1　集合の要素の個数

氏名		得点	/100

1　1 から 100 までの自然数で，3 の倍数全体の集合を A，4 の倍数全体の集合を B，7 の倍数全体の集合を C とするとき，次の値を求めよ。　((1)〜(4)各12点×4，(5)(6)各13点×2)

(1)　$n(A)$　　(2)　$n(\overline{B})$　　(3)　$n(B \cup C)$

(4)　$n(A \cap B \cap C)$　　(5)　$n(\overline{B} \cap \overline{C})$　　(6)　$n(\overline{A} \cup \overline{B})$

2　150人の生徒について，通学方法を調べたところ，電車を利用している生徒は62人，電車とバスの両方を利用している生徒は36人，どちらも利用していない生徒は27人であった。次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1)　電車またはバスを利用している生徒は何人か。

(2)　バスだけを利用している生徒は何人か。

# 2　場合の数	氏名		得点	/100

1　1から7までの数を1つずつ書いた7枚のカードがある。これらのカードから，同時に2枚のカードをひくとき，次の場合の数を求めよ。（各16点×2）

(1)　カードの数の和が9か10

(2)　カードの数の積が6の倍数

2　5円，10円，50円の硬貨を使って，80円をちょうど支払う方法は何通りあるか。ただし，使わない硬貨があってもよいものとする。（18点）

3　次の問いに答えよ。（各16点×2）

(1)　1g，2g，5gの分銅が1個ずつある。これらの分銅を組み合わせて重さを作る方法は全部で何通りあるか。

(2)　180の正の約数の個数を求めよ。

4　大小2個のサイコロを同時に投げるとき，目の和が偶数になる場合の数を求めよ。（18点）

# 3　順列	氏名		得点	/100

1　1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから3枚を使って3けたの整数を作るとき，次の問いに答えよ。（各14点×2）

(1)　整数は全部で何個できるか。

(2)　奇数は何個できるか。

2　男子4人と女子2人が1列に並ぶとき，次のような並び方はそれぞれ何通りあるか。（各14点×2）

(1)　両端に男子が並ぶ。

(2)　女子2人が隣り合うように並ぶ。

3　男子5人と女子2人を円形のテーブルのまわりに着席させるとき，次の問いに答えよ。（各14点×2）

(1)　着席の仕方は全部で何通りあるか。

(2)　2人の女子が隣り合わないように着席する仕方は何通りあるか。

4　A，B，C，D，Eの5人を1号室，2号室，3号室の3つの部屋に入れる入れ方は何通りあるか。ただし，空き室があってもよいものとする。（16点）

# 4　組合せ(1)	氏名		得点	/100

1 次の値を求めよ。　(各5点×4)

(1) ${}_4C_2$　(2) ${}_7C_3$　(3) ${}_9C_4$　(4) ${}_6C_1$

(1)　(2)　(3)　(4)

2 次の問いに答えよ。　(各13点×2)

(1) 円周上に 7 個の点がある。これから 3 個の点を選んでできる三角形は何通りあるか。

(2) 男子 6 人，女子 5 人から，男女それぞれ 2 人ずつ選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

3 5 個のリンゴを A，B，C の 3 人に分ける分け方は，次のような場合何通りあるか。(各13点×2)

(1) 各人が少なくとも 1 個はもらう場合

(2) 1 個ももらわない人があってもよい場合

4 正十角形について，次の数を求めよ。　(各14点×2)

(1) 3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

(1)

(2) 対角線の本数

(2)

5　組合せ(2)

5　組合せ(2)	氏名		得点	/100

1　1，2，3，4 の数字が書かれた赤玉が 4 個，5，6，7，8，9 の数字が書かれた白玉が 5 個入っている袋がある。この袋の中から，よくかきまぜて玉を 3 個取り出すとき，少なくとも 1 個赤玉が含まれる取り出し方は何通りあるか。　(17点)

2　A，A，A，B，B，C，C の 7 文字を並べるとき，その並べ方は何通りあるか。　(17点)

3　STREET の 6 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。　(各11点×3)

(1)　すべての並べ方は何通りあるか。

(2)　2 つの E が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

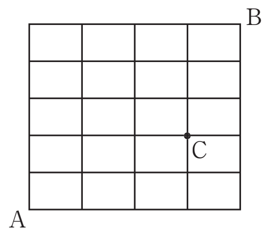
(1) ＿＿＿＿＿＿

(2) ＿＿＿＿＿＿

(3)　S，R がこの順で並ぶ並べ方は何通りあるか。

(3) ＿＿＿＿＿＿

4　右の図のような道のある町がある。次の場合，最短の道順の総数を求めよ。　(各11点×3)



(1)　A から B まで行く。

(2)　A から C を通って B まで行く。

(1) ＿＿＿＿＿＿

(2) ＿＿＿＿＿＿

(3)　A から C を通らないで B まで行く。

(3) ＿＿＿＿＿＿

# 6　確率の基本性質(1)	氏名		得点	/100

1 次の確率を求めよ。　(各16点×2)

(1)　大小２つのサイコロを同時に投げるとき，同じ目が出る確率

(2)　10円，50円，100円の３枚の硬貨を同時に投げるとき，２枚が表になる確率

2 次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1)　赤球２個，白球３個が入った袋から，同時に２個の球を取り出すとき，２個とも白球が出る確率

(2)　15本のくじの中に当たりくじが２本入っている。このくじから同時に２本引くとき，１本だけ当たる確率

3 Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅの５人が１列に並ぶとき，次の確率を求めよ。　(各17点×2)

(1)　Ａ，Ｂが隣り合う確率

(2)　Ａ，Ｂが両端に並ぶ確率

7　確率の基本性質(2)

氏名		得点	/100

1　1 個のサイコロを投げるとき，次の事象のうち，排反事象となるものはどれとどれか。　(20点)

A：2 の目が出る　　B：偶数の目が出る

C：奇数の目が出る　　D：4 以上の目が出る

2　1 から 30 までの整数を 1 つずつ書いた30枚のカードから 1 枚引くとき，4 の倍数のカードまたは，7 の倍数のカードを引く確率を求めよ。　(20点)

3　白球 6 個，赤球 5 個が入った袋から，同時に 3 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　赤球が 2 個以上出る確率　(各20点×2)

(2)　少なくとも 1 個赤球が出る確率

4　1 から 20 までの整数を 1 つずつ書いた20枚のカードから 3 枚引くとき，3 の倍数が含まれている確率を求めよ。　(20点)

8　独立な試行の確率

氏名		得点	/100

1 次の確率を求めよ。 (各16点×3)

(1)　1個のサイコロを2回投げるとき，1回目に奇数，2回目に3の倍数の目が出る確率

(2)　3本の当たりくじが入っている15本のくじから，Aが1本引き，これをもどしてからBが1本引くとき，2人ともはずれる確率

(3)　白球4個，赤球2個が入った袋から球を1個取り出し，色を調べてもとにもどすことを3回続けて行うとき，1回目に白，2回目に赤，3回目に白の球が出る確率

2 1個のサイコロを4回投げるとき，次の確率を求めよ。 ((1)(2)各17点，(3)18点)

(1)　1の目がちょうど2回出る確率

(2)　4回目にちょうど3度目の1の目が出る確率

(3)　偶数の目が2回以上出る確率

# 9　条件付き確率	氏名		得点	/100

1 白玉 6 個，青玉 4 個が入っている袋から，取り出した玉はもとに戻さずに，1 個ずつ 2 個の玉を取り出す。1 個目に白玉が出たとして，次の事象の起こる条件付き確率を求めよ。　(各13点×2)

(1)　2 個目に青玉が出る。　(2)　2 個目に白玉が出る。

(1) ____________

(2) ____________

2 ある学校の入学試験で，合格者は全体の 60% で，他の学校と併願をした合格者は全体の 10% であった。合格者の中から 1 人選ぶとき，その人が併願をした確率を求めよ。　(24点)

____

3 ある試行における事象 A, B について，$P(A)=0.3$, $P(B)=0.5$, $P(A\cap B)=0.1$ であるとき，$P_A(B)$, $P_B(A)$をそれぞれ求めよ。　(完答25点)

____

4 赤玉 5 個，白玉 4 個が入っている袋から，玉を 1 個ずつ 2 個取り出す。取り出した玉はもとに戻さないとするとき，取り出した 2 個の玉が同色である確率を求めよ。　(25点)

____

# 10 期待値	氏名		得点	/100

1 1個のさいころを投げるとき，出る目の期待値を求めよ。 (25点)

2 表裏のある4枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出る硬貨の枚数の期待値を求めよ。 (25点)

3 3個のさいころを同時に投げるとき，1の目が出るさいころの個数の期待値を求めよ。 (25点)

4 100円硬貨を4枚同時に投げ，表が出た硬貨の枚数が3枚以上のときは500円を賞金としてもらうことのできるゲームがある。このゲームの参加料が150円であるとき，ゲームに参加するのは得か，あるいは損か。 (25点)

1　集合の要素の個数

氏名		得点	/100

1　1から100までの自然数で，3の倍数全体の集合をA，4の倍数全体の集合をB，7の倍数全体の集合をCとするとき，次の値を求めよ。

((1)〜(4)各12点×4，(5)(6)各13点×2)

(1)　$n(A)$

$100\div3=33$ 余り 1 より，

$n(A)=33$

33

(2)　$n(\overline{B})$

$n(\overline{B})=n(U)-n(B)$

$100\div4=25$ より，$n(B)=25$

$n(\overline{B})=100-25=75$

75

(3)　$n(B\cup C)$

$n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C)$

$n(C)=14$, $n(B\cap C)=3$ より，

$n(B\cup C)=25+14-3=36$

36

(4)　$n(A\cap B\cap C)$

3，4，7の最小公倍数84の倍数全体の集合の個数

$100\div84=1$ 余り 16 より，

$n(A\cap B\cap C)=1$

1

(5)　$n(\overline{B}\cap\overline{C})$

$n(\overline{B}\cap\overline{C})=n(\overline{B\cup C})$

$=n(U)-n(B\cup C)$

$=100-36=64$

64

(6)　$n(\overline{A}\cup\overline{B})$

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})$

$=n(U)-n(A\cap B)$

$n(A\cap B)=8$ より，

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=100-8=92$

92

2　150人の生徒について，通学方法を調べたところ，電車を利用している生徒は62人，電車とバスの両方を利用している生徒は36人，どちらも利用していない生徒は27人であった。次の問いに答えよ。

(各13点×2)

(1)　電車またはバスを利用している生徒は何人か。

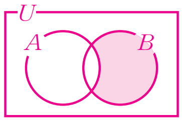
生徒全体の集合をU，電車を利用している生徒の集合をA，バスを利用している生徒の集合をBとする。$n(U)=150$，$n(A)=62$，$n(A\cap B)=36$，$n(\overline{A\cup B})=27$

$n(A\cup B)=n(U)-n(\overline{A\cup B})=150-27=123$

123人

(2)　バスだけを利用している生徒は何人か。

$n(\overline{A}\cap B)=n(A\cup B)-n(A)=123-62=61$



61人

2　場合の数

氏名		得点	/100

1　1 から 7 までの数を 1 つずつ書いた 7 枚のカードがある。これらのカードから，同時に 2 枚のカードをひくとき，次の場合の数を求めよ。　(各16点×2)

(1)　カードの数の和が 9 か10

和が 9 になるカードの組合せは，(2，7)，(3，6)，(4，5)の 3 通り。
和が10になるカードの組合せは，(3，7)，(4，6)の 2 通り。全部で，$3+2=5$(通り)

5 通り

(2)　カードの数の積が 6 の倍数　カードの数の積の最大値は $6\times7=42$　42以下の 6 の倍数について，それぞれのカードの組合せは，6…(1，6)，(2，3)，12…(2，6)，(3，4)，18…(3，6)，24…(4，6)，30…(5，6)，36…なし，42…(6，7)，全部で，$2+2+1+1+1+1=8$(通り)

8 通り

2　5 円，10円，50円の硬貨を使って，80円をちょうど支払う方法は何通りあるか。ただし，使わない硬貨があってもよいものとする。　(18点)

50円	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10円	3	2	1	0	8	7	6	5	4	3	2	1	0
5円	0	2	4	6	0	2	4	6	8	10	12	14	16

13通り

3　次の問いに答えよ。　(各16点×2)

(1)　1 g，2 g，5 g の分銅が 1 個ずつある。これらの分銅を組み合わせて重さを作る方法は全部で何通りあるか。　それぞれの分銅で，使い方は，0 個，1 個の 2 通りあるから，$2\times2\times2=8$(通り)
この中には，どれも使わない場合が 1 通りふくまれるので，$8-1=7$(通り)

7 通り

(2)　180 の正の約数の個数を求めよ。

$180=2^2\times3^2\times5$　と素因数分解できる。
よって，約数の個数は，$(2+1)\cdot(2+1)\cdot(1+1)=18$(個)

18個

4　大小 2 個のサイコロを同時に投げるとき，目の和が偶数になる場合の数を求めよ。　(18点)

「2 個とも奇数」の場合か「2 個とも偶数」の場合である。2 個とも奇数の場合，それぞれのサイコロの目の出方は 1，3，5 の 3 通りだから，$3\times3=9$ (通り)。
2 個とも偶数の場合も同様に 9 通り。全部で $9+9=18$(通り)

18通り

3　順列	氏名		得点	/100

1 1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードから3枚を使って3けたの整数を作るとき，次の問いに答えよ。　（各14点×2）

(1) 整数は全部で何個できるか。

${}_9P_3=9\cdot8\cdot7=504$ (個)

504個

(2) 奇数は何個できるか。

一の位の数は，1，3，5，7，9 のいずれかで，選び方は5通り。

百の位と十の位の数は，残りの8枚から並べる。よって，$5\times{}_8P_2=5\cdot8\cdot7=280$ (個)

280個

2 男子4人と女子2人が1列に並ぶとき，次のような並び方はそれぞれ何通りあるか。

(1) 両端に男子が並ぶ。　（各14点×2）

両端に男子が並ぶ並び方は，${}_4P_2$ 通り。残りの4人の並び方は，$4!$ 通り。

よって，${}_4P_2\times4!=288$ (通り)

288通り

(2) 女子2人が隣り合うように並ぶ。

2人の女子をひとまとめにして，5人の並び方が $5!$ 通り。

そのおのおのに対して女子の並び方が $2!$ 通りあるから，

$5!\times2!=240$ (通り)

240通り

3 男子5人と女子2人を円形のテーブルのまわりに着席させるとき，次の問いに答えよ。

(1) 着席の仕方は全部で何通りあるか。　（各14点×2）

7人を円形に並べる円順列より，$(7-1)!=720$ (通り)

720通り

(2) 2人の女子が隣り合わないように着席する仕方は何通りあるか。

男子5人を先に並べ，男子の間の5ヶ所のうちの2ヶ所に女子を1人ずつ入れる。

$(5-1)!\times{}_5P_2=4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot5\cdot4=480$ (通り)

480通り

4 A，B，C，D，Eの5人を1号室，2号室，3号室の3つの部屋に入れる入れ方は何通りあるか。ただし，空き室があってもよいものとする。　（16点）

Aがどの部屋に入るかは3通り。BからEについてもそれぞれ同じく3通りだから，

$3^5=243$ (通り)

243通り

# 4　組合せ(1)	氏名		得点	/100

1 次の値を求めよ。　（各5点×4）

(1) ${}_4C_2$　(2) ${}_7C_3$　(3) ${}_9C_4$　(4) ${}_6C_1$

(1) ${}_4C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=6$　(2) ${}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$　(3) ${}_9C_4=\dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=126$　(4) ${}_6C_1=6$

(1) 6　(2) 35　(3) 126　(4) 6

2 次の問いに答えよ。　（各13点×2）

(1) 円周上に 7 個の点がある。これから 3 個の点を選んでできる三角形は何通りあるか。

円周上の 7 個の点から 3 個を選ぶと，必ず三角形ができるから，${}_7C_3=\dfrac{7!}{3!4!}=35$（通り）

35通り

(2) 男子 6 人，女子 5 人から，男女それぞれ 2 人ずつ選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

男子 6 人から 2 人選ぶ選び方は，${}_6C_2$通り。女子 5 人から 2 人選ぶ選び方は，${}_5C_2$通り。

よって，${}_6C_2\times{}_5C_2=\dfrac{6!}{2!4!}\times\dfrac{5!}{2!3!}=150$（通り）

150通り

3 5 個のリンゴをA，B，Cの 3 人に分ける分け方は，次のような場合何通りあるか。　（各13点×2）

(1) 各人が少なくとも 1 個はもらう場合

5 個のリンゴを○で表し，その間の 4 ヶ所に 2 つの仕切り｜を置く場合の数に等しい。よって，${}_4C_2=\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）

A　B　C
○|○○|○○
1　2　2

6 通り

(2) 1 個ももらわない人があってもよい場合

5 個の○と 2 本の｜の，合計 7 つを 1 列に並べる並べ方に等しい。

よって，$\dfrac{7!}{2!5!}=21$（通り）

A　B　C
○|　|○○○○
1　0　4

21通り

4 正十角形について，次の数を求めよ。　（各14点×2）

(1) 3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

(1) ${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$（個）

(1) 120（個）

(2) 対角線の本数

(2) ${}_{10}C_2-10=45-10=35$（本）

(2) 35（本）

5　組合せ(2)

氏名		得点	/100

1　1，2，3，4 の数字が書かれた赤玉が 4 個，5，6，7，8，9 の数字が書かれた白玉が 5 個入っている袋がある。この袋の中から，よくかきまぜて玉を 3 個取り出すとき，少なくとも 1 個赤玉が含まれる取り出し方は何通りあるか。（17点）

(少なくとも 1 個が赤玉)＝(すべての取り出し方)－(3 個とも白玉)　である。

よって，$_9C_3 - {}_5C_3 = \dfrac{9!}{3!6!} - \dfrac{5!}{3!2!} = 74$ (通り)

74通り

2　A，A，A，B，B，C，C の 7 文字を並べるとき，その並べ方は何通りあるか。（17点）

A 3 個，B 2 個，C 2 個が同じものであるから，並べ方は，$\dfrac{7!}{3!2!2!} = 210$ (通り)

210通り

3　STREET の 6 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。（各11点×3）

(1)　すべての並べ方は何通りあるか。

(1)　$\dfrac{6!}{2!\ 2!\ 1!\ 1!} = 180$ (通り)

(2)　2 つの E が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

(2)　2 つの E が隣り合う並べ方は，$\dfrac{5!}{2!} = 60$ (通り)

(すべての並べ方)－(2 つの E が隣り合う並べ方)

より，(1)から，180－60＝120 (通り)

(3)　S，R がこの順で並ぶ並べ方は何通りあるか。

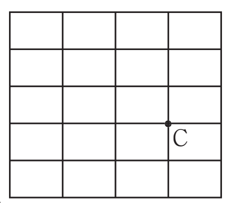
(3)　$\dfrac{6!}{2!\ 2!\ 2!} = 90$ (通り)

(1)　180 (通り)

(2)　120 (通り)

(3)　90 (通り)

4　右の図のような道のある町がある。次の場合，最短の道順の総数を求めよ。（各11点×3）



(1)　A から B まで行く。

(1)　$\dfrac{9!}{4!\ 5!} = 126$ (通り)

(2)　A から C を通って B まで行く。

(2)　(A から C までの最短の道順の総数)

×(C から B までの最短の道順の総数) より，

$\dfrac{5!}{3!\ 2!} \times \dfrac{4!}{1!\ 3!} = 40$ (通り)

(3)　A から C を通らないで B まで行く。

(3)　(1)，(2)から，126－40＝86 (通り)

(1)　126 (通り)

(2)　40 (通り)

(3)　86 (通り)

# 6　確率の基本性質(1)	氏名		得点	/100

1 次の確率を求めよ。　（各16点×2）

(1)　大小２つのサイコロを同時に投げるとき，同じ目が出る確率

起こりうるすべての場合の数は，$6\times6=36$（通り）

同じ目の出る場合の数は，(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6)の６通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

$\dfrac{1}{6}$

(2)　10円，50円，100円の３枚の硬貨を同時に投げるとき，２枚が表になる確率

起こりうるすべての場合の数は，$2\times2\times2=8$（通り）　表を○，裏を×で表すと，

２枚が表になる場合は，(10円，50円，100円)＝(○，○，×)，(○，×，○)，

(×，○，○)の３通り。よって，求める確率は，$\dfrac{3}{8}$

$\dfrac{3}{8}$

2 次の確率を求めよ。　（各17点×2）

(1)　赤球２個，白球３個が入った袋から，同時に２個の球を取り出すとき，２個とも白球が出る確率

５個の球から２個を取り出す場合の数は，${}_5C_2$通り。

３個の白球から２個取り出す場合の数は，${}_3C_2$通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{3}{10}$

$\dfrac{3}{10}$

(2)　15本のくじの中に当たりくじが２本入っている。このくじから同時に２本引くとき，１本だけ当たる確率

15本のくじから２本引く場合の数は，${}_{15}C_2$通り。

当たりくじ２本から１本引き，はずれくじ13本から１本引く場合の数は，${}_2C_1\times{}_{13}C_1$通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_2C_1\times{}_{13}C_1}{{}_{15}C_2}=\dfrac{26}{105}$

$\dfrac{26}{105}$

3 Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅの５人が１列に並ぶとき，次の確率を求めよ。　（各17点×2）

(1)　Ａ，Ｂが隣り合う確率

５人の並び方の全部の場合の数は，$5!$通り。

Ａ，Ｂが隣り合う並び方の場合の数は，$4!\cdot2!$通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{4!\cdot2!}{5!}=\dfrac{2}{5}$

$\dfrac{2}{5}$

(2)　Ａ，Ｂが両端に並ぶ確率

両端にＡ，Ｂが並ぶ場合の数は，$3!\cdot2!$通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{3!\cdot2!}{5!}=\dfrac{1}{10}$

$\dfrac{1}{10}$

7　確率の基本性質(2)	氏名		得点	/100

1　1個のサイコロを投げるとき，次の事象のうち，排反事象となるものはどれとどれか。　(20点)

A：2の目が出る　　B：偶数の目が出る

C：奇数の目が出る　　D：4以上の目が出る

それぞれの事象は，$A=\{2\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6\}$，$C=\{1,\ 3,\ 5\}$，$D=\{4,\ 5,\ 6\}$

よって，排反事象になるのは，A と C，A と D，B と C

A と C，A と D，B と C

2　1から30までの整数を1つずつ書いた30枚のカードから1枚引くとき，4の倍数のカードまたは，7の倍数のカードを引く確率を求めよ。　(20点)

4の倍数を引く事象を A，7の倍数を引く事象を B とする。

$30\div4=7$ 余り2より，$P(A)=\dfrac{7}{30}$，$30\div7=4$ 余り2より，$P(B)=\dfrac{4}{30}$，

$30\div28=1$ 余り2より，$P(A\cap B)=\dfrac{1}{30}$，

よって，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{7}{30}+\dfrac{4}{30}-\dfrac{1}{30}=\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{1}{3}$

3　白球6個，赤球5個が入った袋から，同時に3個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　赤球が2個以上出る確率　(各20点×2)

11個の球から3個を取り出す場合の数は，${}_{11}C_3$ 通り。

3個とも赤である事象を A，2個が赤，1個が白である事象を B とすると，

$P(A)=\dfrac{{}_5C_3}{{}_{11}C_3}=\dfrac{2}{33}$，　$P(B)=\dfrac{{}_5C_2\times{}_6C_1}{{}_{11}C_3}=\dfrac{12}{33}$

A と B は排反だから，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{2}{33}+\dfrac{12}{33}=\dfrac{14}{33}$

$\dfrac{14}{33}$

(2)　少なくとも1個赤球が出る確率

「3個とも白球」の余事象を考える。3個とも白球である場合の数は，${}_6C_3$ 通りだから，

求める確率は，$1-\dfrac{{}_6C_3}{{}_{11}C_3}=\dfrac{29}{33}$

$\dfrac{29}{33}$

4　1から20までの整数を1つずつ書いた20枚のカードから3枚引くとき，3の倍数が含まれている確率を求めよ。　(20点)

20枚から3枚引く場合の数は，${}_{20}C_3$ 通り。$20\div3=6$ 余り2より，3の倍数でない数の個数は，

$20-6=14$ だから，3枚とも3の倍数でない場合の数は，${}_{14}C_3$ 通り

よって，求める確率は，$1-\dfrac{{}_{14}C_3}{{}_{20}C_3}=\dfrac{194}{285}$

$\dfrac{194}{285}$

# 8　独立な試行の確率	氏名		得点	/100

1 次の確率を求めよ。 （各16点×3）

(1)　1個のサイコロを2回投げるとき，1回目に奇数，2回目に3の倍数の目が出る確率

奇数が出る確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$　　3の倍数の目が出る確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

よって，求める確率は，$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

(2)　3本の当たりくじが入っている15本のくじから，Aが1本引き，これをもどしてからBが1本引くとき，2人ともはずれる確率

Aがはずれる確率は，$1-\frac{3}{15}=\frac{4}{5}$　　Bがはずれる確率も$\frac{4}{5}$だから，

求める確率は，$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$

$\frac{16}{25}$

(3)　白球4個，赤球2個が入った袋から球を1個取り出し，色を調べてもとにもどすことを3回続けて行うとき，1回目に白，2回目に赤，3回目に白の球が出る確率

1回につき白が出る確率は，$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，赤が出る確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

3回の試行はそれぞれ独立だから，求める確率は　$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

$\frac{4}{27}$

2 1個のサイコロを4回投げるとき，次の確率を求めよ。 （(1)(2)各17点，(3)18点）

(1)　1の目がちょうど2回出る確率

1の目が出る確率は$\frac{1}{6}$で，1の目が出ない確率は$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$だから，

求める確率は，${}_4C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{216}$

$\frac{25}{216}$

(2)　4回目にちょうど3度目の1の目が出る確率

3回目までに2度1の目が出て，さらに，4回目に1の目が出る場合である。

求める確率は，${}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{5}{432}$

$\frac{5}{432}$

(3)　偶数の目が2回以上出る確率

偶数の目が全く出ない確率は，$\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$　　1回だけ出る確率は，${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}$

この余事象を考えると，求める確率は，$1-\left(\frac{1}{16}+\frac{4}{16}\right)=\frac{11}{16}$

$\frac{11}{16}$

9　条件付き確率

氏名		得点	/100

1 白玉 6 個，青玉 4 個が入っている袋から，取り出した玉はもとに戻さずに，1 個ずつ 2 個の玉を取り出す。1 個目に白玉が出たとして，次の事象の起こる条件付き確率を求めよ。　(各13点×2)

(1)　2 個目に青玉が出る。　　(2)　2 個目に白玉が出る。

1 個目に白玉が出るという事象を A とする。

(1)　2 個目に青玉が出るという事象を B とすると，

求める確率は，$P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{6\times4}{6\times9}=\dfrac{4}{9}$

(2)　2 個目に白玉が出るという事象を C とすると，

求める確率は，$P_A(C)=\dfrac{n(A\cap C)}{n(A)}=\dfrac{6\times5}{6\times9}=\dfrac{5}{9}$

(1) $\dfrac{4}{9}$

(2) $\dfrac{5}{9}$

2 ある学校の入学試験で，合格者は全体の 60％で，他の学校と併願をした合格者は全体の 10％であった。合格者の中から 1 人選ぶとき，その人が併願をした確率を求めよ。　(24点)

選んだ人が合格者であるという事象を A，併願をしたという事象を B とすると，求める確率は $P_A(B)$ である。

$P(A)=\dfrac{60}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{10}{100}$ より，

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{1}{6}$

$\dfrac{1}{6}$

3 ある試行における事象 A，B について，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.5$，$P(A\cap B)=0.1$ であるとき，$P_A(B)$，$P_B(A)$ をそれぞれ求めよ。　(完答25点)

$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0.1}{0.3}=\dfrac{1}{3}$

$P_B(A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(B)}=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0.1}{0.5}=\dfrac{1}{5}$

$P_A(B)=\dfrac{1}{3}$　　$P_B(A)=\dfrac{1}{5}$

4 赤玉 5 個，白玉 4 個が入っている袋から，玉を 1 個ずつ 2 個取り出す。取り出した玉はもとに戻さないとするとき，取り出した 2 個の玉が同色である確率を求めよ。　(25点)

2 個の玉が同色であるという事象は，次の [1]，[2] の事象の和事象で，これらは互いに排反である。

[1] 2 個とも赤玉　　[2] 2 個とも白玉

[1] の確率は，$\dfrac{5}{9}\times\dfrac{4}{8}=\dfrac{20}{72}$

[2] の確率は，$\dfrac{4}{9}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{12}{72}$

よって，求める確率は，$\dfrac{20}{72}+\dfrac{12}{72}=\dfrac{4}{9}$

$\dfrac{4}{9}$

10　期待値

氏名		得点	/100

1　1 個のさいころを投げるとき，出る目の期待値を求めよ。（25点）

1 から 6 の目が出る確率はそれぞれ $\frac{1}{6}$ であるから，出る目の期待値は，

$$1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$$

$\frac{7}{2}$

2　表裏のある 4 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出る硬貨の枚数の期待値を求めよ。（25点）

表が出る硬貨の枚数は，0，1，2，3，4 のいずれかである。

[1] 表が 0 枚である確率は，${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

[2] 表が 1 枚である確率は，${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$

[3] 表が 2 枚である確率は，${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

[4] 表が 3 枚である確率は，${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{4}$

[5] 表が 4 枚である確率は，${}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{16}$

よって，表が出る硬貨の枚数の期待値は，

$$0\times\frac{1}{16}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{16}=2\text{（枚）}$$

2（枚）

3　3 個のさいころを同時に投げるとき，1 の目が出るさいころの個数の期待値を求めよ。（25点）

1 の目が出るさいころの個数は，0，1，2，3 のいずれかである。

[1] 1 の目が 0 個である確率は，${}_3C_0\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$

[2] 1 の目が 1 個である確率は，${}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{72}$

[3] 1 の目が 2 個である確率は，${}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{5}{72}$

[4] 1 の目が 3 個である確率は，${}_3C_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{1}{216}$

よって，1 の目が出るさいころの個数の期待値は，

$$0\times\frac{125}{216}+1\times\frac{25}{72}+2\times\frac{5}{72}+3\times\frac{1}{216}=\frac{1}{2}\text{（個）}$$

$\frac{1}{2}$**（個）**

4　100 円硬貨を 4 枚同時に投げ，表が出た硬貨の枚数が 3 枚以上のときは 500 円を賞金としてもらうことのできるゲームがある。このゲームの参加料が 150 円であるとき，ゲームに参加するのは得か，あるいは損か。（25点）

賞金は 0 円，500 円のいずれかである。

[1] 賞金が 0 円となる確率は，表が 0 枚または 1 枚または 2 枚である確率であり，

$${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3+{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{11}{16}$$

[2] 賞金が 500 円となる確率は，表が 3 枚または 4 枚である確率であり，

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1+{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{5}{16}$$

よって，賞金の期待値は，

$$0\times\frac{11}{16}+500\times\frac{5}{16}=\frac{2500}{16}=156.25\text{（円）}$$

したがって，150 円を払ってこのゲームに参加するのは，**得である**。