1　集合の要素の個数

氏名		得点	/100

1 全体集合 U の部分集合 A，B について，$n(U)=120$，$n(A)=45$，$n(B)=85$，$n(A\cap B)=43$ であるとき，次の個数を求めよ。 (各10点×3)

(1) $n(\overline{A})$

(2) $n(A\cup B)$

(3) $n(\overline{A}\cup\overline{B})$

2 100 から 300 までの整数のうち，次のような数はいくつあるか。 (各11点×4)

(1) 6 の倍数

(2) 4 の倍数でない整数

(3) 4 と 6 の少なくとも一方で割り切れる整数

(4) 4 の倍数でも 6 の倍数でもない整数

3 ある高校の 1 年生 250 人のクラブ活動について調査したところ，運動部に所属している人は 140 人，文化部に所属している人は 100人，どちらにも所属している人は 25 人であった。このとき，次の問いに答えよ。 (各13点×2)

(1) 運動部と文化部のどちらにも所属していない人は何人いるか。

(2) 文化部のみに所属している人は何人いるか。

# 2　場合の数	氏名		得点	/100

1　4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{2}$ から 3 枚を取り出して並べ，3 桁の整数をつくる。このときできる整数をすべて求め，小さい方から順に書け。 (14点)

2　次の問いに答えよ。 (各14点×4)

(1)　大小 2 個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。

①　目の和が 4 の 倍数

②　目の和が 5 以下

(2)　数学の参考書が 5 種類，問題集が 8 種類ある。それぞれ 1 種類ずつ選んで，計 2 冊の組を作る方法は何通りあるか。

(3)　次の式を展開した式の項の個数を求めよ。

$(a+b+c)(m+n)(x+y)$

3　次の数の正の約数は何個あるか。 (各15点×2)

(1)　36　　　(2)　125

3　順列

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各12点×4）

(1) A，B，C，D，E，F，Gの７個の文字から４個取って１列に並べる順列の総数を，記号Pを使って表せ。また，その値を求めよ。

(2) ６人を１列に並べてできる順列の総数を求めよ。

(3) ４個の数字 0，1，2，3 の中の異なる数字を使ってできる次のような整数は何個あるか。

① ３桁の整数

② ３桁の奇数

2 男子２人，女子４人が１列に並ぶとき，次のような並び方は，それぞれ何通りあるか。（各13点×2）

(1) 男子２人が隣り合うように並ぶ。

(2) 両端に女子が並ぶ。

3 次の問いに答えよ。（各13点×2）

(1) ４人が円形のテーブルに着席する方法は何通りあるか。

(2) ６個の数字 1，2，3，4，5，6 を使ってできる２桁の整数は何個あるか。ただし，数字は重複して使ってよいものとする。

# 4　組合せ	氏名		得点	/100

1　1から9までの9個の自然数がある。次の問いに答えよ。　(各10点×5)

(1)　9個の数から7個の数を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　9個の数から4個の数を選ぶとき，次のような選び方は何通りあるか。

①　全体から4個を選ぶ。

②　奇数2個と偶数2個を選ぶ。

③　1と9を含んで4個選ぶ。

④　少なくとも1個は偶数を選ぶ。

2　次の問いに答えよ。　(各10点×5)

(1)　正七角形の対角線の本数を求めよ。

(2)　6人の生徒を次のような組に分けるとき，分け方は何通りあるか。

①　3人，2人，1人の組に分ける

②　2人ずつ3組に分ける

(3)　FOREVERの7文字を1列に並べるとき，並べ方は全部で何通りあるか。

(4)　4冊のノートを3人に分ける方法は何通りあるか。ただし，1冊ももらえない人があってもよいものとする。

5　事象と確率

氏名		得点	/100

1　2個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。　(各12点×2)

(1)　目の差が2になる。

(2)　目の積が6の倍数になる。

2　A，B，C，D，E，Fの6文字を1列に並べるとき，次の確率を求めよ。　(各12点×2)

(1)　両端がA，Fになる確率

(2)　B，C，D，Eの4文字が隣り合う確率

3　次の問いに答えよ。　(各13点×4)

(1)　白玉3個，赤玉4個が入っている袋から，よくかき混ぜて2個を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

①　2個とも赤玉である確率

②　白玉と赤玉が1個ずつである確率

(2)　男子4人，女子6人の中から3人の委員を選ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

①　男子1人，女子2人が選ばれる確率

②　10人の中の特定の6人から3人が選ばれる確率

6　確率の基本性質

氏名		得点	/100

1 白玉３個と赤玉５個が入っている袋がある。次の問いに答えよ。(各14点×2)

(1) この袋から２個の玉を同時に取り出すとき，２個とも同じ色である確率を求めよ。

(2) この袋に青玉４個を入れてよくかき混ぜる。その袋から３個の玉を取り出すとき，３個とも同じ色である確率を求めよ。

2 次の問いに答えよ。(各14点×3)

(1) ２個のさいころを投げるとき，目の積が５以上である確率を求めよ。

(2) ４枚の硬貨を投げるとき，少なくとも１枚は表が出る確率を求めよ。

(3) 男子６人，女子３人の中から３人の委員を選ぶとき，少なくとも１人は女子が選ばれる確率を求めよ。

3 次の問いに答えよ。(各15点×2)

(1) １から50までの番号をつけた50枚のカードから１枚取り出すとき，番号が4の倍数または6の倍数である確率を求めよ。

(2) 事象Aの起こる確率が$\frac{1}{4}$，事象Bの起こる確率が$\frac{5}{12}$，事象Aまたは事象Bの起こる確率が$\frac{1}{2}$のとき，事象Aと事象Bがともに起こる確率を求めよ。

7　独立な試行の確率

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。 (各16点×2)

(1)　1枚の硬貨と1個のさいころをそれぞれ投げるとき，硬貨は表，さいころは6の約数の目が出る確率を求めよ。

(2)　1から10までの整数を1つずつ書いた10枚のカードから1枚取り出し，数字を調べてからもとに戻す。この試行を3回行うとき，1回目は偶数，2回目は素数，3回目は5以上の数である確率を求めよ。

2 Aの袋には白玉6個と赤玉3個，Bの袋には白玉4個と赤玉2個が入っている。A，Bの袋から玉を1個ずつ取り出すとき，玉の色が同じである確率を求めよ。 (17点)

3 次の問いに答えよ。 (各17点×3)

(1)　1枚の硬貨を7回投げるとき，表が4回だけ出る確率を求めよ。

(2)　3枚のカード $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$ から1枚取り出し，文字を調べてからもとに戻す。この試行を5回行うとき，$\boxed{\text{A}}$ のカードが2回だけ出る確率を求めよ。

(3)　赤玉1個と白玉3個が入った袋から玉を1個取り出し，色を調べてからもとに戻す。この試行を5回行うとき，赤玉が4回以上出る確率を求めよ。

8　条件付き確率

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各14点×3）

(1)　1から20までの数字が書かれた20枚のカードから1枚を引く。引いたカードの数が偶数であるという事象をA，3の倍数であるという事象をBとする。このとき，次の確率を求めよ。

①　引いたカードの数が偶数であったとして，それが3の倍数でもある確率$P_A(B)$

②　引いたカードの数が3の倍数であったとして，それが偶数でもある確率$P_B(A)$

(2)　ある学校で，運動部に所属している生徒は全体の40%，運動部と文化部に所属している生徒は全体の10%である。運動部に所属している生徒の中から1人選ぶとき，その生徒が文化部に所属している確率を求めよ。

2 赤玉6個，青玉4個が入っている袋から，取り出した玉をもとに戻さずに，1個ずつ2個取り出す。このとき，次の確率を求めよ。（各14点×2）

(1)　赤玉，青玉の順に取り出す確率

(2)　取り出した2個の玉が同色である確率

3 当たりくじ3本を含む9本のくじがある。このくじを，引いたくじはもとに戻さないで，1本ずつ2回引く。このとき，次の問いに答えよ。（各15点×2）

(1)　2回目に引いたくじが当たりくじである確率を求めよ。

(2)　2回目に引いたくじが当たりくじであったとき，1回目に引いたくじが当たりくじである確率を求めよ。

# 9　期待値	氏名		得点	／100

1　2 個のさいころを同時に投げるとき，次の期待値を求めよ。　**（各 10 点×2）**

⑴　2 個のさいころの出る目の和

⑵　2 個のさいころの出る目の差の絶対値

2　白球 5 個，赤球 3 個が入っている袋から同時に玉を 3 個取り出すとき，取り出される白球の個数の期待値を求めよ。　**（20 点）**

3　1，2，……，9 の数字が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードが入った袋から，3 枚のカードを同時に取り出し，3 枚のカードに書かれた数のうち，2 番目に大きい数を X とする。このとき，X の期待値を求めよ。　**（20 点）**

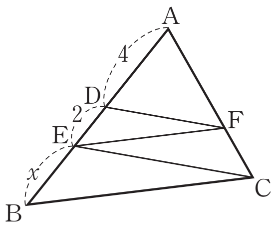
4　表裏のある 4 枚の硬貨を同時に投げ，表が出た枚数が 2 枚以上のときは 500 円を賞金としてもらうことのできるゲームがある。このゲームの参加料が 350 円であるとき，ゲームに参加するのは得か，あるいは損か。　**（20 点）**

5　A が 100 円硬貨を 3 枚，B が 50 円硬貨を 2 枚同時に投げ，表が出た枚数の多い方を勝ちとして，勝った方が負けた方の表が出た硬貨をすべてもらえるものとする。このとき，A がもらえる金額の期待値を求めよ。ただし，A，B の表が出た枚数が同じときは引き分けとする。　**（20 点）**

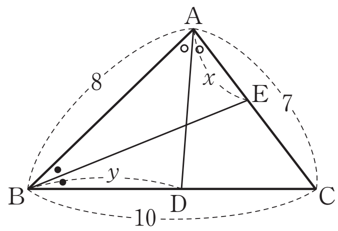
# 10　三角形の辺の比	氏名		得点	/100

1 下の図において，x，y の長さを求めよ。　（各14点×3）

(1) DF∥EC，EF∥BC



(2) ∠BAD＝∠CAD，∠ABE＝∠CBE

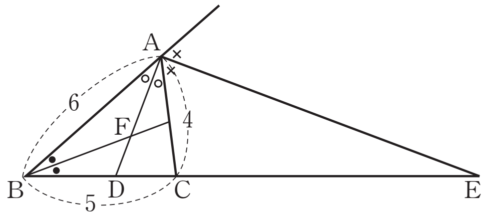


x ＿＿＿＿＿＿

y ＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿

2 AB＝6，BC＝5，CA＝4 である△ABCにおいて，∠Aの内角，外角の二等分線と辺BC，およびBCの延長との交点をそれぞれD，Eとし，∠Bの内角の二等分線とADの交点をFとする。このとき，次のものを求めよ。　（(1)14点，(2)(3)各16点×2）



(1) CEの長さ

＿＿＿＿＿＿

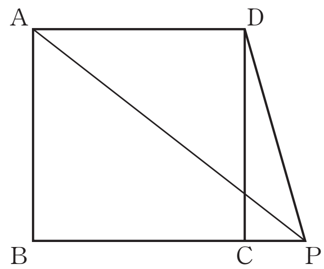
(2) AF：FD

＿＿＿＿＿＿

(3) △FBD：△ABC

＿＿＿＿＿＿

3 正方形ABCDの辺BCの延長上に点Pをとるとき，∠APD＜∠APC であることを，次のように証明した。□にあてはまるものを記入せよ。　（各4点×3）



〔証明〕

AD∥BP であるから，∠APC＝∠ (1) 　…①

△DCPにおいて，∠DPC＜∠DCP であるから，DC＜ (2) 　…②

また，仮定より，DC＝ (3) 　…③

②，③より，△DAPにおいて，AD＜ (2)

よって，∠APD＜∠ (1) 　…④

①，④より，∠APD＜∠APC

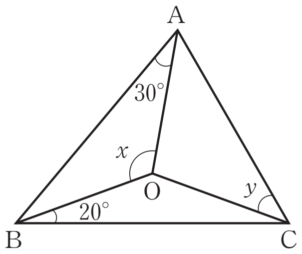
(1)＿＿＿＿＿＿　＿＿＿＿＿＿　＿＿＿＿＿＿

11　三角形の外心・内心・重心

氏名		得点	/100

1　下の図において，△ABCの外心をO，内心をIとするとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。　（各12点×4）

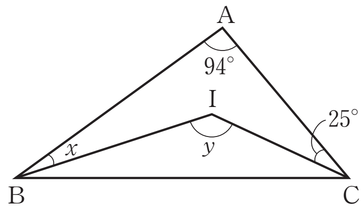
(1)



$\angle x$ ＿＿＿＿＿＿

$\angle y$ ＿＿＿＿＿＿

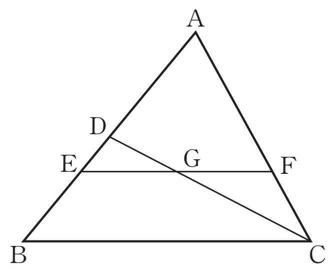
(2)



$\angle x$ ＿＿＿＿＿＿

$\angle y$ ＿＿＿＿＿＿

2　右の図において，点Gは△ABCの重心であり，直線CGと辺ABの交点をDとする。また，Gを通り，BCに平行な直線と辺AB，ACの交点をそれぞれE，Fとする。このとき，次のものを求めよ。　（各12点×3）



(1)　EG：BC

＿＿＿＿＿＿

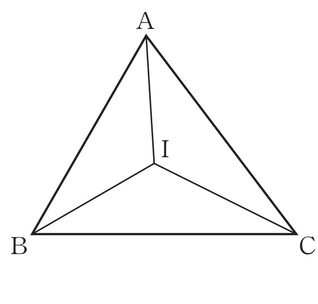
(2)　EG：GF

＿＿＿＿＿＿

(3)　△DEG：△ABC

＿＿＿＿＿＿

3　△ABCの内心をIとするとき，△IAB，△IBC，△ICAはいずれも鈍角三角形であることを，次のように証明した。$\boxed{}$ にあてはまるものを記入せよ。



〔証明〕　（各4点×4）

△IBCにおいて，$\angle \mathrm{BIC}=180^\circ-(\angle \mathrm{IBC}+\angle\boxed{(1)})$　…①

BI，CIはそれぞれ∠B，∠Cの $\boxed{(2)}$ であるから，

$\angle \mathrm{IBC}+\angle\boxed{(1)}=\dfrac{1}{2}(\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C})$　…②

また，△ABCにおいて，

$\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}=180^\circ-\angle\boxed{(3)}$ より，$\dfrac{1}{2}(\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C})=90^\circ-\dfrac{1}{2}\angle\boxed{(3)}$　…③

①，②，③より，$\angle \mathrm{BIC}=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle\boxed{(3)}>90^\circ$

よって，△IBCは $\boxed{(4)}$ 三角形である。

同様にして，△IAB，△ICAも $\boxed{(4)}$ 三角形である。

したがって，△IAB，△IBC，△ICAはいずれも鈍角三角形である。

(1)＿＿＿＿＿＿

(2)＿＿＿＿＿＿

(3)＿＿＿＿＿＿

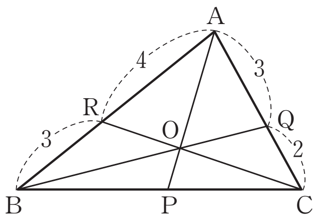
(4)＿＿＿＿＿＿

12　チェバの定理，メネラウスの定理

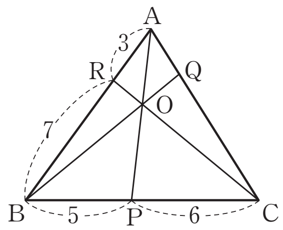
氏名		得点	/100

1 下の図において，与えられた線分の比を求めよ。　（各12点×2）

(1) BP：PC

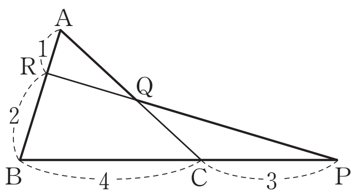


(2) CQ：QA

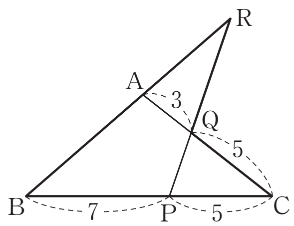


2 下の図において，与えられた線分の比を求めよ。　（各12点×2）

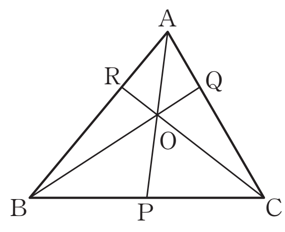
(1) CQ：QA



(2) AR：RB



3 △ABCの辺BCの中点をP，辺ACを 2：3 に内分する点をQとし，APとBQの交点をOとする。また，直線COと辺ABの交点をRとする。このとき，次のものを求めよ。　（各13点×4）



(1) AR：RB

(2) AO：OP

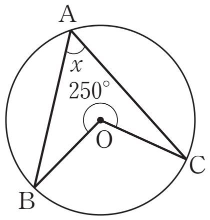
(3) CO：OR

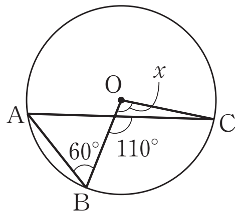
(4) △ABO：△ABC

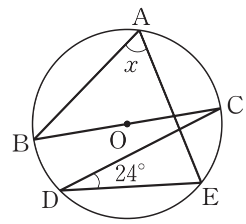
13　円に内接する四角形

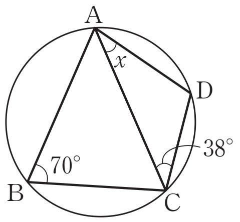
氏名		得点	/100

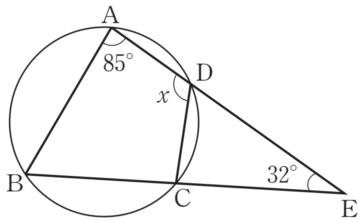
1　下の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。　（各11点×7）

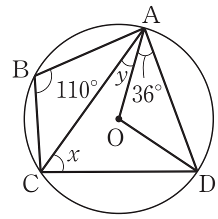
(1)


(2)


(3)


(4)


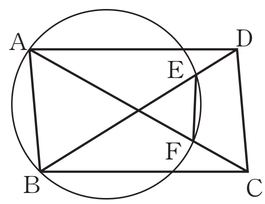
(5)


(6)


$\angle x$ ________

$\angle y$ ________

2　右の図のように，平行四辺形ABCDの頂点A，Bを通る円が対角線BD，ACとそれぞれ点E，Fで交わっている。このとき，四角形EFCDは円に内接することを，次のように証明した。□にあてはまるものを記入せよ。　（各3点×4）



〔証明〕

AB∥DC より，∠BAC＝∠$\boxed{(1)}$　…①

$\overset{\frown}{BF}$ に対する円周角より，∠BAC＝∠$\boxed{(2)}$　…②

①，②より，∠BEF＝∠$\boxed{(3)}$

よって，１つの外角が，それと隣り合う内角の$\boxed{(4)}$に等しいから，

四角形EFCDは円に内接する。

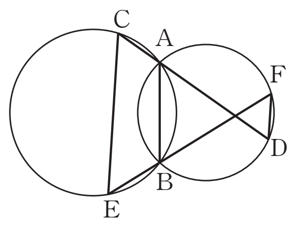
(1) ________

(2) ________

(3) ________

(4) ________

3　右の図のように，２つの円の交点A，Bを通る直線が，この２円とC，DおよびE，Fで交わっている。このとき，CE∥FD であることを証明せよ。　（11点）

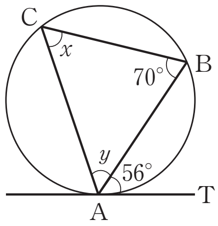


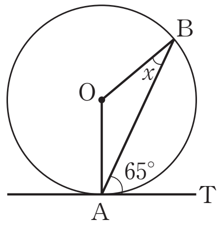
〔証明〕

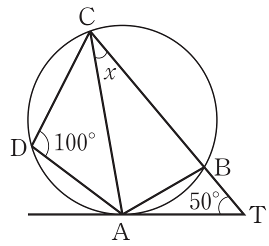
14　円と直線

氏名		得点	/100

1　下の図で，ATは接線，点Aは接点である。このとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。　（各10点×4）

(1)


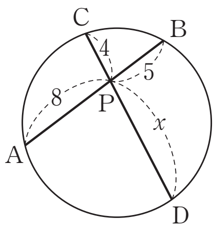
(2)


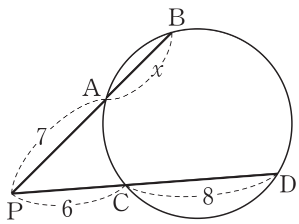
(3)


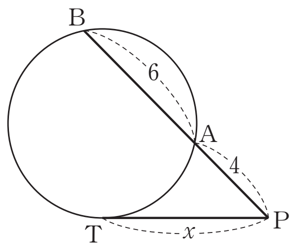
$\angle x$

$\angle y$

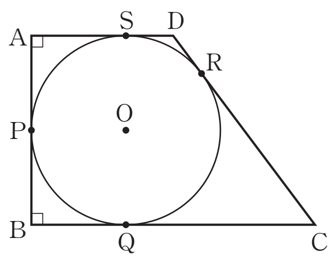
2　下の図で，x の長さを求めよ。ただし，(3)のPTは接線，点Tは接点である。　（各12点×3）

(1)


(2)


(3)


3　右の図のように，台形ABCDが円Oに外接している。$\angle A=\angle B=90°$，$AB=8$，$DC=10$ のとき，次の問いに答えよ。　（各12点×2）



(1)　台形ABCDの周の長さを求めよ。

(2)　SDの長さを求めよ。

15　2つの円

氏名		得点	/100

1　2つの円の半径を r，r'，中心間の距離を d とするとき，次の2つの円の位置関係(離れている，外接する，2点で交わる，内接する，一方が他方の内にある)を答えよ。また，共通接線の数を求めよ。　(各7点×8)

(1)　$r=8$，$r'=5$，$d=3$

(2)　$r=4$，$r'=2$，$d=8$

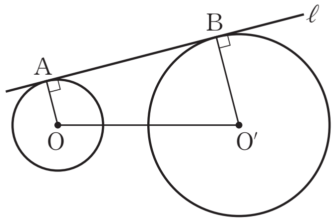
(3)　$r=8$，$r'=5$，$d=13$

(4)　$r=6$，$r'=3$，$d=5$

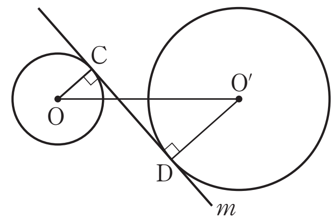
2　半径4の円Oと，OO$'$=6の位置にある円O$'$がある。円Oと円O$'$が共有点をもつとき，円O$'$の半径 r のとりうる値の範囲を求めよ。　(11点)

3　半径5の円Oと，半径10の円O$'$があり，中心間の距離 OO$'$=20 である。このとき，次の問いに答えよ。　(各11点×3)

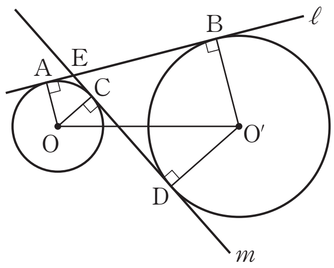
(1)　右の図で，直線 ℓ は円OとO$'$の外側で接する共通接線であり，接点をA，Bとする。このとき，ABの長さを求めよ。



(2)　右の図で，直線 m は円O，O$'$の内側で接する共通接線であり，接点をC，Dとする。このとき，CDの長さを求めよ。



(3)　(1)，(2)の直線 ℓ と m の交点をEとする。このとき，AEの長さを求めよ。

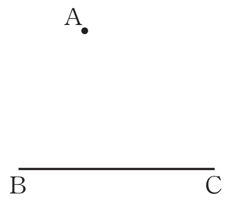


16　作図

	氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各14点×3）

(1) 右の図の点Aを1つの頂点として，線分BCを1辺とする平行四辺形ABCDを作図せよ。



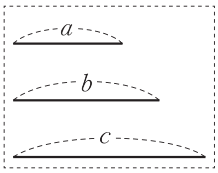
(2) 線分ABが与えられたとき，線分ABを $2:3$ に内分する点P，線分ABを $2:3$ に外分する点Qを作図せよ。

〔内分点〕

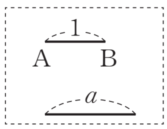
〔外分点〕

2 次の問いに答えよ。（各14点×2）

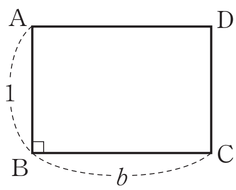
(1) 長さ a，b，c の線分が与えられたとき，長さ $\dfrac{bc}{a}$ の線分を作図せよ。



(2) 長さ1の線分ABと，長さ a の線分が与えられたとき，長さ $\sqrt{3a}$ の線分を作図せよ。



3 $\mathrm{AB}=1$，$\mathrm{BC}=b$ の長方形ABCDが与えられている。この長方形と面積の等しい正方形の1辺の長さを a とするとき，次の問いに答えよ。（各15点×2）



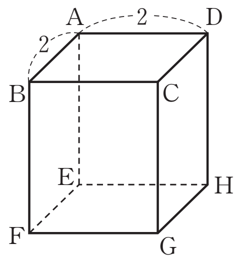
(1) 長さ c の線分を作図せよ。

(2) 長方形ABCDと面積の等しい正方形を作図せよ。

17　空間図形

17　空間図形	氏名		得点	/100

1　右の図の直方体ABCD−EFGHについて，次の問いに答えよ。　(各16点×3)



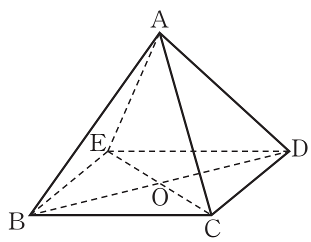
(1)　次の２直線のなす角 θ を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。

①　BF，EH

②　AB，EG

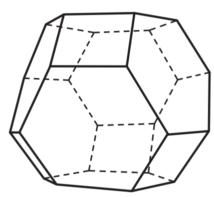
(2)　平面EFGと平面DEGのなす角が60°のとき，辺AEの長さを求めよ。

2　右の図は，底面が正方形BCDEで，残りの４辺の長さはみな等しい正四角錐ABCDEである。CE⊥ADであることを，底面の対角線の交点をOとして示せ。　(18点)



〔証明〕

3　６個の正方形と８個の正六角形を面にもつ多面体がある。各頂点に集まる面の数はすべて等しく，３である。この多面体について，次のものを求めよ。　(各17点×2)



(1)　頂点の数

(2)　辺の数

18　約数と倍数

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。 (各10点×4)

(1)　8 の約数をすべて求めよ。また，8 の倍数のうち，絶対値が 20 以下のものをすべて求めよ。

約数＿＿＿＿＿＿＿＿

絶対値が 20 以下の倍数＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)　3 桁の自然数 34□ が 3 の倍数であるとき，□ に入る数をすべて求めよ。

＿＿＿＿＿＿＿＿

(3)　4 桁の自然数 $16ab$ は 5 の倍数かつ 9 の倍数である。a，b にあてはまる数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ。

＿＿＿＿＿＿＿＿

2 次の問いに答えよ。 (各10点×3)

(1)　次の数が自然数となるような最小の自然数 n を求めよ

①　$\sqrt{24n}$　　②　$\sqrt{378n}$

＿＿＿＿＿＿＿＿　　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)　$\sqrt{\dfrac{468}{a}}$ が自然数となるような自然数 a のうち，奇数であるものをすべて求めよ。

＿＿＿＿＿＿＿＿

3 次の問いに答えよ。 (各10点×3)

(1)　次の数の正の約数の個数を求めよ。

①　540　　②　1890

＿＿＿＿＿＿＿＿　　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)　$xy=270$ を満たす 2 つの自然数の組 $(x,\ y)$ は何個あるか。ただし，$x<y$ とする。

＿＿＿＿＿＿＿＿

19　最大公約数，最小公倍数

氏名		得点	/100

1 次の各組の数の最大公約数と最小公倍数を求めよ。 (各7点×8)

(1) 54，90

最大公約数＿＿＿＿＿＿
最小公倍数＿＿＿＿＿＿

(2) 165，315

最大公約数＿＿＿＿＿＿
最小公倍数＿＿＿＿＿＿

(3) 36，72，120

最大公約数＿＿＿＿＿＿
最小公倍数＿＿＿＿＿＿

(4) 75，105，275

最大公約数＿＿＿＿＿＿
最小公倍数＿＿＿＿＿＿

2 次の問いに答えよ。(2)，(3)は，次の《最大公約数，最小公倍数の性質》を利用して答えよ。 (各11点×3)

《最大公約数，最小公倍数の性質》
2つの自然数 a，b の最大公約数を g，最小公倍数を l とする。
$a=ga'$，$b=gb'$ であるとすると，次のことが成り立つ。
[1] a'，b' は互いに素である。　[2] $l=ga'b'$　[3] $ab=gl$

(1) n を正の整数とする。n と24の最小公倍数が504であるような n をすべて求めよ。

＿＿＿＿＿＿

(2) 最大公約数が6，最小公倍数が72である2つの自然数 a，b の組をすべて求めよ。ただし，$a<b$ とする。

＿＿＿＿＿＿

(3) 積が240，最小公倍数が60である2つの自然数 a，b の組をすべて求めよ。ただし，$a<b$ とする。

＿＿＿＿＿＿

3 a は自然数とする。$a+2$ は7の倍数であり，$a+7$ は9の倍数であるとき，$a+16$ は63の倍数であることを証明せよ。 (11点)

〔証明〕

20　整数の割り算と商・余り

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各12点×4）

(1) a，b は整数とする。a を 9 で割ると 3 余り，b を 9 で割ると 4 余る。次の数を 9 で割ったときの余りを求めよ。

① $a+b$　　② ab

(2) 次のものを求めよ

① 7^{100} を 6 で割った余り　　② 3^{21} を 8 で割った余り

2 次の問いに答えよ。（各12点×2）

(1) 連続する 2 つの奇数の 2 乗の和から 2 を引いた数は，8 の倍数であることを証明せよ。

〔証明〕

(2) n は整数とする。n^3-n は 3 の倍数であることを証明せよ。

〔証明〕

3 次の問いに答えよ。（各14点×2）

(1) 135 以下の自然数で，135 と互いに素である自然数の個数を求めよ。

(2) $N=1\cdot2\cdot3\cdots\cdots150$ について，N を素因数分解したときの素因数 5 の個数を求めよ。

21　ユークリッドの互除法

氏名		得点	/100

1 次の 2 つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ。 (各10点×4)

(1) 270，63

(2) 380，266

(3) 936，396

(4) 477，2226

2 次の等式を満たす整数 x，y の組を 1 つ求めよ。 (各11点×4)

(1) $17x+6y=1$

(2) $35x+24y=1$

(3) $19x-13y=1$

(4) $32x-27y=1$

3 a と b が互いに素な自然数であるとき，$3a+7b$ と $a+2b$ も互いに素であることを，ユークリッドの互除法を用いて，次のように証明した。$\boxed{}$ にあてはまるものを記入せよ。 (各4点×4)

〔証明〕

$3a+7b=(a+2b)\cdot 3+\boxed{(1)}$ より，$3a+7b$ と $a+2b$ の最大公約数は，$a+2b$ と $\boxed{(1)}$ の最大公約数に等しい。

$a+2b=b\cdot 2+\boxed{(2)}$ より，$a+2b$ と $\boxed{(1)}$ の最大公約数は，b と $\boxed{(2)}$ の最大公約数に等しい。

a と b は $\boxed{(3)}$ であるから，最大公約数は $\boxed{(4)}$

よって，$3a+7b$ と $a+2b$ の最大公約数も $\boxed{(4)}$　すなわち，$3a+7b$ と $a+2b$ は $\boxed{(3)}$ である。

(1)

22　2元1次不定方程式

氏名		得点	/100

1 次の方程式の整数解をすべて求めよ。　（各14点×4）

(1)　$2x+9y=0$

(2)　$4x-7y=1$

(3)　$5x-3y=2$

(4)　$27x+13y=-3$

2 次の方程式の整数解をすべて求めよ。　（各14点×2）

(1)　$12x+17y=1$

(2)　$63x-19y=2$

3 5で割ると2余り，7で割ると3余るような自然数 n のうち，3桁で最小のものを求めよ。　（16点）

# 23　n 進法	氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。　(各7点×4)

(1) 次の数を10進法で表せ。

① $1011_{(2)}$　　② $452_{(6)}$

(2) 次の10進数を[　]内の表し方で表せ。

① 47　[2 進法]　　② 5206　[7 進法]

2 次の問いに答えよ。　(各8点×5)

(1) 次の数を10進法の小数で表せ。

① $0.011_{(2)}$　　② $0.431_{(5)}$

(2) 次の10進数を[　]内の表し方で表せ。

① 0.528　[5 進法]　　② 0.375　[4 進法]

(3) $\frac{1}{9}$ を 3 進法の小数で表せ。

3 次の計算の結果を 2 進法で表せ。　(各8点×4)

(1) $1101_{(2)}+110_{(2)}$　　(2) $11001_{(2)}-111_{(2)}$

(3) $1010_{(2)}\times101_{(2)}$　　(4) $10101_{(2)}\div11_{(2)}$

24　遊びと数学・測量と数学

氏名		得点	/100

1　2 斗(20 升)の桶に入っている 11 升の油と，3 升ますと 5 升ますがある。これら 2 つのますを使って桶に 4 升の油を量りとる方法について述べた，次の文の$\boxed{}$にあてはまるものを求めよ。　**(各 5 点×3)**

桶から 3 升ますで x 回，5 升ますで y 回油をくみ取るとする。ただし，x，y は整数であり，x，y が負のときは，桶に油を戻すことを表す。

桶に入っている油が 4 升になるとき，$\boxed{(1)}\,x+\boxed{(2)}\,y=7$……①

$x=-1$，$y=\boxed{(3)}$は①の解である。

よって，桶に 3 升ますで 1 回戻し，桶から 5 升ますで$\boxed{(3)}$回くみ取ればよい。

(1) ＿＿＿＿＿＿　(2) ＿＿＿＿＿＿　(3) ＿＿＿＿＿＿

2　2022 年 1 月 1 日は土曜日である。次の問いに答えよ。　**(各 20 点×2)**

(1)　2022 年 1 月 1 日の次にはじめて 1 日が土曜日になるのは，西暦何年何月か求めよ。

＿＿＿＿＿＿

(2)　2022 年 1 月 1 日の次にはじめて 1 月 1 日が火曜日になるのは，西暦何年か求めよ。

＿＿＿＿＿＿

3　次の空間の点の座標を求めよ。　**(各 15 点×3)**

(1)　点 A(1，3，4)を x 軸の正の方向に 3，y 軸の負の方向に 1，z 軸の負の方向に 5 移動した点 B の座標

＿＿＿＿＿＿

(2)　点 C(－4，9，－2)と zx 平面に関して対称な点 D の座標

＿＿＿＿＿＿

(3)　点 E(4，－2，3)と原点に関して対称な点を F としたときの，点 F と y 軸に関して対称な点 G の座標

＿＿＿＿＿＿

1　集合の要素の個数

1　集合の要素の個数	氏名		得点	/100

1 全体集合 U の部分集合 A, B について, $n(U)=120$, $n(A)=45$, $n(B)=85$, $n(A\cap B)=43$ であるとき, 次の個数を求めよ。　(各10点×3)

(1) $n(\overline{A})$

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

$=120-45=75$

75

(2) $n(A\cup B)$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=45+85-43=87$

87

(3) $n(\overline{A}\cup\overline{B})$

ド・モルガンの法則により, $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$

よって, $n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})=120-43=77$

77

2 100から300までの整数のうち, 次のような数はいくつあるか。　(各11点×4)

(1) 6の倍数　100から300までの整数の集合を U, そのうち, 4の倍数の集合を A, 6の倍数の集合を B とする。

$B=\{6\cdot17,\ 6\cdot18,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot50\}$ より, $n(B)=50-17+1=34$

34個

(2) 4の倍数でない整数　$n(U)=300-100+1=201$

$A=\{4\cdot25,\ 4\cdot26,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot75\}$ より, $n(A)=75-25+1=51$

よって, $n(\overline{A})=201-51=150$

150個

(3) 4と6の少なくとも一方で割り切れる整数

求める個数は $n(A\cup B)$

$A\cap B=\{12\cdot9,\ 12\cdot10,\ \cdots\cdots,\ 12\cdot25\}$ より, $n(A\cap B)=25-9+1=17$

よって, $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=51+34-17=68$

68個

(4) 4の倍数でも6の倍数でもない整数

求める個数は $n(\overline{A\cup B})$

よって, $n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)=201-68=133$

133個

3 ある高校の1年生250人のクラブ活動について調査したところ, 運動部に所属している人は140人, 文化部に所属している人は100人, どちらにも所属している人は25人であった。このとき, 次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1) 運動部と文化部のどちらにも所属していない人は何人いるか。

1年生250人の集合を U, 運動部に所属している人の集合を A, 文化部に所属している人の集合を B とする。

$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)=n(U)-\{n(A)+n(B)-n(A\cap B)\}$

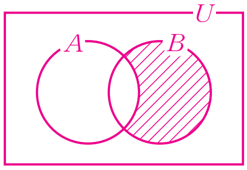
$=250-(140+100-25)=35$

35人

(2) 文化部のみに所属している人は何人いるか。

文化部のみに所属している人の集合は, $\overline{A}\cap B$

よって, $n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B)=100-25=75$



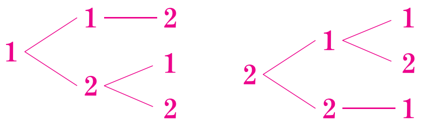
75人

2　場合の数

氏名		得点	/100

1　4枚のカード$\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{2}$から3枚を取り出して並べ，3桁の整数をつくる。このときできる整数をすべて求め，小さい方から順に書け。（14点）

樹形図



112，121，122，211，212，221

2　次の問いに答えよ。（各14点×4）

(1)　大小2個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。

①　目の和が4の倍数

和が4

大	1	2	3
小	3	2	1

和が8

大	2	3	4	5	6
小	6	5	4	3	2

和が12

(6，6)の1通り

和の法則により，3＋5＋1＝9(通り)

9通り

②　目の和が5以下

和が5

大	1	2	3	4
小	4	3	2	1

和が4

大	1	2	3
小	3	2	1

和が3

大	1	2
小	2	1

和が2

(1，1)の1通り

和の法則により，4＋3＋2＋1＝10(通り)

10通り

(2)　数学の参考書が5種類，問題集が8種類ある。それぞれ1種類ずつ選んで，計2冊の組を作る方法は何通りあるか。

積の法則により，5×8＝40(通り)

40通り

(3)　次の式を展開した式の項の個数を求めよ。

$(a+b+c)(m+n)(x+y)$

積の法則により，3×2×2＝12(個)

12個

3　次の数の正の約数は何個あるか。（各15点×2）

(1)　36

素因数分解すると

$36=2^2\times3^2$

正の約数の個数は，積の法則により，

$(2+1)\times(2+1)=9$(個)

9個

(2)　125

素因数分解すると

$125=5^3$

正の約数の個数は

$3+1=4$(個)

4個

# 3　順列	氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。　(各12点×4)

(1)　A, B, C, D, E, F, Gの7個の文字から4個取って1列に並べる順列の総数を，記号Pを使って表せ。また，その値を求めよ。

${}_7P_4=7\cdot6\cdot5\cdot4=840$

${}_7P_4$，840

(2)　6人を1列に並べてできる順列の総数を求めよ。

${}_6P_6=6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$

720

(3)　4個の数字0，1，2，3の中の異なる数字を使ってできる次のような整数は何個あるか。

①　3桁の整数

百の位の数字は1，2，3の3通り

十，一の位の数字は${}_3P_2$通り

よって，$3\times{}_3P_2=18$(個)

18個

②　3桁の奇数

一の位の数字は1，3の2通り

百の位の数字は，0と一の位の数を除く2通り

十の位の数字は残り2個から1つ選ぶ。

よって，$2\times2\times2=8$(個)

8個

2 男子2人，女子4人が1列に並ぶとき，次のような並び方は，それぞれ何通りあるか。　(各13点×2)

(1)　男子2人が隣り合うように並ぶ。

男子のひとまとめと女子4人の並び方は5!通り

男子の並び方は2!通り

よって，$5!\times2!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\times2\cdot1=240$(通り)

240通り

(2)　両端に女子が並ぶ。

両端の女子の並び方は${}_4P_2$通り

間の4人の並び方は4!通り

よって，${}_4P_2\times4!=4\cdot3\times4\cdot3\cdot2\cdot1=288$(通り)

288通り

3 次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1)　4人が円形のテーブルに着席する方法は何通りあるか。

4人の円順列より，$(4-1)!=3!=6$(通り)

6通り

(2)　6個の数字1，2，3，4，5，6を使ってできる2桁の整数は何個あるか。ただし，数字は重複して使ってよいものとする。

異なる6個から重複を許して2個取る順列だから，

重複順列より，$6^2=36$(個)

36個

4　組合せ

氏名		得点	/100

1　1から9までの9個の自然数がある。次の問いに答えよ。（各10点×5）

(1)　9個の数から7個の数を選ぶ方法は何通りあるか。

${}_9C_7={}_9C_2=\dfrac{9\cdot 8}{2\cdot 1}=36$(通り)

36通り

(2)　9個の数から4個の数を選ぶとき，次のような選び方は何通りあるか。

①　全体から4個を選ぶ。

${}_9C_4=\dfrac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=126$(通り)

126通り

②　奇数2個と偶数2個を選ぶ。

奇数は5個，偶数は4個ある。

${}_5C_2\times{}_4C_2=\dfrac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\times\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=60$(通り)

60通り

③　1と9を含んで4個選ぶ。

1，9以外の2個を残り7個から選ぶ。

${}_7C_2=\dfrac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=21$(通り)

21通り

④　少なくとも1個は偶数を選ぶ。

奇数だけから4個選ぶ方法は，${}_5C_4={}_5C_1=5$(通り)

よって，$126-5=121$(通り)

121通り

2　次の問いに答えよ。（各10点×5）

(1)　正七角形の対角線の本数を求めよ。

2個の頂点を結ぶ線分の総数から辺の数をひく。

${}_7C_2-7=\dfrac{7\cdot 6}{2\cdot 1}-7=14$(本)

14本

(2)　6人の生徒を次のような組に分けるとき，分け方は何通りあるか。

①　3人，2人，1人の組に分ける

${}_6C_3\times{}_3C_2=\dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\times\dfrac{3\cdot 2}{2\cdot 1}$

$=60$(通り)

60通り

②　2人ずつ3組に分ける

A，B，Cの3組に分ける方法は，${}_6C_2\times{}_4C_2$(通り)

A，B，Cの区別をなくすと，

$\dfrac{{}_6C_2\times{}_4C_2}{3!}=\dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\times\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\times\dfrac{1}{3\cdot 2\cdot 1}=15$(通り)

15通り

(3)　FOREVERの7文字を1列に並べるとき，並べ方は全部で何通りあるか。

Rが2個，Eが2個ある。

$\dfrac{7!}{2!2!1!1!1!}=1260$(通り)　または，${}_7C_2\times{}_5C_2\times 3!=21\cdot 10\cdot 6=1260$(通り)

1260通り

(4)　4冊のノートを3人に分ける方法は何通りあるか。ただし，1冊ももらえない人があってもよいものとする。

4個の○と2本の仕切り｜を並べる順列として考えられるから，

$\dfrac{6!}{4!2!}=15$(通り)

15通り

# 5　事象と確率	氏名		得点	/100

1　2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。　（各12点×2）

(1)　目の差が 2 になる。

	1	2	3	4	5	6
1			○			
2				○		
3	○				○	
4		○				○
5			○			
6				○		

確率は，$\dfrac{8}{6\times6}=\dfrac{2}{9}$

$\dfrac{2}{9}$

(2)　目の積が 6 の倍数になる。

	1	2	3	4	5	6
1						○
2			○			○
3		○		○		○
4			○			○
5						○
6	○	○	○	○	○	○

確率は，$\dfrac{15}{6\times6}=\dfrac{5}{12}$

$\dfrac{5}{12}$

2　A，B，C，D，E，F の 6 文字を 1 列に並べるとき，次の確率を求めよ。　（各12点×2）

(1)　両端がA，F になる確率

$\mathrm{A}\underbrace{\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc}_{4!}\mathrm{F}$，$\mathrm{F}\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\mathrm{A}$

確率は，$\dfrac{2\times4!}{6!}=\dfrac{1}{15}$

$\dfrac{1}{15}$

(2)　B，C，D，E の 4 文字が隣り合う確率

$\overbrace{\bigcirc\bigcirc\underbrace{\boxed{\mathrm{B\ C\ D\ E}}}_{4!}}^{3!}$　ひとまとめ

確率は，$\dfrac{3!4!}{6!}=\dfrac{1}{5}$

$\dfrac{1}{5}$

3　次の問いに答えよ。　（各13点×4）

(1)　白玉 3 個，赤玉 4 個が入っている袋から，よくかき混ぜて 2 個を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

①　2 個とも赤玉である確率

$\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{6}{21}=\dfrac{2}{7}$

$\dfrac{2}{7}$

②　白玉と赤玉が 1 個ずつである確率

$\dfrac{{}_3C_1\times{}_4C_1}{{}_7C_2}=\dfrac{3\times4}{21}=\dfrac{4}{7}$

$\dfrac{4}{7}$

(2)　男子 4 人，女子 6 人の中から 3 人の委員を選ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

①　男子 1 人，女子 2 人が選ばれる確率

$\dfrac{{}_4C_1\times{}_6C_2}{{}_{10}C_3}=\dfrac{4\times15}{120}=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{1}{2}$

②　10 人の中の特定の 6 人から 3 人が選ばれる確率

$\dfrac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{20}{120}=\dfrac{1}{6}$

$\dfrac{1}{6}$

6　確率の基本性質

氏名		得点	/100

1 白玉 3 個と赤玉 5 個が入っている袋がある。次の問いに答えよ。　(各14点×2)

(1) この袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個とも同じ色である確率を求めよ。

2 個とも白，2 個とも赤の 2 つの事象は互いに排反であるから，

加法定理により，$\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2}+\frac{{}_5C_2}{{}_8C_2}=\frac{3}{28}+\frac{10}{28}=\frac{13}{28}$

$\frac{13}{28}$

(2) この袋に青玉 4 個を入れてよくかき混ぜる。その袋から 3 個の玉を取り出すとき，3 個とも同じ色である確率を求めよ。

$\frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}+\frac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3}+\frac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}=\frac{1}{220}+\frac{10}{220}+\frac{4}{220}=\frac{3}{44}$

$\frac{3}{44}$

2 次の問いに答えよ。　(各14点×3)

(1) 2 個のさいころを投げるとき，目の積が 5 以上である確率を求めよ。

目の積が 4 以下であるという事象の余事象の確率

目の積が 4 以下の場合は，(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，1)，(2，2)，(3，1)，(4，1)の 8 通り。

求める確率は，$1-\frac{8}{36}=\frac{7}{9}$

$\frac{7}{9}$

(2) 4 枚の硬貨を投げるとき，少なくとも 1 枚は表が出る確率を求めよ。

4 枚とも裏が出るという事象の余事象の確率だから，$1-\frac{1}{2^4}=\frac{15}{16}$

$\frac{15}{16}$

(3) 男子 6 人，女子 3 人の中から 3 人の委員を選ぶとき，少なくとも 1 人は女子が選ばれる確率を求めよ。

3 人とも男子が選ばれるという事象の余事象の確率だから，

$1-\frac{{}_6C_3}{{}_9C_3}=1-\frac{20}{84}=\frac{16}{21}$

$\frac{16}{21}$

3 次の問いに答えよ。　(各15点×2)

(1) 1 から 50 までの番号をつけた 50 枚のカードから 1 枚取り出すとき，番号が 4 の倍数または 6 の倍数である確率を求めよ。

4 の倍数は 12 個，6 の倍数は 8 個，12 の倍数は 4 個ある。

求める確率は，$\frac{12}{50}+\frac{8}{50}-\frac{4}{50}=\frac{8}{25}$

$\frac{8}{25}$

(2) 事象 A の起こる確率が $\frac{1}{4}$，事象 B の起こる確率が $\frac{5}{12}$，事象 A または事象 B の起こる確率が $\frac{1}{2}$ のとき，事象 A と事象 B がともに起こる確率を求めよ。

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ より，

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{4}+\frac{5}{12}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

7　独立な試行の確率

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。　(各16点×2)

(1)　1枚の硬貨と1個のさいころをそれぞれ投げるとき，硬貨は表，さいころは6の約数の目が出る確率を求めよ。

6の約数は1，2，3，6の4通り

2つの試行は独立だから，求める確率は，$\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$

(2)　1から10までの整数を1つずつ書いた10枚のカードから1枚取り出し，数字を調べてからもとに戻す。この試行を3回行うとき，1回目は偶数，2回目は素数，3回目は5以上の数である確率を求めよ。

偶数は5通り，素数は2，3，5，7の4通り，5以上の数は5〜10の6通り

3回の試行は独立だから，求める確率は，$\frac{5}{10}\times\frac{4}{10}\times\frac{6}{10}=\frac{3}{25}$

$\frac{3}{25}$

2 Aの袋には白玉6個と赤玉3個，Bの袋には白玉4個と赤玉2個が入っている。A，Bの袋から玉を1個ずつ取り出すとき，玉の色が同じである確率を求めよ。　(17点)

[1]　どちらも白玉である確率は，$\frac{6}{9}\times\frac{4}{6}$　　[2]　どちらも赤玉である確率は，$\frac{3}{9}\times\frac{2}{6}$

[1]，[2]は互いに排反であるから，求める確率は，$\frac{6}{9}\times\frac{4}{6}+\frac{3}{9}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{9}$

$\frac{5}{9}$

3 次の問いに答えよ。　(各17点×3)

(1)　1枚の硬貨を7回投げるとき，表が4回だけ出る確率を求めよ。

1回の試行で表が出る確率は$\frac{1}{2}$，裏が出る確率は$\frac{1}{2}$　7回のうち4回だけ表が出る場合は，${}_7C_4$通り

よって，求める確率は，${}_7C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^3=35\times\frac{1}{16}\times\frac{1}{8}=\frac{35}{128}$

$\frac{35}{128}$

(2)　3枚のカード$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$から1枚取り出し，文字を調べてからもとに戻す。この試行を5回行うとき，$\boxed{A}$のカードが2回だけ出る確率を求めよ。

1回の試行で$\boxed{A}$が出る確率は$\frac{1}{3}$，$\boxed{A}$以外が出る確率は$\frac{2}{3}$　5回のうち2回だけ$\boxed{A}$が出る場合は，${}_5C_2$通り

よって，求める確率は，${}_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=10\times\frac{1}{9}\times\frac{8}{27}=\frac{80}{243}$

$\frac{80}{243}$

(3)　赤玉1個と白玉3個が入った袋から玉を1個取り出し，色を調べてからもとに戻す。この試行を5回行うとき，赤玉が4回以上出る確率を求めよ。

1回の試行で赤玉が出る確率は$\frac{1}{4}$，白玉が出る確率は$\frac{3}{4}$

5回のうち赤玉が4回以上出るのは，赤玉がちょうど4回，または，赤玉が5回のときで，これらは互いに排反。

よって，求める確率は，${}_5C_4\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)^5=\frac{1}{64}$

$\frac{1}{64}$

8　条件付き確率

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各14点×3）

(1)　1から20までの数字が書かれた20枚のカードから1枚を引く。引いたカードの数が偶数であるという事象をA，3の倍数であるという事象をBとする。このとき，次の確率を求めよ。

①　引いたカードの数が偶数であったとして，それが3の倍数でもある確率$P_A(B)$

偶数のカードは{2，4，6，8，10，12，14，16，18，20}の10枚，

偶数のカードの中で，3の倍数でもあるカードは{6，12，18}の3枚ある。

よって，$P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{3}{10}$

$\dfrac{3}{10}$

②　引いたカードの数が3の倍数であったとして，それが偶数でもある確率$P_B(A)$

3の倍数のカードは{3，6，9，12，15，18}の6枚，3の倍数のカードの中で，偶数でもあるカードは3枚ある。

よって，$P_B(A)=\dfrac{n(B\cap A)}{n(B)}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{1}{2}$

(2)　ある学校で，運動部に所属している生徒は全体の40%，運動部と文化部に所属している生徒は全体の10%である。運動部に所属している生徒の中から1人選ぶとき，その生徒が文化部に所属している確率を求めよ。

選んだ人が運動部に所属しているという事象をA，文化部に所属しているという事象をBとすると，

$P(A)=\dfrac{40}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{10}{100}$より，$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{1}{4}$

$\dfrac{1}{4}$

2 赤玉6個，青玉4個が入っている袋から，取り出した玉をもとに戻さずに，1個ずつ2個取り出す。このとき，次の確率を求めよ。（各14点×2）

(1)　赤玉，青玉の順に取り出す確率

1個目に赤玉を取り出す確率は，$\dfrac{6}{10}$

1個目が赤玉で，2個目に青玉を取り出す確率は，$\dfrac{4}{9}$

よって，求める確率は，$\dfrac{6}{10}\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{4}{15}$

$\dfrac{4}{15}$

(2)　取り出した2個の玉が同色である確率

次の[1]，[2]の和事象で，これらは互いに排反である。

[1]　2個とも赤玉…確率は，$\dfrac{6}{10}\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{5}{15}$

[2]　2個とも青玉…確率は，$\dfrac{4}{10}\times\dfrac{3}{9}=\dfrac{2}{15}$

よって，求める確率は，$\dfrac{5}{15}+\dfrac{2}{15}=\dfrac{7}{15}$

$\dfrac{7}{15}$

3 当たりくじ3本を含む9本のくじがある。このくじを，引いたくじはもとに戻さないで，1本ずつ2回引く。このとき，次の問いに答えよ。（各15点×2）

(1)　2回目に引いたくじが当たりくじである確率を求めよ。

1回目のくじが当たりであるという事象をA，2回目のくじが当たりであるという事象をBとする。

2回目に当たるのは，1回目が当たりの場合とはずれの場合があるから，

$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{3}{9}\times\dfrac{2}{8}+\dfrac{6}{9}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{1}{12}+\dfrac{3}{12}=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{1}{3}$

(2)　2回目に引いたくじが当たりくじであったとき，1回目に引いたくじが当たりくじである確率を求めよ。

求める確率は$P_B(A)$である。

よって，$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{1}{12}\div\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{4}$

$\dfrac{1}{4}$

9　期待値

氏名		得点	/100

1　2 個のさいころを同時に投げるとき，次の期待値を求めよ。　（各 10 点×2）

(1)　2 個のさいころの出る目の和

$$2\times\frac{1}{36}+3\times\frac{2}{36}+4\times\frac{3}{36}+5\times\frac{4}{36}+6\times\frac{5}{36}+7\times\frac{6}{36}$$
$$+8\times\frac{5}{36}+9\times\frac{4}{36}+10\times\frac{3}{36}+11\times\frac{2}{36}+12\times\frac{1}{36}=7$$

7

(2)　2 個のさいころの出る目の差の絶対値

$$0\times\frac{6}{36}+1\times\frac{10}{36}+2\times\frac{8}{36}+3\times\frac{6}{36}+4\times\frac{4}{36}+5\times\frac{2}{36}=\frac{35}{18}$$

$\frac{35}{18}$

2　白球 5 個，赤球 3 個が入っている袋から同時に玉を 3 個取り出すとき，取り出される白球の個数の期待値を求めよ。　（20 点）

$$0\times\frac{{}_3C_3}{{}_8C_3}+1\times\frac{{}_5C_1\times{}_3C_2}{{}_8C_3}+2\times\frac{{}_5C_2\times{}_3C_1}{{}_8C_3}+3\times\frac{{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{15}{8}\text{(個)}$$

$\frac{15}{8}$ 個

3　1，2，……，9 の数字が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードが入った袋から，3 枚のカードを同時に取り出し，3 枚のカードに書かれた数のうち，2 番目に大きい数を X とする。このとき，X の期待値を求めよ。　（20 点）

$X=k\,(k=2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 8)$となる確率は，$\frac{{}_{k-1}C_1\times{}_{9-k}C_1}{{}_9C_3}=\frac{(k-1)(9-k)}{84}$

求める期待値は，$2\times\frac{1\cdot7}{84}+3\times\frac{2\cdot6}{84}+4\times\frac{3\cdot5}{84}+5\times\frac{4\cdot4}{84}+6\times\frac{5\cdot3}{84}+7\times\frac{6\cdot2}{84}+8\times\frac{7\cdot1}{84}=5$

5

4　表裏のある 4 枚の硬貨を同時に投げ，表が出た枚数が 2 枚以上のときは 500 円を賞金としてもらうことのできるゲームがある。このゲームの参加料が 350 円であるとき，ゲームに参加するのは得か，あるいは損か。　（20 点）

賞金の期待値は，$0\times\left(\frac{1}{16}+\frac{4}{16}\right)+500\times\left(\frac{6}{16}+\frac{4}{16}+\frac{1}{16}\right)=\frac{1375}{4}=343.75$ (円)

343.75＜350 より，このゲームに 350 円払って参加するのは損である。

損である。

5　A が 100 円硬貨を 3 枚，B が 50 円硬貨を 2 枚同時に投げ，表が出た枚数の多い方を勝ちとして，勝った方が負けた方の表が出た硬貨をすべてもらえるものとする。このとき，A がもらえる金額の期待値を求めよ。ただし，A，B の表が出た枚数が同じときは引き分けとする。　（20 点）

A が 50 円をもらえる確率は，${}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\times\left\{{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1+{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0\right\}=\frac{1}{4}$

A が 100 円をもらえる確率は，${}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^0\times{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{32}$

求める期待値は，$50\times\frac{1}{4}+100\times\frac{1}{32}=\frac{125}{8}$ (円)

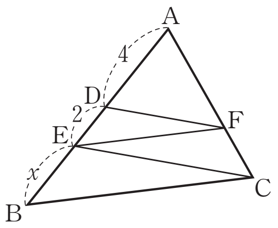
$\frac{125}{8}$ 円

10　三角形の辺の比

氏名		得点	/100

1 下の図において，x，y の長さを求めよ。（各14点×3）

(1) DF∥EC，EF∥BC



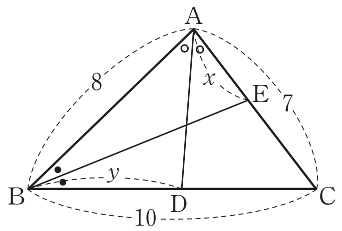
DF∥EC より，AF：FC＝AD：DE＝4：2

EF∥BC より，AE：x＝AF：FC

6：x＝2：1　x＝3

答　3

(2) ∠BAD＝∠CAD，∠ABE＝∠CBE



AE：EC＝BA：BC

＝8：10＝4：5 より，

AE：AC＝4：9

x：7＝4：9　$x=\dfrac{28}{9}$

BD：DC＝AB：AC＝8：7 より，

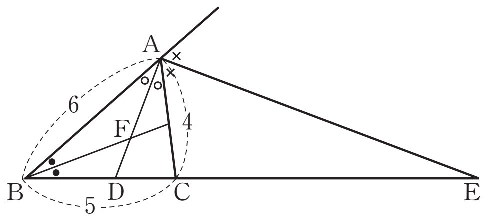
BD：BC＝8：15

y：10＝8：15　$y=\dfrac{16}{3}$

x　$\dfrac{28}{9}$

y　$\dfrac{16}{3}$

2 AB＝6，BC＝5，CA＝4 である△ABC において，∠A の内角，外角の二等分線と辺 BC，および BC の延長との交点をそれぞれ D，E とし，∠B の内角の二等分線と AD の交点を F とする。このとき，次のものを求めよ。（(1)14点，(2)(3)各16点×2）



(1) CE の長さ

BE：EC＝AB：AC＝6：4＝3：2 より，BC：CE＝(3−2)：2＝1：2

よって，CE＝2BC＝2×5＝10

答　10

(2) AF：FD

AF：FD＝BA：BD

ここで，BD：DC＝AB：AC＝3：2 より，BD$=\dfrac{3}{3+2}$BC$=\dfrac{3}{5}\times 5=3$

よって，AF：FD＝BA：BD＝6：3＝2：1

答　2：1

(3) △FBD：△ABC

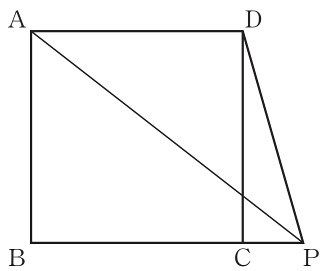
(2)より，AD：FD＝(2＋1)：1＝3：1

よって，△FBD$=\dfrac{1}{3}$△ABD$=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{5}$△ABC$=\dfrac{1}{5}$△ABC

したがって，△FBD：△ABC＝1：5

答　1：5

3 正方形ABCD の辺BC の延長上に点P をとるとき，∠APD＜∠APC であることを，次のように証明した。□にあてはまるものを記入せよ。（各4点×3）



〔証明〕

AD∥BP であるから，∠APC＝∠ (1) …①

△DCP において，∠DPC＜∠DCP であるから，DC＜ (2) …②

また，仮定より，DC＝ (3) …③

②，③より，△DAP において，AD＜ (2)

よって，∠APD＜∠ (1) …④

①，④より，∠APD＜∠APC

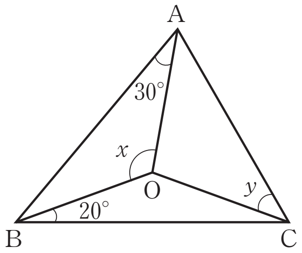
(1)　DAP　(2)　DP　(3)　AD

11　三角形の外心・内心・重心

氏名		得点	/100

1 下の図において，△ABCの外心をO，内心をＩとするとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。　（各12点×4）

(1)



$\angle x = 180° - 30° \times 2$

$= 120°$

$30° \times 2 + 20° \times 2$

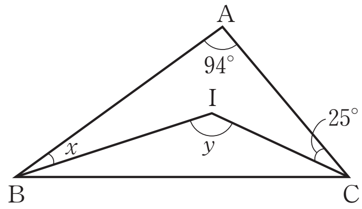
$+ 2\angle y = 180°$ より，

$\angle y = 40°$

$\angle x$　**120°**

$\angle y$　**40°**

(2)



△ABCで，$94° + 25° \times 2 + 2\angle x = 180°$ より，$\angle x = 18°$

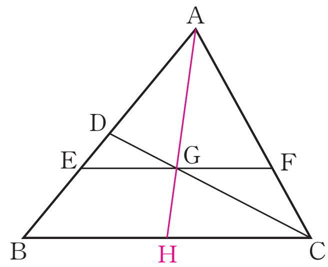
△IBCで，

$\angle y = 180° - (25° + 18°) = 137°$

$\angle x$　**18°**

$\angle y$　**137°**

2 右の図において，点Gは△ABCの重心であり，直線CGと辺ABの交点をDとする。また，Gを通り，BCに平行な直線と辺AB，ACの交点をそれぞれE，Fとする。このとき，次のものを求めよ。　（各12点×3）



(1)　EG：BC

Gは重心であるから，DG：GC＝1：2

EG∥BC より，EG：BC＝DG：DC＝1：3

1：3

(2)　EG：GF

AGと辺BCの交点をHとすると，AG：GH＝2：1

GF∥BC より，GF：HC＝AG：AH＝2：3

よって，$GF = \frac{2}{3}HC = \frac{1}{3}BC$　(1)より，$EG : GF = \frac{1}{3}BC : \frac{1}{3}BC = 1 : 1$

1：1

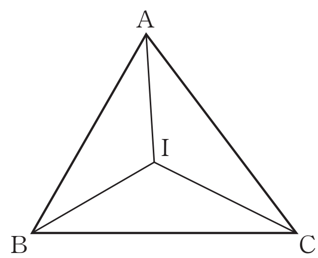
(3)　△DEG：△ABC

DE：DB＝DG：DC＝1：3

よって，$\triangle DEG = \frac{1}{3}\triangle GDB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}\triangle DBC = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{18}\triangle ABC$

1：18

3 △ABCの内心をＩとするとき，△IAB，△IBC，△ICAはいずれも鈍角三角形であることを，次のように証明した。$\boxed{}$にあてはまるものを記入せよ。



〔証明〕　（各4点×4）

△IBCにおいて，$\angle BIC = 180° - (\angle IBC + \angle\boxed{(1)})$　…①

BI，CIはそれぞれ∠B，∠Cの$\boxed{(2)}$であるから，

$\angle IBC + \angle\boxed{(1)} = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$　…②

また，△ABCにおいて，

$\angle B + \angle C = 180° - \angle\boxed{(3)}$ より，$\frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 90° - \frac{1}{2}\angle\boxed{(3)}$　…③

①，②，③より，$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle\boxed{(3)} > 90°$

よって，△IBCは$\boxed{(4)}$三角形である。

同様にして，△IAB，△ICAも$\boxed{(4)}$三角形である。

したがって，△IAB，△IBC，△ICAはいずれも鈍角三角形である。

(1)　**ICB**

(2)　**二等分線**

(3)　**A**

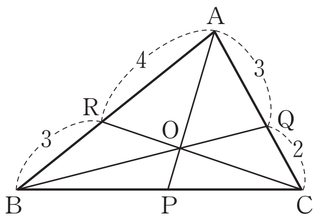
(4)　**鈍角**

12　チェバの定理，メネラウスの定理

氏名		得点	/100

1 下の図において，与えられた線分の比を求めよ。　（各12点×2）

(1)　BP : PC



(1)，(2)

△ABCで，チェバの定理より，

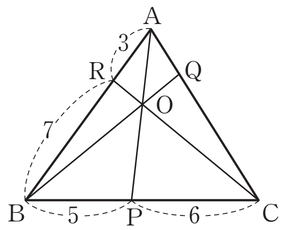
$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$

$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}=1$ より，$\frac{BP}{PC}=\frac{9}{8}$

よって，BP : PC＝9 : 8

9 : 8

(2)　CQ : QA



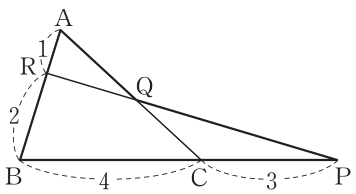
$\frac{5}{6}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{3}{7}=1$ より，$\frac{CQ}{QA}=\frac{14}{5}$

よって，CQ : QA＝14 : 5

14 : 5

2 下の図において，与えられた線分の比を求めよ。　（各12点×2）

(1)　CQ : QA



(1)，(2)

△ABCと直線PRにメネラウスの定理を用いると，

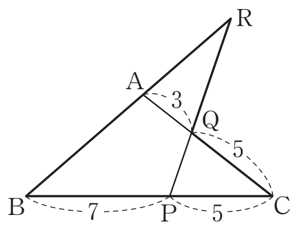
$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$

$\frac{7}{3}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{1}{2}=1$ より，$\frac{CQ}{QA}=\frac{6}{7}$

よって，CQ : QA＝6 : 7

6 : 7

(2)　AR : RB

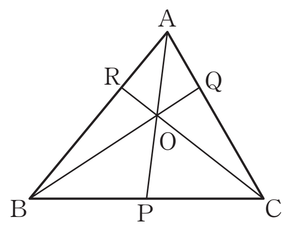


$\frac{7}{5}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{AR}{RB}=1$ より，$\frac{AR}{RB}=\frac{3}{7}$

よって，AR : RB＝3 : 7

3 : 7

3 △ABCの辺BCの中点をP，辺ACを2 : 3に内分する点をQとし，APとBQの交点をOとする。また，直線COと辺ABの交点をRとする。このとき，次のものを求めよ。　（各13点×4）



(1)　AR : RB　△ABCで，チェバの定理より，$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$　すなわち，

$\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{AR}{RB}=1$　$\frac{AR}{RB}=\frac{2}{3}$ より，AR : RB＝2 : 3

2 : 3

(2)　AO : OP　△ABPと直線CRにメネラウスの定理を用いると，

$\frac{BC}{CP}\cdot\frac{PO}{OA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$　すなわち，$\frac{2}{1}\cdot\frac{PO}{OA}\cdot\frac{2}{3}=1$　$\frac{PO}{OA}=\frac{3}{4}$ より，AO : OP＝4 : 3

4 : 3

(3)　CO : OR　△ARCと直線BQにメネラウスの定理を用いると，

$\frac{AB}{BR}\cdot\frac{RO}{OC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$　すなわち，$\frac{5}{3}\cdot\frac{RO}{OC}\cdot\frac{3}{2}=1$　$\frac{RO}{OC}=\frac{2}{5}$ より，CO : OR＝5 : 2

5 : 2

(4)　△ABO : △ABC　AO : OP＝4 : 3 より，

△ABO＝$\frac{4}{7}$△ABP＝$\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}$△ABC＝$\frac{2}{7}$△ABC　△ABO : △ABC＝2 : 7

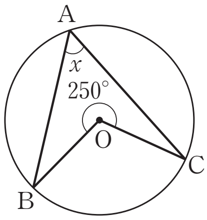
2 : 7

13　円に内接する四角形

氏名		得点	/100

1 下の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。　(各11点×7)

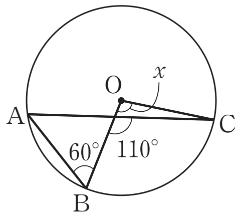
(1)



$\angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}(360°-250°)$
$=55°$

55°

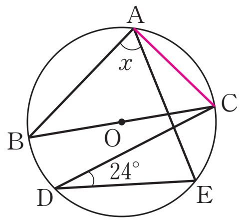
(2)



$\angle BAC=110°-60°=50°$
$\angle x=2\angle BAC=2\times50°=100°$

100°

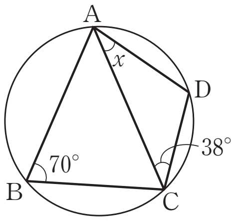
(3)



$\angle EAC=\angle CDE=24°$
$\angle x=\angle BAC-\angle EAC$
$=90°-24°=66°$

66°

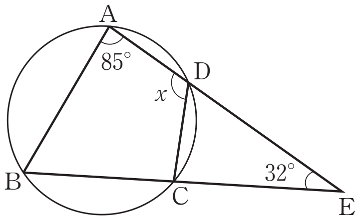
(4)



$\angle ADC=180°-70°=110°$
$\triangle ADC$ で，
$\angle x=180°-(110°+38°)=32°$

32°

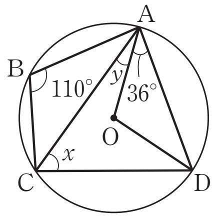
(5)



$\triangle ABE$ で，
$\angle ABC=180°-(85°+32°)=63°$
$\angle x=180°-\angle ABC=180°-63°$
$=117°$

117°

(6)

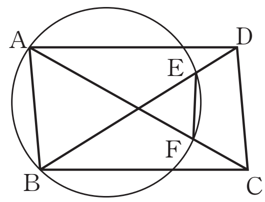


$\angle x=\frac{1}{2}\angle AOD$
$=\frac{1}{2}(180°$
$-36°\times2)$
$=54°$

$\angle ADC=180°-110°=70°$　$\triangle ACD$ で，
$36°+\angle y+54°+70°=180°$ より，
$\angle y=20°$

$\angle x$　54°
$\angle y$　20°

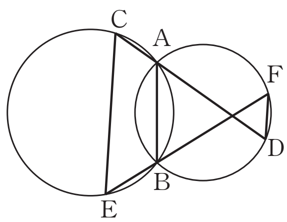
2 右の図のように，平行四辺形ABCDの頂点A，Bを通る円が対角線BD，ACとそれぞれ点E，Fで交わっている。このとき，四角形EFCDは円に内接することを，次のように証明した。□にあてはまるものを記入せよ。　(各3点×4)



〔証明〕
AB∥DC より，∠BAC＝∠ (1) 　…①
$\overset{\frown}{BF}$ に対する円周角より，∠BAC＝∠ (2) 　…②
①，②より，∠BEF＝∠ (3)
よって，１つの外角が，それと隣り合う内角の (4) に等しいから，
四角形EFCDは円に内接する。

(1) DCF
(2) BEF
(3) DCF
(4) 対角

3 右の図のように，２つの円の交点A，Bを通る直線が，この２円とC，DおよびE，Fで交わっている。このとき，CE∥FD であることを証明せよ。　(11点)



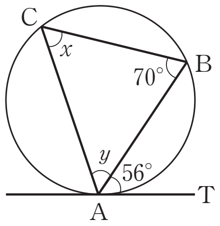
〔証明〕
四角形ACEBは円に内接するから，∠CEB＝∠BAD　…①
$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角より，∠BAD＝∠BFD　…②
①，②より，∠CEB＝∠BFD
錯角が等しいので，CE∥FD

14　円と直線

氏名		得点	/100

1 下の図で，ATは接線，点Aは接点である。このとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。 （各10点×4）

(1)



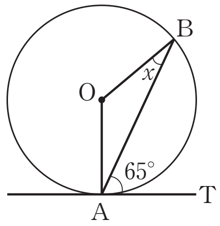
$\angle x=\angle \mathrm{BAT}=56°$

$\angle y=180°-(70°+56°)=54°$

$\angle x$　56°

$\angle y$　54°

(2)

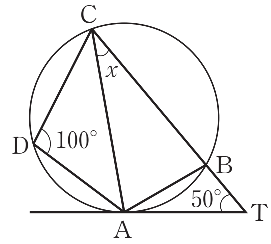


$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{BAT}=130°$ より，

$\angle x=(180°-130°)\div 2=25°$

25°

(3)



$\angle \mathrm{ABC}=180°-\angle \mathrm{ADC}=180°-100°=80°$

$\triangle \mathrm{ABT}$ で，$\angle \mathrm{BAT}+\angle \mathrm{BTA}=80°$

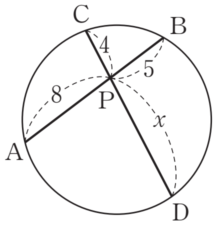
より，$\angle \mathrm{BAT}=80°-50°=30°$

よって，$\angle x=\angle \mathrm{BAT}=30°$

30°

2 下の図で，x の長さを求めよ。ただし，(3)のPTは接線，点Tは接点である。 （各12点×3）

(1)



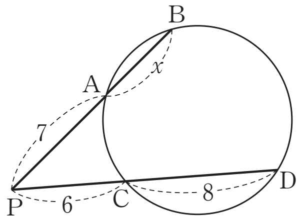
方べきの定理より，

$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}$

よって，$8\cdot 5=4x$　$x=10$

10

(2)

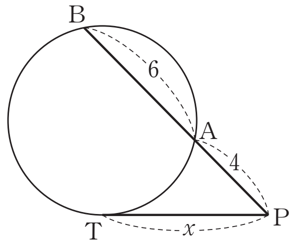


$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}$ より，

$7(7+x)=6(6+8)$　$x=5$

5

(3)



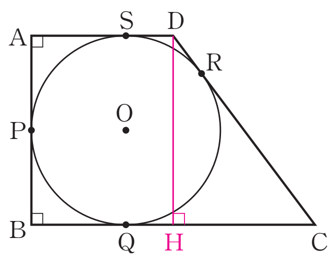
$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PT}^2$ より，

$4(4+6)=x^2$

$x^2=40$　$x>0$ より，$x=2\sqrt{10}$

$2\sqrt{10}$

3 右の図のように，台形ABCDが円Oに外接している。$\angle \mathrm{A}=\angle \mathrm{B}=90°$，$\mathrm{AB}=8$，$\mathrm{DC}=10$ のとき，次の問いに答えよ。 （各12点×2）



(1) 台形ABCDの周の長さを求めよ。

$\mathrm{AP}=\mathrm{AS}$，$\mathrm{BP}=\mathrm{BQ}$，$\mathrm{CQ}=\mathrm{CR}$，$\mathrm{DR}=\mathrm{DS}$ であるから，周の長さは，

$(\mathrm{AP}+\mathrm{BP})+(\mathrm{BQ}+\mathrm{CQ})+(\mathrm{CR}+\mathrm{DR})+(\mathrm{DS}+\mathrm{AS})$

$=2(\mathrm{AP}+\mathrm{BP})+2(\mathrm{CR}+\mathrm{DR})=2(\mathrm{AB}+\mathrm{DC})$

$=2\cdot 18=36$

36

(2) SDの長さを求めよ。 $\mathrm{SD}=x$ とする。

Dから BC に垂線 DH を下ろすと，$\triangle \mathrm{DHC}$ で，三平方の定理より，

$\mathrm{CH}^2=\mathrm{DC}^2-\mathrm{DH}^2$　よって，$\mathrm{CH}^2=10^2-8^2=36$　$\mathrm{CH}=6$

また，四角形 APOS，PBQO はともに正方形で，$\mathrm{AS}=\mathrm{BQ}=4$

よって，$\mathrm{AD}+\mathrm{BC}=(\mathrm{AS}+x)+(\mathrm{BQ}+\mathrm{QC})=(4+x)+(4+x+6)=18$

これを解いて，$x=2$

2

# 15　2つの円	氏名		得点	/100

1　2つの円の半径を r, r'，中心間の距離を d とするとき，次の2つの円の位置関係(離れている，外接する，2点で交わる，内接する，一方が他方の内にある)を答えよ。また，共通接線の数を求めよ。（各7点×8）

(1)　$r=8$，$r'=5$，$d=3$

$r-r'=8-5=3$

$d=r-r'$ より，内接する。

内接する。

1

(2)　$r=4$，$r'=2$，$d=8$

$r+r'=4+2=6$

$d>r+r'$ より，離れている。

離れている。

4

(3)　$r=8$，$r'=5$，$d=13$

$r+r'=8+5=13$

$d=r+r'$ より，外接する。

外接する。

3

(4)　$r=6$，$r'=3$，$d=5$

$r-r'=6-3=3$，$r+r'=6+3=9$

$r-r'<d<r+r'$ より，2点で交わる。

2点で交わる。

2

2　半径4の円Oと，$OO'=6$ の位置にある円O′がある。円Oと円O′が共有点をもつとき，円O′の半径 r のとりうる値の範囲を求めよ。（11点）

2円が外接するとき，r は最小となり，このとき，$r=6-4=2$

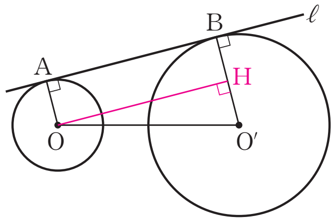
円Oが円O′に内接するとき，r は最大となり，このとき，$r=6+4=10$

よって，$2\leqq r\leqq 10$

$2\leqq r\leqq 10$

3　半径5の円Oと，半径10の円O′があり，中心間の距離 $OO'=20$ である。このとき，次の問いに答えよ。（各11点×3）

(1)　右の図で，直線 ℓ は円OとO′の外側で接する共通接線であり，接点をA，Bとする。このとき，ABの長さを求めよ。



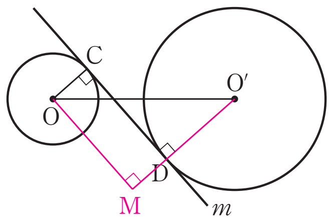
OからO′Bに垂線OHを下ろすと，AB=OH

△OO′Hで，三平方の定理より，$OH=\sqrt{OO'^2-O'H^2}=\sqrt{20^2-(10-5)^2}$

$=\sqrt{375}=5\sqrt{15}$　よって，$AB=5\sqrt{15}$

$5\sqrt{15}$

(2)　右の図で，直線 m は円O，O′の内側で接する共通接線であり，接点をC，Dとする。このとき，CDの長さを求めよ。



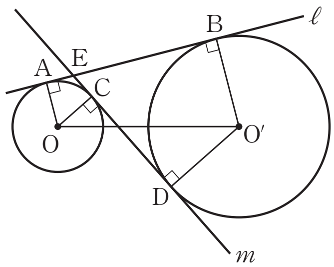
OからO′Dの延長に垂線OMを下ろすと，CD=OM

△OO′Mで，三平方の定理より，$OM=\sqrt{OO'^2-O'M^2}=\sqrt{20^2-(10+5)^2}$

$=\sqrt{175}=5\sqrt{7}$　よって，$CD=5\sqrt{7}$

$5\sqrt{7}$

(3)　(1)，(2)の直線 ℓ と m の交点をEとする。このとき，AEの長さを求めよ。



$AE=x$ とする。$CE=AE=x$，$EB=ED$ より，

$AB=AE+EB=x+ED=x+(x+CD)=2x+CD$

よって，$5\sqrt{15}=2x+5\sqrt{7}$

$x=\dfrac{5(\sqrt{15}-\sqrt{7})}{2}$

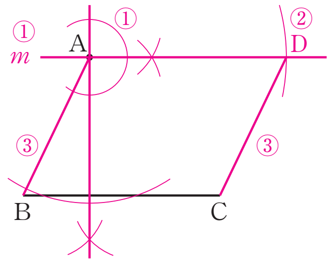
$\dfrac{5(\sqrt{15}-\sqrt{7})}{2}$

16　作図

氏名		得点	/100

1　次の問いに答えよ。　（各14点×3）

(1)　右の図の点Ａを１つの頂点として，線分BCを１辺とする平行四辺形ABCDを作図せよ。



①　点Ａを通り，BCに平行な直線 m をかく。

②　m 上に，AD＝BC となる点Ｄを，Ａの右側にとる。

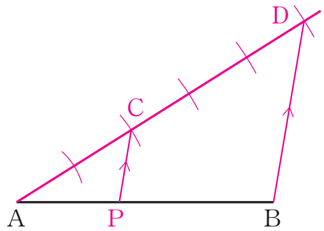
③　ＡとＢ，ＣとＤを結ぶ。

(2)　線分ABが与えられたとき，線分ABを２：３に内分する点P，線分ABを２：３に外分する点Ｑを作図せよ。

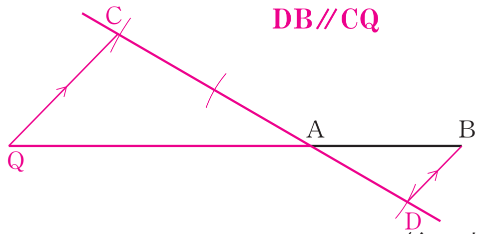
右の図で，AC：CD＝2：3

DB∥CP

〔内分点〕

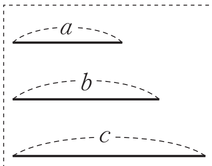


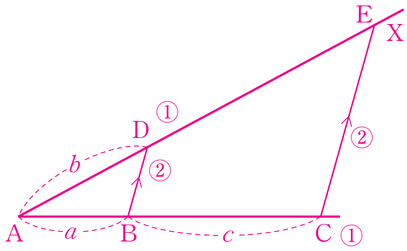
〔外分点〕　下の図で，AC：CD＝2：3，DB∥CQ



2　次の問いに答えよ。　（各14点×2）

(1)　長さ a，b，c の線分が与えられたとき，長さ $\frac{bc}{a}$ の線分を作図せよ。



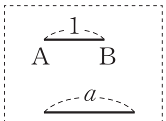


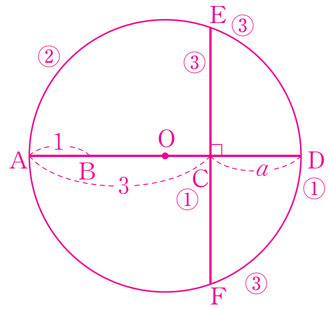
①　長さ a の線分を AB とする。直線 AB 上に，BC＝c となる点Cを，直線 AB と異なる直線 AX 上に，AD＝b となる点Dをとる。

②　点Cを通り，BD に平行な直線を引き，直線 AX との交点を E とする。線分 DE が求める線分である。

補足　$a:c=b:\mathrm{DE}$ より，$\mathrm{DE}=\frac{bc}{a}$ である。

(2)　長さ１の線分ABと，長さ a の線分が与えられたとき，長さ $\sqrt{3a}$ の線分を作図せよ。





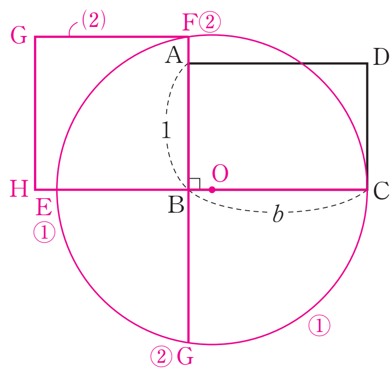
①　１直線上に，AC＝3，CD＝a となる点C，Dをとる。

②　線分 AD を直径とする円Oをかく。

③　点Cを通り，直線 AD に垂直な直線を引き，円Oとの交点を E，F とする。線分 CE が求める線分である。

補足　$\mathrm{CA}\cdot\mathrm{CD}=\mathrm{CE}^2$ より，$3a=\mathrm{CE}^2$　よって，$\mathrm{CE}=\sqrt{3a}$

3　AB＝1，BC＝b の長方形ABCDが与えられている。この長方形と面積の等しい正方形の１辺の長さを a とするとき，次の問いに答えよ。　（各15点×2）



(1)　長さ c の線分を作図せよ。

①　線分BCのBの延長上に，BE＝1 となる点Eをとり，EC を直径とする円Oをかく。

②　点Bを通り，直線 EC に垂直な直線を引き，円Oとの交点を F，G とする。線分 BF が求める線分である。

補足　$\mathrm{BE}\cdot\mathrm{BC}=\mathrm{BF}^2$ より，$\mathrm{BF}^2=1\cdot b=b$　すなわち $\mathrm{BF}=a$

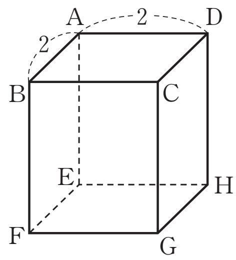
(2)　長方形ABCDと面積の等しい正方形を作図せよ。

(1)の線分 BF を１辺とする正方形BFGHをかく。

17　空間図形

氏名		得点	/100

1 右の図の直方体ABCD−EFGHについて，次の問いに答えよ。　(各16点×3)



(1)　次の２直線のなす角 θ を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。

①　BF，EH

EH∥FG より，BF，FG のなす角を求めればよい。

90°

②　AB，EG

AB∥EF より，EF，FG のなす角を求めればよい。

45°

(2)　平面EFGと平面DEGのなす角が60°のとき，辺AEの長さを求めよ。

EG と FH の交点を O とすると，EG⊥OH，EG⊥DO であるから，

∠DOH が２平面 EFG，DEG のなす角である。

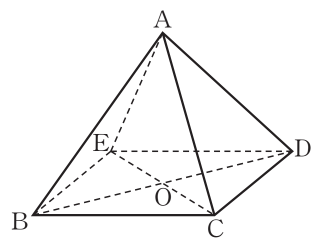
直角三角形 DOH で，∠DOH＝60°，OH＝$\sqrt{2}$ であるから，

DH＝$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　AE＝DH＝$\sqrt{6}$

$\sqrt{6}$

2 右の図は，底面が正方形BCDEで，残りの４辺の長さはみな等しい正四角錐ABCDEである。CE⊥ADであることを，底面の対角線の交点をOとして示せ。

(18点)



〔証明〕

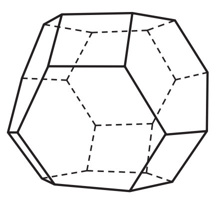
BD，CE は正方形の対角線であるから，CE⊥OD

また，AC＝AE，CO＝EO から，二等辺三角形の性質により，CE⊥OA

よって，CE は２直線 OD，OA の定める平面 AOD に垂直である。

辺 AD は平面 AOD 上にあるから，CE⊥AD

3 ６個の正方形と８個の正六角形を面にもつ多面体がある。各頂点に集まる面の数はすべて等しく，３である。この多面体について，次のものを求めよ。　(各17点×2)



(1)　頂点の数

１つの正方形の面の頂点の数は４，１つの正六角形の面の頂点の数は６

１つの頂点には３つの面が集まるから，

多面体の頂点の数は，$(6\times4+8\times6)\div3=24$

24

(2)　辺の数

１つの辺には２つの面が集まるから，

多面体の辺の数は，$(6\times4+8\times6)\div2=36$

または，オイラーの多面体定理 $v-e+f=2$ より，

$24-e+(6+8)=2$　$e=36$

36

18　約数と倍数

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各10点×4）

(1)　8 の約数をすべて求めよ。また，8 の倍数のうち，絶対値が20以下のものをすべて求めよ。

8 の約数は　1，2，4，8，-1，-2，-4，-8

8 の倍数は　……，-24，-16，-8，0，8，16，24，……

このうち，絶対値が20以下のものは，-16，-8，0，8，16

約数　1，2，4，8，-1，-2，-4，-8

絶対値が20以下の倍数　-16，-8，0，8，16

(2)　3 桁の自然数34□が 3 の倍数であるとき，□に入る数をすべて求めよ。

3 の倍数は，各位の数の和が 3 の倍数になる。

よって，$3+4+\square=9$，12，15

$\square=2$，5，8

2，5，8

(3)　4 桁の自然数$16ab$は 5 の倍数かつ 9 の倍数である。a，b にあてはまる数の組$(a,\ b)$をすべて求めよ。

5 の倍数であるから，$b=0$ または 5　また，9 の倍数であるから，各位の数の和が 9 の倍数になる。

$b=0$ のとき　$1+6+a+0=7+a=9$ より，$a=2$

$b=5$ のとき　$1+6+a+5=12+a=18$ より，$a=6$

$(a,\ b)=(2,\ 0)$，$(6,\ 5)$

2 次の問いに答えよ。（各10点×3）

(1)　次の数が自然数となるような最小の自然数 n を求めよ

①　$\sqrt{24n}$

$24=2^3\cdot3$ より，24に $2\cdot3$ を掛けると，

$2^4\cdot3^2=(2^2\cdot3)^2$ になる。

よって，$n=2\cdot3=6$

$n=6$

②　$\sqrt{378n}$

$378=2\cdot3^3\cdot7$ より，378に $2\cdot3\cdot7$ を掛けると，

$2^2\cdot3^4\cdot7^2=(2\cdot3^2\cdot7)^2$ になる。

よって，$n=2\cdot3\cdot7=42$

$n=42$

(2)　$\sqrt{\dfrac{468}{a}}$ が自然数となるような自然数 a のうち，奇数であるものをすべて求めよ。

$\dfrac{468}{a}$ が，ある自然数の 2 乗になればよい。

$468=2^2\cdot3^2\cdot13$ であり，a は奇数であるから，

$a=13$，$a=3^2\cdot13=117$

$a=13$，117

3 次の問いに答えよ。（各10点×3）

(1)　次の数の正の約数の個数を求めよ。

①　540

$540=2^2\cdot3^3\cdot5$ より，正の約数の個数は，

$(2+1)(3+1)(1+1)=24$(個)

24 個

②　1890

$1890=2\cdot3^3\cdot5\cdot7$ より，正の約数の個数は，

$(1+1)(3+1)(1+1)(1+1)=32$(個)

32 個

(2)　$xy=270$ を満たす 2 つの自然数の組$(x,\ y)$は何個あるか。ただし，$x<y$ とする。

x と y は270の約数である。

$270=2\cdot3^3\cdot5$ より，270の正の約数の個数は，$(1+1)(3+1)(1+1)=16$(個)

$x<y$ であるから，求める x，y の組は，$16\div2=8$(個)

8 個

19　最大公約数，最小公倍数

氏名		得点	/100

1 次の各組の数の最大公約数と最小公倍数を求めよ。　（各7点×8）

(1) 54，90　$54=2\cdot 3^3$，$90=2\cdot 3^2\cdot 5$

最大公約数…$2\cdot 3^2=18$

最小公倍数…$2\cdot 3^3\cdot 5=270$

最大公約数　18

最小公倍数　270

(2) 165，315　$165=3\cdot 5\cdot 11$，$315=3^2\cdot 5\cdot 7$

最大公約数…$3\cdot 5=15$

最小公倍数…$3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 11=3465$

最大公約数　15

最小公倍数　3465

(3) 36，72，120

$36=2^2\cdot 3^2$，$72=2^3\cdot 3^2$　$120=2^3\cdot 3\cdot 5$

最大公約数…$2^2\cdot 3=12$

最小公倍数…$2^3\cdot 3^2\cdot 5=360$

最大公約数　12

最小公倍数　360

(4) 75，105，275

$75=3\cdot 5^2$，$105=3\cdot 5\cdot 7$，$275=5^2\cdot 11$

最大公約数…5

最小公倍数…$3\cdot 5^2\cdot 7\cdot 11=5775$

最大公約数　5

最小公倍数　5775

2 次の問いに答えよ。(2)，(3)は，次の《最大公約数，最小公倍数の性質》を利用して答えよ。　（各11点×3）

《最大公約数，最小公倍数の性質》

2つの自然数 a，b の最大公約数を g，最小公倍数を l とする。

$a=ga'$，$b=gb'$ であるとすると，次のことが成り立つ。

[1]　a'，b' は互いに素である。　[2]　$l=ga'b'$　[3]　$ab=gl$

(1) n を正の整数とする。n と24の最小公倍数が504であるような n をすべて求めよ。

$24=2^3\cdot 3$，$504=2^3\cdot 3^2\cdot 7$ より，$n=2^a\cdot 3^2\cdot 7$（$a=0$，1，2，3）と表される。

よって，$n=2^0\cdot 3^2\cdot 7$，$2^1\cdot 3^2\cdot 7$，$2^2\cdot 3^2\cdot 7$，$2^3\cdot 3^2\cdot 7$

すなわち，$n=63$，126，252，504

$n=63$，126，252，504

(2) 最大公約数が6，最小公倍数が72である2つの自然数 a，b の組をすべて求めよ。ただし，$a<b$ とする。

$a=6a'$，$b=6b'$（a'，b' は互いに素，$a'<b'$）とおく。$l=ga'b'$ から，$72=6a'b'$　$a'b'=12$

よって，$(a',\ b')=(1,\ 12)$，$(3,\ 4)$

したがって，$(a,\ b)=(6,\ 72)$，$(18,\ 24)$

$(a,\ b)=(6,\ 72)$，$(18,\ 24)$

(3) 積が240，最小公倍数が60である2つの自然数 a，b の組をすべて求めよ。ただし，$a<b$ とする。

最大公約数を g とする。$ab=gl$ から，$240=60g$　$g=4$

$l=ga'b'$ から，$60=4a'b'$　$a'b'=15$　よって，$(a',\ b')=(1,\ 15)$，$(3,\ 5)$

したがって，$(a,\ b)=(4,\ 60)$，$(12,\ 20)$

$(a,\ b)=(4,\ 60)$，$(12,\ 20)$

3 a は自然数とする。$a+2$ は7の倍数であり，$a+7$ は9の倍数であるとき，$a+16$ は63の倍数であることを証明せよ。　（11点）

〔証明〕

$a+2$，$a+7$ は，自然数 m，n を用いて，$a+2=7m$，$a+7=9n$ と表される。

$a+16=(a+2)+14=7m+14=7(m+2)$　…①

また，$a+16=(a+7)+9=9n+9=9(n+1)$　…②

よって，①より，$a+16$ は7の倍数であり，②より，$a+16$ は9の倍数である。

7と9は互いに素であるから，$a+16$ は $7\cdot 9$ の倍数，すなわち，63の倍数である。

20　整数の割り算と商・余り

氏名		得点	/100

1 次の問いに答えよ。（各12点×4）

(1)　a，b は整数とする。a を 9 で割ると 3 余り，b を 9 で割ると 4 余る。次の数を 9 で割ったときの余りを求めよ。　$a=9k+3$，$b=9l+4$（k，l は整数）と表される。

① $a+b$

$a+b=(9k+3)+(9l+4)=9(k+l)+7$

より，余りは 7

7

② ab

$ab=(9k+3)(9l+4)=9^2kl+9k\cdot 4+9l\cdot 3+3\cdot 4$

$=9(9kl+4k+3l+1)+3$ より，余りは 3

3

(2)　次のものを求めよ

① 7^{100} を 6 で割った余り

7 を 6 で割った余りは 1 より，7^{100} を 6 で割った余りは，$1^{100}=1$ を 6 で割った余りに等しい。

よって，余りは 1

1

② 3^{21} を 8 で割った余り

$3^2=9$ を 8 で割った余りは 1　$3^{21}=(3^2)^{10}\cdot 3=9^{10}\cdot 3$

9^{10} を 8 で割った余りは 1^{10} を 8 で割った余りに等しく，1

3 を 8 で割った余りは 3　よって，

3^{21} を 8 で割った余りは，$1\cdot 3=3$

3

2 次の問いに答えよ。（各12点×2）

(1)　連続する 2 つの奇数の 2 乗の和から 2 を引いた数は，8 の倍数であることを証明せよ。

〔証明〕

連続する 2 つの奇数は，k を整数として，$2k+1$，$2k+3$ と表される。

$(2k+1)^2+(2k+3)^2-2=(4k^2+4k+1)+(4k^2+12k+9)-2$

$=8k^2+16k+8=8(k^2+2k+1)$

よって，連続する 2 つの奇数の 2 乗の和から 2 を引いた数は，8 の倍数である。

(2)　n は整数とする。n^3-n は 3 の倍数であることを証明せよ。

〔証明〕

$n^3-n=n(n^2-1)=n(n-1)(n+1)$

$n-1$，n，$n+1$ は連続する 3 つの整数であるから，3 の倍数を 1 つ含む。

よって，n^3-n は 3 の倍数である。

3 次の問いに答えよ。（各14点×2）

(1)　135 以下の自然数で，135 と互いに素である自然数の個数を求めよ。

$135=3^3\cdot 5$　135 以下の自然数で，3 の倍数の個数は，$135=3\cdot 45$ より，45

5 の倍数の個数は，$135=5\cdot 27$ より，27　　15 の倍数の個数は，$135=15\cdot 9$ より，9

135 と互いに素である自然数は，3 の倍数でも 5 の倍数でもない自然数であるから，

求める個数は，$135-(45+27-9)=72$

72個

(2)　$N=1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots 150$ について，N を素因数分解したときの素因数 5 の個数を求めよ。

$5^4>150$ より，150 以下の自然数のうち，5，5^2，5^3 の倍数の個数の和を求める。

5 の倍数の個数は 30，5^2 の倍数の個数は 6，5^3 の倍数の個数は 1 であるから，

N を素因数分解したときの素因数 5 の個数は，$30+6+1=37$

37個

21　ユークリッドの互除法

氏名		得点	/100

1 次の２つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ。（各10点×4）

(1) 270，63

$270=63\cdot4+18$

$63=18\cdot3+9$

$18=9\cdot2+0$

よって，最大公約数は 9

9

(2) 380，266

$380=266\cdot1+114$

$266=114\cdot2+38$

$114=38\cdot3+0$

よって，最大公約数は 38

38

(3) 936，396

$936=396\cdot2+144$

$396=144\cdot2+108$

$144=108\cdot1+36$

$108=36\cdot3+0$

よって，最大公約数は 36

36

(4) 477，2226

$2226=477\cdot4+318$

$477=318\cdot1+159$

$318=159\cdot2+0$

よって，最大公約数は 159

159

2 次の等式を満たす整数 x，y の組を１つ求めよ。（各11点×4）

(1) $17x+6y=1$

$17=6\cdot2+5$　移項して，$5=17-6\cdot2$

$6=5\cdot1+1$　移項して，$1=6-5\cdot1$

よって，$1=6-(17-6\cdot2)\cdot1$

$=17\cdot(-1)+6\cdot3$

$17\cdot(-1)+6\cdot3=1$ より，$x=-1$，$y=3$

$x=-1$，$y=3$

(2) $35x+24y=1$

$35=24\cdot1+11$　移項して，$11=35-24\cdot1$

$24=11\cdot2+2$　移項して，$2=24-11\cdot2$

$11=2\cdot5+1$　移項して，$1=11-2\cdot5$

よって，$1=11-(24-11\cdot2)\cdot5=11\cdot11+24\cdot(-5)$

$=(35-24\cdot1)\cdot11+24\cdot(-5)$

$=35\cdot11+24\cdot(-16)$

$35\cdot11+24\cdot(-16)=1$ より，$x=11$，$y=-16$

$x=11$，$y=-16$

(3) $19x-13y=1$

$19=13\cdot1+6$　移項して，$6=19-13\cdot1$

$13=6\cdot2+1$　移項して，$1=13-6\cdot2$

よって，$1=13-(19-13\cdot1)\cdot2$

$=19\cdot(-2)-13\cdot(-3)$

$19\cdot(-2)-13\cdot(-3)=1$ より，

$x=-2$，$y=-3$

$x=-2$，$y=-3$

(4) $32x-27y=1$

$32=27\cdot1+5$　移項して，$5=32-27\cdot1$

$27=5\cdot5+2$　移項して，$2=27-5\cdot5$

$5=2\cdot2+1$　移項して，$1=5-2\cdot2$

よって，$1=5-(27-5\cdot5)\cdot2=5\cdot11-27\cdot2$

$=(32-27\cdot1)\cdot11-27\cdot2=32\cdot11-27\cdot13$

$32\cdot11-27\cdot13=1$ より，$x=11$，$y=13$

$x=11$，$y=13$

3 a と b が互いに素な自然数であるとき，$3a+7b$ と $a+2b$ も互いに素であることを，ユークリッドの互除法を用いて，次のように証明した。$\boxed{}$にあてはまるものを記入せよ。（各4点×4）

〔証明〕

$3a+7b=(a+2b)\cdot3+\boxed{(1)}$ より，$3a+7b$ と $a+2b$ の最大公約数は，$a+2b$ と $\boxed{(1)}$ の最大公約数に等しい。

$a+2b=b\cdot2+\boxed{(2)}$ より，$a+2b$ と $\boxed{(1)}$ の最大公約数は，b と $\boxed{(2)}$ の最大公約数に等しい。

a と b は $\boxed{(3)}$ であるから，最大公約数は $\boxed{(4)}$

よって，$3a+7b$ と $a+2b$ の最大公約数も $\boxed{(4)}$　すなわち，$3a+7b$ と $a+2b$ は $\boxed{(3)}$ である。

(1) b　(2) a　(3) 互いに素　(4) 1

22　2元1次不定方程式

氏名		得点	/100

1 次の方程式の整数解をすべて求めよ。　（各14点×4）

(1) $2x+9y=0$ …①

①から，$2x=-9y$

2と9は互いに素であるから，

①のすべての整数解は

$x=-9k$，$y=2k$（k は整数）

$x=-9k$，$y=2k$（k は整数）

(2) $4x-7y=1$ …①

$x=2$，$y=1$ は①の整数解の1つである。

よって，$4\cdot2-7\cdot1=1$ …②

①−②から，$4(x-2)-7(y-1)=0$ …③

4と7は互いに素であるから，③すなわち①のすべての整数解は，$x-2=7k$，$y-1=4k$（k は整数）と表される。

$x=7k+2$，$y=4k+1$（k は整数）

(3) $5x-3y=2$ …①

$x=2$，$y=3$ は $5x-3y=1$ の整数解の1つである。

よって，$5\cdot2-3\cdot3=1$

両辺に2を掛けると，$5\cdot4-3\cdot6=2$ …②

①−② から，$5(x-4)-3(y-6)=0$ …③

5と3は互いに素であるから，③すなわち①のすべての整数解は，$x-4=3k$，$y-6=5k$（k は整数）と表される。

$x=3k+4$，$y=5k+6$（k は整数）

(4) $27x+13y=-3$ …①

$x=1$，$y=-2$ は $27x+13y=1$ の整数解の1つである。

よって，$27\cdot1+13\cdot(-2)=1$

両辺に −3 を掛けると，$27\cdot(-3)+13\cdot6=-3$ …②

①−② から，$27(x+3)+13(y-6)=0$ …③

27と13は互いに素であるから，③すなわち①のすべての整数解は，$x+3=-13k$，$y-6=27k$（k は整数）と表される。

$x=-13k-3$，$y=27k+6$（k は整数）

2 次の方程式の整数解をすべて求めよ。　（各14点×2）

(1) $12x+17y=1$ …①　12と17に互除法の計算を行う。

$x=-7$，$y=5$ は①の整数解の1つだから，$12\cdot(-7)+17\cdot5=1$ …②

①−② から，$12(x+7)+17(y-5)=0$ …③

12と17は互いに素であるから，③すなわち①のすべての整数解は，

$x+7=-17k$，$y-5=12k$（k は整数）

$17=12\cdot1+5 \rightarrow 5=17-12\cdot1$
$12=5\cdot2+2 \rightarrow 2=12-5\cdot2$
$5=2\cdot2+1 \rightarrow 1=5-2\cdot2$
$1=5-(12-5\cdot2)\cdot2$
$=5\cdot5+12\cdot(-2)$
$=(17-12\cdot1)\cdot5+12\cdot(-2)$
$=12\cdot(-7)+17\cdot5$

$x=-17k-7$，$y=12k+5$（k は整数）

(2) $63x-19y=2$ …①　63と19に互除法の計算を行う。

$x=-3$，$y=-10$ は $63x-19y=1$ の整数解の1つだから，

$63\cdot(-3)-19\cdot(-10)=1$

両辺に2を掛けると，$63\cdot(-6)-19\cdot(-20)=2$ …②

①−② から，$63(x+6)-19(y+20)=0$ …③

63と19は互いに素であるから，③すなわち①のすべての整数解は，

$x+6=19k$，$y+20=63k$（k は整数）

$63=19\cdot3+6 \rightarrow 6=63-19\cdot3$
$19=6\cdot3+1 \rightarrow 1=19-6\cdot3$
$1=19-(63-19\cdot3)\cdot3$
$=63\cdot(-3)-19(-10)$

$x=19k-6$，$y=63k-20$（k は整数）

3 5で割ると2余り，7で割ると3余るような自然数 n のうち，3桁で最小のものを求めよ。　（16点）

$n=5x+2$，$n=7y+3$（x，y は整数）と表される。よって，$5x+2=7y+3$ より，$5x-7y=1$ …①

$x=3$，$y=2$ は①の整数解の1つであるから，$5\cdot3-7\cdot2=1$ …②

①−② から，$5(x-3)-7(y-2)=0$　5と7は互いに素であるから，$x-3=7k$（k は整数）

すなわち，$x=7k+3$　ゆえに，$n=5(7k+3)+2=35k+17$　$35k+17$ が3桁で最小になるのは，$k=3$ のときで，

このとき，$n=35\cdot3+17=122$

122

23　n 進法

氏名		得点	/100

1　次の問いに答えよ。　(各7点×4)

(1)　次の数を10進法で表せ。

①　$1011_{(2)}$

$=1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0$

$=8+2+1=11$

答　11

②　$452_{(6)}$

$=4\cdot 6^2+5\cdot 6^1+2\cdot 6^0$

$=144+30+2=176$

答　176

(2)　次の10進数を[　]内の表し方で表せ。

①　47　[2進法]

$$\begin{array}{r|r l}
2 & 47 & \\
2 & 23 & \cdots 1 \\
2 & 11 & \cdots 1 \\
2 & 5 & \cdots 1 \\
2 & 2 & \cdots 1 \\
2 & 1 & \cdots 0 \\
 & 0 & \cdots 1
\end{array}$$

47

$=101111_{(2)}$

答　$101111_{(2)}$

②　5206　[7進法]

$$\begin{array}{r|r l}
7 & 5206 & \\
7 & 743 & \cdots 5 \\
7 & 106 & \cdots 1 \\
7 & 15 & \cdots 1 \\
7 & 2 & \cdots 1 \\
 & 0 & \cdots 2
\end{array}$$

5206

$=21115_{(7)}$

答　$21115_{(7)}$

2　次の問いに答えよ。　(各8点×5)

(1)　次の数を10進法の小数で表せ。

①　$0.011_{(2)}=1\cdot\frac{1}{2^2}+1\cdot\frac{1}{2^3}=0.375$

答　0.375

②　$0.431_{(5)}=4\cdot\frac{1}{5^1}+3\cdot\frac{1}{5^2}+1\cdot\frac{1}{5^3}=0.928$

答　0.928

(2)　次の10進数を[　]内の表し方で表せ。

①　0.528　[5進法]

$$\begin{array}{r}
\underline{0}.528 \\
\times \quad\ \ 5 \\ \hline
\underline{2}.640 \\
\times \quad 5 \\ \hline
\underline{3}.20 \\
\times \ 5 \\ \hline
\underline{1}.0
\end{array}$$

0.528

$=0.231_{(5)}$

答　$0.231_{(5)}$

②　0.375　[4進法]

$$\begin{array}{r}
\underline{0}.375 \\
\times \quad\ \ 4 \\ \hline
\underline{1}.500 \\
\times \ \ 4 \\ \hline
\underline{2}.0
\end{array}$$

0.375

$=0.12_{(4)}$

答　$0.12_{(4)}$

(3)　$\frac{1}{9}$ を3進法の小数で表せ。

$\frac{1}{9}=1\cdot\frac{1}{3^2}$ であるから，$\frac{1}{9}=0.01_{(3)}$

答　$0.01_{(3)}$

3　次の計算の結果を2進法で表せ。　(各8点×4)

(1)　$1101_{(2)}+110_{(2)}$

$=10011_{(2)}$

$$\begin{array}{r}
1101 \\
+\ \ 110 \\ \hline
10011
\end{array}$$

答　$10011_{(2)}$

(2)　$11001_{(2)}-111_{(2)}$

$=10010_{(2)}$

$$\begin{array}{r}
11001 \\
-\ \ \ 111 \\ \hline
10010
\end{array}$$

答　$10010_{(2)}$

(3)　$1010_{(2)}\times 101_{(2)}$

$=110010_{(2)}$

$$\begin{array}{r}
1010 \\
\times\ \ 101 \\ \hline
1010 \\
1010 \\ \hline
110010
\end{array}$$

答　$110010_{(2)}$

(4)　$10101_{(2)}\div 11_{(2)}$

$=111_{(2)}$

$$\begin{array}{r}
111 \\
11\,\overline{)\,10101} \\
11 \\ \hline
100 \\
11 \\ \hline
11 \\
11 \\ \hline
0
\end{array}$$

答　$111_{(2)}$

24　遊びと数学・測量と数学

氏名		得点	/100

1　2斗(20升)の桶に入っている11升の油と，3升ますと5升ますがある。これら2つのますを使って桶に4升の油を量りとる方法について述べた，次の文の□にあてはまるものを求めよ。　**(各5点×3)**

桶から3升ますでx回，5升ますでy回油をくみ取るとする。ただし，x，yは整数であり，x，yが負のときは，桶に油を戻すことを表す。

桶に入っている油が4升になるとき，$\boxed{(1)}\,x+\boxed{(2)}\,y=7$……①

$x=-1$，$y=\boxed{(3)}$は①の解である。

よって，桶に3升ますで1回戻し，桶から5升ますで$\boxed{(3)}$回くみ取ればよい。

(1) 3　(2) 5　(3) 2

2　2022年1月1日は土曜日である。次の問いに答えよ。　**(各20点×2)**

(1)　2022年1月1日の次にはじめて1日が土曜日になるのは，西暦何年何月か求めよ。

各月の日数を7で割った余りから，翌月の1日の曜日が何日分ずれるかを調べる。

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
曜日	土	火	火	金	日	水	金	月	木	土

2022年10月

(2)　2022年1月1日の次にはじめて1月1日が火曜日になるのは，西暦何年か求めよ。

各年の日数を7で割った余りから，翌年の1月1日の曜日が何日分ずれるかを調べる。

年	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
曜日	土	日	月	水	木	金	土	月	火

2030年

3　次の空間の点の座標を求めよ。　**(各15点×3)**

(1)　点A(1，3，4)をx軸の正の方向に3，y軸の負の方向に1，z軸の負の方向に5移動した点Bの座標

x座標は$1+3=4$，y座標は$3-1=2$，z座標は$4-5=-1$

(4，2，−1)

(2)　点C(−4，9，−2)とzx平面に関して対称な点Dの座標

点Dは，点Cのy座標の符号を逆にした点で，(−4，−9，−2)

(−4，−9，−2)

(3)　点E(4，−2，3)と原点に関して対称な点をFとしたときの，点Fとy軸に関して対称な点Gの座標

点Fは，点Eのx座標，y座標，z座標の符号をそれぞれ逆にした点で，(−4，2，−3)
点Gは，点Fのx座標，z座標の符号をそれぞれ逆にした点で，(4，2，3)

(4，2，3)