan 130^\circ = -1.1918$$

- 3 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めよ。 (各10点×4)

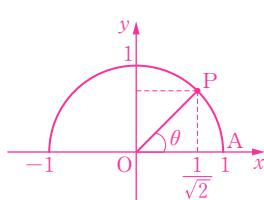
(1) $\sin \theta = \frac{1}{2}$

(2) $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$



y 座標が $\frac{1}{2}$ となる点Pは
2つある。
 $\angle AOP = 30^\circ$
 $\angle AOP' = 150^\circ$

$$\theta = 30^\circ, 150^\circ$$

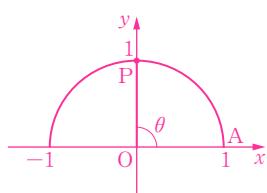


x 座標が $\frac{1}{\sqrt{2}}$ となる点P
をとる。
 $\angle AOP = 45^\circ$

$$\theta = 45^\circ$$

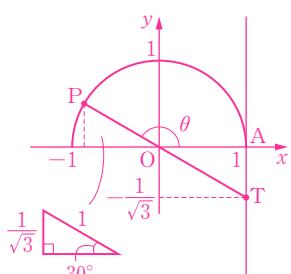
(3) $\cos \theta = 0$

(4) $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$



x 座標が 0 となる点Pを
とる。
 $\angle AOP = 90^\circ$

$$\theta = 90^\circ$$



直線 $x=1$ 上に y 座標が
 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ となる点Tをとり、
直線OTと半円Oの交点
をPとする。
 $\angle AOP = 150^\circ$

$$\theta = 150^\circ$$

19 三角比の相互関係

氏名		得点	/100
----	--	----	------

- 1 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。 $\cos\theta = \frac{5}{6}$ のとき、 $\sin\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。

(各13点×2)

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ から, } \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

$$\sin\theta \geq 0 \text{ だから, } \sin\theta = \sqrt{\frac{11}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sqrt{11}/6}{5/6} = \frac{\sqrt{11}}{5}$$

sinθ	$\frac{\sqrt{11}}{6}$	tanθ	$\frac{\sqrt{11}}{5}$
------	-----------------------	------	-----------------------

- 2 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ のとき、 $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。

(各12点×4)

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\theta \text{ が鋭角のとき, } \cos\theta > 0 \text{ だから, } \cos\theta = \frac{3}{5} \quad \tan\theta = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3}$$

$$\theta \text{ が鈍角のとき, } \cos\theta < 0 \text{ だから, } \cos\theta = -\frac{3}{5} \quad \tan\theta = \frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{3}$$

θ が鋭角のとき	cosθ	$\frac{3}{5}$	tanθ	$\frac{4}{3}$
θ が鈍角のとき	cosθ	$-\frac{3}{5}$	tanθ	$-\frac{4}{3}$

- 3 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\tan\theta = -\frac{2}{3}$ のとき、 $\sin\theta$, $\cos\theta$ の値を求めよ。

(各13点×2)

$$\frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta = 1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{13}{9} \quad \text{よって, } \cos^2\theta = \frac{9}{13}$$

$$\tan\theta < 0 \text{ より, } \theta \text{ は鈍角だから, } \cos\theta = -\frac{3}{\sqrt{13}} \quad \sin\theta = \tan\theta \cos\theta = -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

sinθ	$\frac{2}{\sqrt{13}}$	cosθ	$-\frac{3}{\sqrt{13}}$
------	-----------------------	------	------------------------

20 正弦定理と余弦定理

氏名		得点	/100
----	--	----	------

- 1 $\triangle ABC$ において、 $a=3$, $A=60^\circ$, $B=45^\circ$ のとき、 b と外接円の半径 R を求めよ。 (各15点×2)

正弦定理により、 $\frac{3}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$ よって、 $b = \frac{3}{\sin 60^\circ} \cdot \sin 45^\circ = 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$
 $\frac{3}{\sin 60^\circ} = 2R$ より、 $R = \frac{3}{2\sin 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

b _____ $\sqrt{6}$ _____ R _____ $\sqrt{3}$ _____

- 2 $\triangle ABC$ において、次のものを求めよ。 (各15点×2)

(1) $a=1$, $b=2$, $C=120^\circ$ のとき、 c (2) $a=\sqrt{5}$, $b=1$, $c=\sqrt{2}$ のとき、 A

$c^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cos 120^\circ$
 $= 1 + 4 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 7$
 $c > 0$ だから、 $c = \sqrt{7}$

$\cos A = \frac{1^2 + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}}$
 $= -\frac{2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
 よって、 $A = 135^\circ$

_____ $\sqrt{7}$ _____ 135° _____

- 3 $\triangle ABC$ において、 $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{2}$, $C = 135^\circ$ のとき、次のものを求めよ。 ((1)(2)各15点×2, (3)10点)

(1) c

余弦定理より、 $c^2 = (\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot (\sqrt{3} - 1) \cdot \sqrt{2} \cos 135^\circ$
 $= 4 - 2\sqrt{3} + 2 - 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 4$

$c > 0$ だから、 $c = 2$

2

(2) B

正弦定理より、 $\frac{\sqrt{2}}{\sin B} = \frac{2}{\sin 135^\circ}$ $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

ここで、 $B < 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ だから、 $B = 30^\circ$

30°

(3) A

$A = 180^\circ - (135^\circ + 30^\circ) = 15^\circ$

15°

21 三角形の面積

氏名		得点	/100
----	--	----	------

1 次のような△ABC の面積 S を求めよ。

(各20点×2)

(1) $b=10, c=6, A=60^\circ$

(2) $c=3, a=4, B=135^\circ$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 15\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin 135^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$15\sqrt{3}$

$3\sqrt{2}$

2 3 辺の長さが $a=7, b=8, c=9$ である△ABCにおいて、次のものを求めよ。

(各15点×4)

(1) $\cos C$

(2) $\sin C$

$$\cos C = \frac{7^2 + 8^2 - 9^2}{2 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{32}{2 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 C &= 1 - \cos^2 C = 1 - \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{45}{49} \\ \sin C &> 0 \text{ だから,} \\ \sin C &= \sqrt{\frac{45}{49}} = \frac{3\sqrt{5}}{7} \end{aligned}$$

$\frac{2}{7}$

$\frac{3\sqrt{5}}{7}$

(3) 面積 S

(4) 内接円の半径 r

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{7} \\ &= 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} r(7+8+9) = 12r \\ \text{よって, (3)より} \\ 12r &= 12\sqrt{5} \\ r &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$12\sqrt{5}$

$\sqrt{5}$

22 空間図形への応用

氏名		得点	/100
----	--	----	------

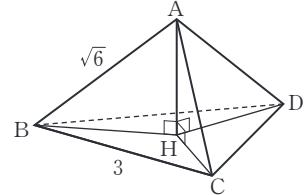
- 1 AB=AC=AD=√6, BC=CD=DB=3 である四面体ABCDがある。頂点Aから底面BCDに垂線AHを下ろす。次のものを求めよ。
(各25点×2)

(1) BHの長さ

 $\triangle BCD$ は正三角形で、Hは外接円の中心だから、

正弦定理により、 $\frac{3}{\sin 60^\circ} = 2BH$

よって、 $BH = \frac{3}{2\sin 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$



$\sqrt{3}$

(2) 四面体の体積V

$AH = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 \sin 60^\circ \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{9}{4}$

$\frac{9}{4}$

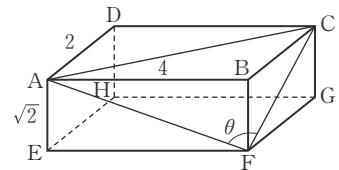
- 2 右の図のような、AB=4, AD=2, AE=√2 である直方体ABCD-EFGHがある。次のものを求めよ。

(各25点×2)

(1) $\angle AFC = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ の値

$AF^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 18, FC^2 = (\sqrt{2})^2 + 2^2 = 6, AC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

$\cos \theta = \frac{AF^2 + FC^2 - AC^2}{2 \cdot AF \cdot FC} = \frac{18 + 6 - 20}{2 \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{6}} = \frac{4}{2 \cdot 6\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$



$\frac{1}{3\sqrt{3}}$

(2) $\triangle AFC$ の面積

$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{26}{27}$ $\sin \theta > 0$ だから、 $\sin \theta = \frac{\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}$

$S = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot FC \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{26}}{3\sqrt{3}} = \sqrt{26}$

$\sqrt{26}$

23 データの散らばり

氏名

得点

/100

- 1 次のデータは、あるゲームを10回行ったときの各回の得点である。このデータについて、下の問い合わせに答えよ。

7, 5, 3, 8, 6, 4, 2, 5, 4, 8 (点)

小さい順に並べると、

(各10点×7)

2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8

- (1) 次のものを求めよ。

① 範囲

$$8 - 2 = 6 \text{ (点)}$$

② 第2四分位数

$$\text{10個のデータの中央値 } \frac{5+5}{2} = 5 \text{ (点)}$$

6点

5点

③ 第1四分位数

小さい方の5個のデータの中央値

④ 第3四分位数

大きい方の5個のデータの中央値

4点

7点

⑤ 四分位範囲

$$7 - 4 = 3 \text{ (点)}$$

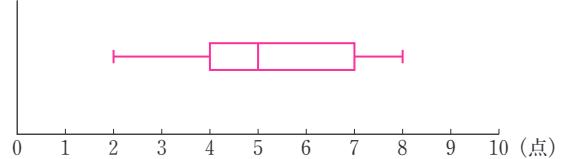
⑥ 四分位偏差

$$\frac{7-4}{2} = 1.5 \text{ (点)}$$

3点

1.5点

- (2) データの箱ひげ図をかけ。



- 2 次のデータは、10人の生徒の小テスト(10点満点)の結果である。下の問い合わせに答えよ。 (各10点×3)

8, 5, 4, 8, 6, 9, 4, 3, 8, 5

- (1) 平均値を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(8+5+4+8+6+9+4+3+8+5) = \frac{60}{10} = 6 \text{ (点)}$$

6点

- (2) 分散、標準偏差を求めよ。

x	8	5	4	8	6	9	4	3	8	5
$x - \bar{x}$ (偏差)	2	-1	-2	2	0	3	-2	-3	2	-1
$(x - \bar{x})^2$	4	1	4	4	0	9	4	9	4	1

別解

$$\begin{aligned}\bar{x}^2 &= \frac{1}{10}(8^2 + 5^2 + 4^2 + 8^2 + 6^2 + 9^2 + 4^2 + 3^2 + 8^2 + 5^2) \\ &= \frac{400}{10} = 40\end{aligned}$$

$$s^2 = 40 - 6^2 = 4$$

$$\text{分散 } s^2 = \frac{1}{10}(4+1+4+4+0+9+4+9+4+1) = \frac{40}{10} = 4$$

$$\text{標準偏差 } s = \sqrt{4} = 2 \text{ (点)}$$

分散	4
標準偏差	2点

24 データの相関

氏名

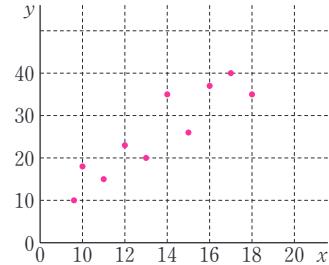
得点

/100

- 1** 次のような2つの変量 x, y からなるデータについて、散布図をかけ。また、 x と y の間に相関がある場合には、正か負のどちらの相関があるか答えよ。
(各10点×4)

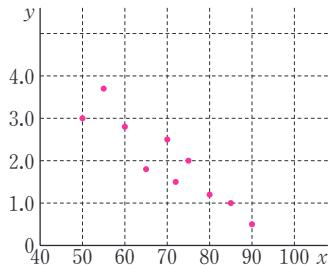
(1)	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>8</td><td>16</td><td>13</td><td>10</td><td>18</td><td>12</td><td>15</td><td>11</td><td>17</td><td>14</td></tr> <tr><td>y</td><td>10</td><td>37</td><td>20</td><td>18</td><td>35</td><td>23</td><td>26</td><td>15</td><td>40</td><td>35</td></tr> </table>	x	8	16	13	10	18	12	15	11	17	14	y	10	37	20	18	35	23	26	15	40	35
x	8	16	13	10	18	12	15	11	17	14													
y	10	37	20	18	35	23	26	15	40	35													

正の相関がある



(2)	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>70</td><td>80</td><td>55</td><td>85</td><td>60</td><td>72</td><td>50</td><td>75</td><td>90</td><td>65</td></tr> <tr><td>y</td><td>2.5</td><td>1.2</td><td>3.7</td><td>1.0</td><td>2.8</td><td>1.5</td><td>3.0</td><td>2.0</td><td>0.5</td><td>1.8</td></tr> </table>	x	70	80	55	85	60	72	50	75	90	65	y	2.5	1.2	3.7	1.0	2.8	1.5	3.0	2.0	0.5	1.8
x	70	80	55	85	60	72	50	75	90	65													
y	2.5	1.2	3.7	1.0	2.8	1.5	3.0	2.0	0.5	1.8													

負の相関がある



- 2** 2つの変量 x, y の値が、次の表で与えられているとき、下の問い合わせに答えよ。

(各12点×5)

x	5	9	3	6	7
y	6	8	5	7	9

- (1) x, y の平均値 \bar{x}, \bar{y} をそれぞれ求めよ。

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(5+9+3+6+7) = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{1}{5}(6+8+5+7+9) = \frac{35}{5} = 7$$

$$\begin{array}{c} \bar{x} \\ \hline \bar{y} \end{array} \quad \begin{array}{c} 6 \\ \hline 7 \end{array}$$

- (2) x と y の共分散 s_{xy} を求めよ。

$$s_{xy} = \frac{1}{5}\{(5-6) \times (6-7) + (9-6) \times (8-7) + (3-6) \times (5-7) + (6-6) \times (7-7) + (7-6) \times (9-7)\} = \frac{12}{5} = 2.4$$

2.4

- (3) x と y の相関係数 r を求めよ。ただし、 $\sqrt{2}=1.41$ とし、答えは四捨五入して小数第2位まで求めよ。

また、 x と y にはどのような相関があると考えられるか。

$$s_x^2 = \frac{1}{5}\{(5-6)^2 + (9-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2\} = \frac{20}{5} = 4$$

$$s_y^2 = \frac{1}{5}\{(6-7)^2 + (8-7)^2 + (5-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2\} = \frac{10}{5} = 2$$

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{2.4}{\sqrt{4} \sqrt{2}} = \frac{1.2}{\sqrt{2}} = 0.6\sqrt{2} = 0.6 \times 1.41 = 0.846 \approx 0.85$$

$$r \quad \begin{array}{c} 0.85 \\ \hline \end{array}$$

正の相関がある

25 仮説検定の考え方	氏名	得点	/100
--------------------	----	----	------

- 1** 次の文の にあてはまるものを記入せよ。 (各 5 点 × 2)

仮説検定において、ある事象が起こることが非常にまれであると判断する基準として、標本の平均値と標準偏差を用いることがある。このとき、実現した値 x について、標本から計算される平均値を m 、標準偏差を s として、
 $x < \boxed{(1)}$, $\boxed{(2)} < x$ のとき、帰無仮説を棄却する。また、 $\boxed{(1)} \leq x \leq \boxed{(2)}$ のとき、帰無仮説は棄却されない。

$$(1) \boxed{m - 2s} \quad (2) \boxed{m + 2s}$$

- 2** 「1 枚の表裏のあるコインを 5 回投げる」という試行を 100 回繰り返す。下の表は、表が出た回数を度数分布表に表したものである。ただし、このコインの表裏の出方は同様に確からしいものとする。

ある 1 枚の表裏のあるコインを 5 回投げたところ、4 回表が出た。このコインは表が出やすいといえるか、検定せよ。
 必要であれば電卓を用いてもよい。 (30 点)

表が出た回数(回)	0	1	2	3	4	5	計
度数(回)	4	16	33	32	13	2	100

帰無仮説を「このコインを 1 回投げたとき、表が出る確率は $\frac{1}{2}$ である」とする。

表が出た回数の平均値は 2.4 回、標準偏差は $\sqrt{1.18}$ 回と求められる。

$4 < 2.4 + 2 \times \sqrt{1.18}$ より、帰無仮説は棄却されない。

表が出やすいとはいえない。

- 3** 1 枚の表裏のあるコインを 4 回投げたところ、3 回表が出た。このコインは表が出やすいといえるか、有意水準 10% で検定せよ。 (30 点)

帰無仮説を「このコインを 1 回投げたとき、表が出る確率は $\frac{1}{2}$ である」とする。

表裏の出方は全部で $2^4 = 16$ (通り) 表が 3 回出る表裏の出方は、①1 回目のみ裏、②2 回目のみ裏、
 ③3 回目のみ裏、④4 回目のみ裏 の 4 通りあるから、3 回表が出る確率は、 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} (= 25\%)$
 $10\% < 25\%$ より、帰無仮説は棄却されない。

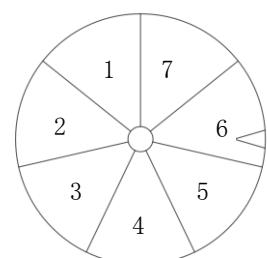
表が出やすいとはいえない。

- 4** 右の図のようなルーレットを 2 回まわしたところ、1 の目が 2 回出た。このルーレット
 は 1 の目が出やすいといえるか、有意水準 5% で検定せよ。 (30 点)

帰無仮説を「このルーレットを 1 回まわしたとき、1 の目が出る確率は $\frac{1}{7}$ である」とする。

2 回の目の出方は全部で $7^2 = 49$ (通り)

1 の目が 2 回出る目の出方は、1 通りあるから、1 の目が 2 回出る確率は、 $\frac{1}{49} (\approx 2.04\%)$
 $2.04\% < 5\%$ より、帰無仮説は棄却される。



1 の目が出やすいといえる。