● 本書の特色と構成 ●

1 本書は，数学Aの内容のうち，集合，場合の数，確率について，基本事項の徹底理解から標準的な応用問題が解けるまでの実力養成を目的として編集されています。

2 全体は10講座から成り，各講座とも1～1.5時間が標準授業時間です。

3 各講座の構成は以下の通りです。

①基本の整理　…基本事項を，1つ1つの問題を解くことで確認します。

②演　　　習　…例題として取り上げた最も重要でかつ応用範囲の広い問題や，その類題を解くことによって解法を修得します。さらに，例題の関連問題や，やや発展的な問題についても練習して，さまざまなタイプの問題に対応できる応用力を養成します。

もくじ

第 9 講座　条件付き確率

基本の整理

〈条件付き確率①〉　▶ A が起こったときに, B が起こる条件付き確率 $P_A(B)$ は, $P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$ …①

1　1 から 30 までの数字が書かれた 30 枚のカードから1枚を引くとき, 引いたカードの数が「3 の倍数である」という事象を A,「4 の倍数である」という事象を B とする。このとき，条件付き確率 $P_A(B)$，$P_B(A)$ をそれぞれ求めよ。

〈条件付き確率②〉　▶①の分母分子を $n(U)$ で割ると，等式 $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$　が成り立つ。

2　ある試験で，問題 A と問題 B の 2 問が出題された。問題 A に正解した人は，全体の 70 % であり，問題 A と問題 B に正解した人は，全体の 45 % であった。問題 A に正解した人の中から 1 人選び出すとき，その人が問題 B に正解している確率を求めよ。

〈$P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ の計算〉　▶ $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ に，分かっている値を代入する。

3　ある試行における 2 つの事象を A，B とする。次の問いに答えよ。

(1)　$P(A)=0.8$，$P(B)=0.5$，$P(A\cap B)=0.2$ であるとき，$P_A(B)$，$P_B(A)$ をそれぞれ求めよ。

(2)　$P(A)=\dfrac{2}{5}$，$P(B)=\dfrac{2}{7}$，$P_A(B)=\dfrac{5}{9}$ であるとき，$P_B(A)$ を求めよ。

〈乗法定理①〉　▶事象 A，B がともに起こる確率 $P(A\cap B)$ は，$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)$

4　赤球 7 個，白球 3 個がはいっている袋から，球を 1 個取り出し，それをもとにもどさずにもう 1 個取り出す。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　2 個とも赤球である確率

(2)　赤球，白球の順に取り出す確率

〈乗法定理②〉　▶ 3 つ以上の事象についても，確率の乗法定理が成り立つ。

5　12 本のくじの中に当たりくじが 4 本はいっている。このくじの中から，引いたくじはもとにもどさないで，1 本ずつ 3 回続けて引く。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　3 回とも当たる確率

(2)　3 回目に初めて当たる確率

◇ 演　習 ◇

例題　乗法定理と加法定理

6　15 本のくじの中に当たりくじが 3 本はいっている。このくじの中から，引いたくじはもとにもどさないで，1 本ずつ 2 回続けて引く。このとき，1 本だけ当たる確率を求めよ。

解法のポイント　1 本だけ当たる事象は，次の 2 つの事象の和事象で，これらは排反である。
[1] 1 回目が当たり，2 回目がはずれる　[2] 1 回目がはずれ，2 回目が当たる
→排反事象の加法定理を利用する。

7　**類題**　赤球 5 個，白球 7 個がはいっている袋から，球を 1 個取り出し，それをもとにもどさずにもう 1 個取り出す。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　2 個の球の色が異なる確率　　(2)　2 個目が赤球である確率

8　右の表は，あるイベントに参加した 50 人の人数をまとめたものである。この中から 1 人を選び出すとき，その人が大人である事象を A，男子である事象を B とする。このとき，次の確率を求めよ。

	男子	女子
大人	8	10
子供	18	14

(1)　$P_A(B)$　(2)　$P(A\cap B)$　(3)　$P_B(\overline{A})$　(4)　$P_{\overline{B}}(A)$

9　ある試行における 2 つの事象 A，B について，$P(A)=\dfrac{7}{12}$，$P(B)=\dfrac{5}{8}$，$P(A\cap B)=\dfrac{11}{24}$ であるとき，$P_{\overline{B}}(A)$ を求めよ。

10　赤球 3 個，白球 5 個，青球 4 個がはいっている袋から，球を 1 個ずつ 3 回続けて取り出し，取り出した球はもとにもどさないとする。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　赤球，白球，青球の順に取り出す確率　　(2)　白球がちょうど 2 個出る確率

11　5 本の当たりくじを含む20本のくじがある。このくじを，引いたくじはもとにもどさないで，1 本ずつ 3 回続けて引く。このとき，当たりくじが 2 回以上連続して出る確率を求めよ。

12　**発展**　箱の中に，1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれたカードが，それぞれ 3 枚ずつはいっている。この中から 1 枚ずつ 3 回カードを引き，引いたカードはもとにもどさないとする。このとき，3 枚のカードの数の和が 6 になる確率を求めよ。

ヒント　3 枚のカードの数の和が 6 になる組合せを考えて，各場合について確率を求める。

第10講座　期待値

基本の整理

〈期待値①〉　▶数量 X の値が x_1，x_2，…，x_n をとるとき，各値をとる確率を p_1，p_2，…，p_n　ただし $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$ であるとき，$x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots\cdots x_np_n$　を数量 X の期待値という。

1　1つのさいころを投げるとき，出る目の期待値を求めよ。

〈期待値②〉　▶期待値には単位をつける。

2　100000 本のくじの中に，1 等 100000 円が 2 本，2 等 10000 円が 50 本，3 等 1000 円が 100 本入っているという。このくじを 1 本引いたときの賞金額を X として，X の期待値を求めよ。

〈期待値③〉　▶表の出る合計金額を X として，まず X のとりうる値を求める。

3　3 枚の 100 円硬貨を同時に投げて表の出る合計金額の期待値を求めよ。

〈期待値④〉　▶それぞれの求めた確率の和が 1 になることを確認する。

4　白玉 2 個，赤玉 1 個が入った袋から，1 個を取り出して色を調べてから再び袋へ戻す。この試行を 3 回くり返したとき，赤玉のでる回数の期待値を求めよ。

〈期待値の利用〉　▶もらえる金額の期待値を計算して参加料と比べる。

5　1 個のさいころを投げて，出た目の数だけ 100 円硬貨をもらうゲームがある。参加料は 1 回投げるたびに 400 円である。このゲームに参加することの損得について調べよ。

演　習

例題　期待値の利用

6　1 個のさいころを 1 回投げて，1 の目が出たときは 300 円，2 の目がでたときは 200 円もらい，他の目のときは 100 円支払うゲームがある。このゲームに参加することの損得について調べよ。

解法のポイント　支払う金額について負の値として期待値を計算する。
さいころを投げてもらえる金額を X 円とすると X の値は 300，200，-100 の場合がある。

7　**類題**　1 個のさいころを 1 回投げて，奇数の目が出たときは 300 円もらい，2 の目がでたときは 600 円，4 と 6 の目が出たときは 200 円をそれぞれ支払うゲームがある。このゲームに参加することの損得を調べよ。

8　1 個のさいころを 1 回投げるとき，1 と 6 の目が出ると 200 円，2 と 4 の目が出ると 100 円，3 の目が出ると 50 円をそれぞれもらえ，5 の目が出るともらえないものとする。この試行を 1 回行うときのもらえる金額の期待値を求めよ。

9　白玉 7 個と赤玉 3 個が入っている袋から玉を 2 個同時に取り出すとき，赤玉 1 個につき 10 点の得点とする。このとき，得点の期待値を求めよ。

10　白玉 2 個，青玉 5 個，赤玉 3 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し，白玉が出たときは 1000 円，青玉が出たときは 100 円もらい，また，赤玉が出たときは 800 円を支払うゲームがある。このゲームに参加することの損得を調べよ。

11　箱の中に$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$のカードが 2 枚ずつ入っている。この箱から同時に 3 枚のカードを取り出すとき，書いてある数の和の期待値を求めよ。

12　**発展**　白玉 3 個と赤玉 1 個の入った袋から，1 個を取り出して色を調べてから再び袋へ戻す。この試行を 3 回くり返して，赤玉のでた数と同じ枚数の 100 円硬貨をもらえるゲームがある。ゲームの参加料が 150 円のとき，ゲームに参加することの損得について調べよ。

ヒント　もらえる 100 円硬貨の合計金額を X 円とすると，X のとる値は，0，100，200，300 である。

6 回までに白球が 2 回出て，7 回目に白球が出る場合で　${}_6\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^4\times\dfrac{1}{3}=\boldsymbol{\dfrac{80}{729}}$

(2)　右のように，3 回目までは，赤 1 回白 2 回，4 回目は赤，
5 回目，6 回目は赤 1 回，白 1 回
7 回目は白　となる場合の確率だから

$$\underbrace{1\ \ 2\ \ 3}_{\substack{\text{赤}1\\ \text{白}2}}\ \ \underset{\text{赤}}{4}\ \ \underbrace{5\ \ 6}_{\substack{\text{赤}1\\ \text{白}1}}\ \ \underset{\text{白}}{7}$$

$${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}\times{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{3}=\boldsymbol{\frac{16}{729}}$$

12　A に当たる確率を a，B に当たる確率を b とする。このとき，$a<b$ であり

$ab=\dfrac{1}{16}$……①

$a(1-b)+b(1-a)=\dfrac{5}{12}$……②

②から　$a+b-2ab=\dfrac{5}{12}$

よって　①から　$a+b=\dfrac{13}{24}$……③

③より　$b=\dfrac{13}{24}-a$　これを①に代入して

$a\left(\dfrac{13}{24}-a\right)=\dfrac{1}{16}$　これを解くと　$a=\dfrac{1}{6},\ \dfrac{3}{8}$

③に代入すると，$a<b$ より　$a=\dfrac{1}{6}$，$b=\dfrac{3}{8}$

すなわち，**A に当たる確率は　$\boldsymbol{\dfrac{1}{6}}$，B に当たる確率は　$\boldsymbol{\dfrac{3}{8}}$**

【p.20】

13　サイコロを投げて 3 以上の目が x 回出るとする。

$2x+(-1)\cdot(4-x)=-1$ より　$x=1$

よって，1 回 3 以上の目が出て 3 回 2 以下の目が出る確率を求めて　${}_4\mathrm{C}_1\left(\dfrac{2}{3}\right)\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\boldsymbol{\dfrac{8}{81}}$

14　硬貨を投げて x 回表が出るとする。

$2x+(-1)\cdot(6-x)=0$ より　$x=2$

よって，表が 2 回，裏が 4 回出る確率を求めて

$${}_6\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^4=\boldsymbol{\frac{15}{64}}$$

15　3 の倍数の目が x 回出たとする。

$4x+1\cdot(8-x)=3x+8$

これが 4 の倍数になるのは　$x=0$，$x=4$，$x=8$ のときだから，求める確率は

$${}_8\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^8+{}_8\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^4+{}_8\mathrm{C}_8\left(\frac{1}{3}\right)^8$$

$$=\frac{256}{6561}+\frac{1120}{6561}+\frac{1}{6561}=\frac{1377}{6561}=\boldsymbol{\frac{17}{81}}$$

16　[1]　3 勝 0 敗のとき　$\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{8}{27}$

[2]　3 勝 1 敗のとき　3 試合までに 2 勝して 4 試合目で勝つ場合で

$${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$$

[3]　3 勝 2 敗のとき　4 試合までに 2 勝して 5 試合目で勝つ場合で

$${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$$

[1]，[2]，[3] より，求める確率は

$$\frac{8}{27}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}=\boldsymbol{\frac{64}{81}}$$

17　10 回のうち，a 回表が出たとすると，A の座標は，$(2a,\ 10-a)$

$0\leqq a\leqq 10$ より，A が位置する可能性のある点の個数は　**11 個…(ア)**

原点から A までの距離を l とすると

$l^2=(2a)^2+(10-a)^2=5(a-2)^2+80$

よって，原点からの距離が最小となる点 B の座標は，$a=2$ のときで　**(4，8)…(イ)**

A が点 B に位置する確率は，2 回表が出る場合で

$${}_{10}\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^8=\boldsymbol{\frac{45}{1024}}\text{…(ウ)}$$

18　大小 2 枚のコインを同時に投げるとき，2 枚とも表になる確率は $\dfrac{1}{4}$ だから

$P_n={}_{10}\mathrm{C}_n\left(\dfrac{1}{4}\right)^n\left(\dfrac{3}{4}\right)^{10-n}$，${}_{10}\mathrm{C}_n=\dfrac{10\,!}{n\,!\,(10-n)\,!}$

より　$\dfrac{\mathrm{P}_{n+1}}{\mathrm{P}_n}=\dfrac{{}_{10}\mathrm{C}_{n+1}}{{}_{10}\mathrm{C}_n}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{4}{3}=\dfrac{10-n}{3(n+1)}$

よって，$P_{n+1}\geqq P_n$ のとき　$\dfrac{P_{n+1}}{P_n}\geqq 1$ より

$\dfrac{10-n}{3(n+1)}\geqq 1$ から　$10-n\geqq 3(n+1)$

$4n\leqq 7$ より　$n\leqq 1$

これから　$P_1<P_2>P_3>P_4>\cdots\cdots>P_{10}$

すなわち，P_n が最大となるのは　$\boldsymbol{n=2}$

第 9 講座　条件付き確率

【p.21】

1　$\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot10\}$ より $n(A)=10$

$\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot7\}$ より，$n(B)=7$

$\{12\cdot1,\ 12\cdot2\}$ より，$n(A\cap B)=2$

よって，$P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{2}{10}=\boldsymbol{\dfrac{1}{5}}$

$P_B(A)=\dfrac{n(B\cap A)}{n(B)}=\boldsymbol{\dfrac{2}{7}}$

2　選び出された人が，問題 A に正解したという事象を A，問題 B に正解したという事象を B とすると，求める確率は $P_A(B)$

よって，$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{45}{100}\div\dfrac{70}{100}=\boldsymbol{\dfrac{9}{14}}$

3 (1) $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0.2}{0.8}=\boldsymbol{\dfrac{1}{4}}$

$P_B(A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(B)}=\dfrac{0.2}{0.5}=\boldsymbol{\dfrac{2}{5}}$

(2) $P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{2}{9}$

よって，$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{2}{9}\div\dfrac{2}{7}=\boldsymbol{\dfrac{7}{9}}$

4 (1) $\dfrac{7}{10}\times\dfrac{6}{9}=\boldsymbol{\dfrac{7}{15}}$

(2) $\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{9}=\boldsymbol{\dfrac{7}{30}}$

5 (1) $\dfrac{4}{12}\times\dfrac{3}{11}\times\dfrac{2}{10}=\boldsymbol{\dfrac{1}{55}}$

(2) はずれ，はずれ，当たりの順に引く確率だから，$\dfrac{8}{12}\times\dfrac{7}{11}\times\dfrac{4}{10}=\boldsymbol{\dfrac{28}{165}}$

[p.22]

6 1本だけ当たるという事象は，次の2つの事象の和事象である。

[1] 1回目が当たり，2回目がはずれる

$\dfrac{3}{15}\times\dfrac{12}{14}=\dfrac{6}{35}$

[2] 1回目がはずれ，2回目が当たる

$\dfrac{12}{15}\times\dfrac{3}{14}=\dfrac{6}{35}$

[1]と[2]は互いに排反であるから，求める確率は，

$\dfrac{6}{35}+\dfrac{6}{35}=\boldsymbol{\dfrac{12}{35}}$

7 (1) 2個の球の色が異なるのは，次の2つの事象の和事象である。

[1] 1個目が赤球，2個目が白球

$\dfrac{5}{12}\times\dfrac{7}{11}=\dfrac{35}{132}$

[2] 1個目が白球，2個目が赤球

$\dfrac{7}{12}\times\dfrac{5}{11}=\dfrac{35}{132}$

[1]と[2]は互いに排反であるから，求める確率は，

$\dfrac{35}{132}+\dfrac{35}{132}=\boldsymbol{\dfrac{35}{66}}$

(2) 2個目が赤球であるのは，次の2つの事象の和事象である。

[1] 1個目が白球，2個目が赤球

(1)より $\dfrac{35}{132}$

[2] 1個目が赤球，2個目が赤球

$\dfrac{5}{12}\times\dfrac{4}{11}=\dfrac{20}{132}$

[1]と[2]は互いに排反であるから，求める確率は，$\dfrac{35}{132}+\dfrac{20}{132}=\boldsymbol{\dfrac{5}{12}}$

8 (1) $P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{8}{8+10}=\boldsymbol{\dfrac{4}{9}}$

(2) 全事象をUとすると，

$P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(U)}=\dfrac{8}{50}=\boldsymbol{\dfrac{4}{25}}$

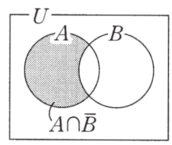
(3) $\overline{A}$は，子供であるという事象を表す。

$P_B(\overline{A})=\dfrac{n(\overline{A}\cap B)}{n(B)}=\dfrac{18}{8+18}=\boldsymbol{\dfrac{9}{13}}$

(4) $\overline{B}$は，女子であるという事象を表す。

$P_{\overline{B}}(A)=\dfrac{n(A\cap\overline{B})}{n(\overline{B})}=\dfrac{10}{10+14}=\boldsymbol{\dfrac{5}{12}}$

9 $P_{\overline{B}}(A)=\dfrac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}$



$=\dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(\overline{B})}$

$=\left(\dfrac{7}{12}-\dfrac{11}{24}\right)\div\left(1-\dfrac{5}{8}\right)$

$=\dfrac{1}{8}\div\dfrac{3}{8}=\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

10 (1) $\dfrac{3}{12}\times\dfrac{5}{11}\times\dfrac{4}{10}=\boldsymbol{\dfrac{1}{22}}$

(2) [1] 白球2個，赤球1個が出る場合

① 赤→白→白，② 白→赤→白

③ 白→白→赤　の場合がある。

①の確率は，$\dfrac{3}{12}\times\dfrac{5}{11}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{3}{66}$

②，③の確率も同じだから，

[1]の確率は，$\dfrac{9}{66}$

[2] 白球2個，青球1個が出る場合

① 青→白→白，② 白→青→白

③ 白→白→青　の場合がある。

①の確率は，$\dfrac{4}{12}\times\dfrac{5}{11}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{4}{66}$

②，③の確率も同じだから，

[2]の確率は，$\dfrac{12}{66}$

[1]と[2]は互いに排反であるから，求める確率は，$\dfrac{9}{66}+\dfrac{12}{66}=\boldsymbol{\dfrac{7}{22}}$

11 [1] 当たりが2回連続して出る場合

① 1回目，2回目が当たり，3回目がは

ずれ

② 1回目がはずれ，2回目，3回目が当たりの場合がある。

①の確率は，$\frac{5}{20}\times\frac{4}{19}\times\frac{15}{18}=\frac{5}{114}$

②の確率も同じだから，

[1]の確率は，$\frac{5}{114}+\frac{5}{114}=\frac{10}{114}$

[2] 当たりが3回連続して出る場合

$\frac{5}{20}\times\frac{4}{19}\times\frac{3}{18}=\frac{1}{114}$

[1]と[2]は互いに排反であるから，求める確率は，

$\frac{10}{114}+\frac{1}{114}=\mathbf{\frac{11}{114}}$

12 和が6になる3枚のカードの数の組合せは，(1，1，4)，(1，2，3)，(2，2，2)の3通り。

[1] (1，1，4)のとき

カードの引き方は3通り。例えば，

(1回目，2回目，3回目)＝(1, 1, 4)の確率は，

$\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}\times\frac{3}{10}=\frac{6}{440}$

残りの2通りの確率も同じだから，[1]の確率は，$\frac{6}{440}+\frac{6}{440}+\frac{6}{440}=\frac{18}{440}$

[2] (1，2，3)のとき

カードの引き方は，${}_3P_3=6$通り。例えば，

(1回目，2回目，3回目)＝(1，2，3)の確率は，

$\frac{3}{12}\times\frac{3}{11}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{440}$

残りの5通りの確率も同じだから，[2]の確率は，$\frac{54}{440}$

[3] (2，2，2)のとき

$\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}\times\frac{1}{10}=\frac{2}{440}$

[1]～[3]は互いに排反であるから，求める確率は，$\frac{18}{440}+\frac{54}{440}+\frac{2}{440}=\mathbf{\frac{37}{220}}$

第10講座 期待値

【p.23】

1 1から6の目が出る確率はそれぞれ$\frac{1}{6}$であるから，出る目の期待値は$1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{7}{2}}$

2

X	100000	10000	1000
確率	$\frac{2}{100000}$	$\frac{50}{100000}$	$\frac{100}{100000}$

上の表から，求めるXの期待値は，

$100000\times\frac{2}{100000}+10000\times\frac{50}{100000}+1000\times\frac{100}{100000}$

$=\mathbf{8}$**(円)**

3 表のでる合計金額をX円とする。Xのとる値は，0，100，200，300である。

$X=0$である確率は，表が1枚も出ない確率だから，${}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

$X=100$である確率は，表が1枚，裏が2枚である確率だから，${}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

$X=200$である確率は，表が2枚，裏が1枚である確率だから，${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$

$X=300$である確率は，3枚とも表である確率だから，${}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

よって表は次のようになる。

X	0	100	200	300	計
確率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

したがって，求める期待値は，

$0\times\frac{1}{8}+100\times\frac{3}{8}+200\times\frac{3}{8}+300\times\frac{1}{8}$

$=\mathbf{150}$**(円)**

4 赤玉の出る回数をXとすると，Xのとる値は，0，1，2，3である。

$X=0$である確率は，${}_3C_0\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$

$X=1$である確率は，${}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{12}{27}$

$X=2$である確率は，${}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{6}{27}$

$X=3$である確率は，${}_3C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$

よって次のような表ができる。

X	0	1	2	3	計
確率	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$	1

したがって，求める期待値は，

$$0\times\frac{8}{27}+1\times\frac{12}{27}+2\times\frac{6}{27}+3\times\frac{1}{27}=\mathbf{1}\textbf{(回)}$$

5　もらえる金額を X 円とすると，次のような表ができる。

X	100	200	300	400	500	600	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

もらえる金額の期待値は，

$$100\times\frac{1}{6}+200\times\frac{1}{6}+300\times\frac{1}{6}+400\times\frac{1}{6}+$$

$$500\times\frac{1}{6}+600\times\frac{1}{6}=\mathbf{350}\textbf{(円)}$$

これは参加料の 400 円より少ないので，このゲームに参加することは**損**である。

【p.24】

6　さいころを投げてもらえる金額を X 円とする。1 の目が出る確率，2 の目が出る確率はそれぞれ $\frac{1}{6}$，他の目が出る確率は $\frac{4}{6}$ であるから，次の表のようになる。

X	300	200	-100	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	1

もらえる金額の期待値は，

$$300\times\frac{1}{6}+200\times\frac{1}{6}+(-100)\times\frac{4}{6}$$

$$=\frac{100}{6}=\boldsymbol{\frac{50}{3}}\textbf{(円)}$$

よって期待値は正の値であるから，このゲームに参加することは**得**である。

7　もらえる金額を X 円とすると，次のような表ができる。

X	300	-200	-600	計
確率	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

もらえる金額の期待値は，

$$300\times\frac{3}{6}+(-200)\times\frac{2}{6}+(-600)\times\frac{1}{6}$$

$$=-\boldsymbol{\frac{50}{3}}\textbf{(円)}$$

よって，期待値が負の値より，このゲームに参加することは**損**である。

8　もらえる金額を X 円とすると，次のような表ができる。

X	0	50	100	200	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	1

よって，求める期待値は，

$$0\times\frac{1}{6}+50\times\frac{1}{6}+100\times\frac{2}{6}+200\times\frac{2}{6}$$

$$=\boldsymbol{\frac{325}{3}}\textbf{(円)}$$

9　得点を X 点とすると，X のとる値は，0，10，20 である。

$X=0$ となる確率は，$\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{7}{15}$

$X=10$ となる確率は，$\frac{{}_7C_1\times{}_3C_1}{{}_{10}C_2}=\frac{7}{15}$

$X=20$ となる確率は，$\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{15}$

よって次のような表ができる。

X	0	10	20	計
確率	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

したがって，求める期待値は，

$$0\times\frac{7}{15}+10\times\frac{7}{15}+20\times\frac{1}{15}=\frac{90}{15}=\mathbf{6}\textbf{(点)}$$

10　もらえる金額を X 円とすると，次のような表ができる。

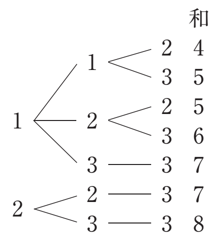
X	1000	100	-800	計
確率	$\frac{2}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

よって，もらえる金額の期待値は，

$$1000\times\frac{2}{10}+100\times\frac{5}{10}+(-800)\times\frac{3}{10}=\mathbf{10}\textbf{(円)}$$

期待値が正の値より，このゲームに参加することは**得**である。

11　数の和を X とすると，樹形図から，X のとる値は，4，5，6，7，8 となる。



$X=4$ である確率は，

$\frac{{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{2}{20}$

$X=5$ である確率は，

$\frac{{}_2C_1}{{}_6C_3}+\frac{{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}$

$X=6$ である確率は，$\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{8}{20}$

$X=7$ である確率は，$\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}$

$X=8$ である確率は，$\frac{{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{2}{20}$

よって，次のような表ができる。

X	4	5	6	7	8	計
確率	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	1

したがって，求める期待値は，

$$4\times\frac{2}{20}+5\times\frac{4}{20}+6\times\frac{8}{20}+7\times\frac{4}{20}+8\times\frac{2}{20}=\mathbf{6}$$

12　もらえる 100 円硬貨の合計金額を X 円とすると，X のとる値は，0，100，200，300 である。

$X=0$ である確率は，${}_3C_0\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$

$X=100$ である確率は，${}_3C_1\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{64}$

$X=200$ である確率は，${}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{64}$

$X=300$ である確率は，${}_3C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$

よって，次のような表ができる。

X	0	100	200	300	計
確率	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$	1

したがって，もらえる金額の期待値は，

$$0\times\frac{27}{64}+100\times\frac{27}{64}+200\times\frac{9}{64}+300\times\frac{1}{64}$$

$$=\frac{4800}{64}=\mathbf{75}\textbf{(円)}$$

よって，参加料の 150 円と比べると少ないので，このゲームに参加することは**損**である。