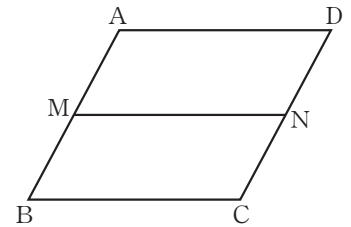


<h1 style="margin: 0;">1 ベクトルとその演算</h1>	氏名	得点	/ 100
---	----	----	-------

1 右の図の平行四辺形ABCDにおいて、点M, Nはそれぞれ辺AB, CDの中点である。次のようなベクトルをすべて求めよ。 (各12点×2)

(1) \overrightarrow{AM} と等しいベクトル

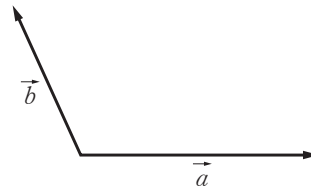
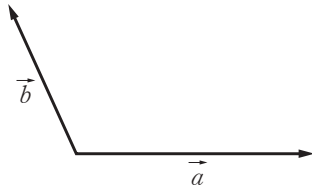
(2) \overrightarrow{MN} の逆ベクトル



2 \vec{a} , \vec{b} が次の(1), (2)のように表されているとき, $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示せよ。 (各10点×4)

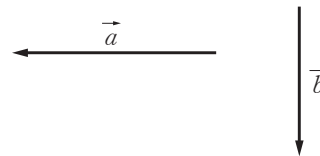
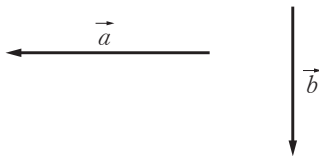
(1) $\vec{a} + \vec{b}$

$\vec{a} - \vec{b}$



(2) $\vec{a} + \vec{b}$

$\vec{a} - \vec{b}$



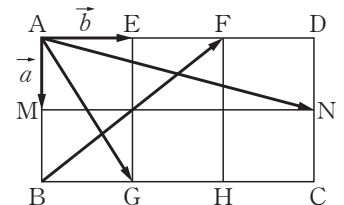
3 長方形ABCDの辺AB, CDの中点をそれぞれM, Nとし, 右の図のように, 辺ADを3等分する点をE, F, 辺BCを3等分する点をG, Hとする。 $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ とするとき, 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(各12点×3)

(1) \overrightarrow{AG}

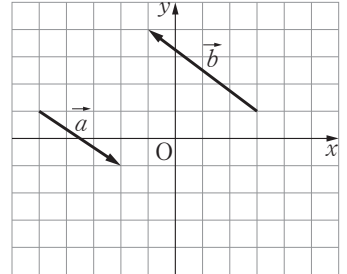
(2) \overrightarrow{AN}

(3) \overrightarrow{BF}



<h1>2 ベクトルの成分</h1>	氏名	得点	/ 100
--------------------	----	----	-------

1 右の図のベクトル \vec{a} , \vec{b} を成分で表し, それぞれの大きさを求めよ。 (各 6 点×4)



\vec{a} 成分表示 _____ 大きさ _____
 \vec{b} 成分表示 _____ 大きさ _____

2 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-3, 1)$ のとき, 次の問いに答えよ。 (各 8 点×6)

(1) 次のベクトルを成分を用いて表せ。また, その大きさを求めよ。

① $\vec{a} + \vec{b}$

成分表示 _____ 大きさ _____

② $2\vec{a} - \vec{b}$

成分表示 _____ 大きさ _____

(2) $\vec{p} = (9, -8)$ を $s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に表せ。

(3) \vec{a} と $\vec{q} = (x, 6)$ が平行になるように, 定数 x の値を定めよ。

3 3点 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(3, -1)$ について, 次のベクトルの成分と大きさを求めよ。 (各 7 点×4)

(1) \vec{OA}

成分表示 _____ 大きさ _____

(2) \vec{AB}

成分表示 _____ 大きさ _____

<h1 style="margin: 0;">3 ベクトルの内積</h1>	氏名	得点	/ 100
---------------------------------------	----	----	-------

1 $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=6$ とし, \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とする。次のそれぞれの場合について, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(各 8 点×3)

(1) $\theta=60^\circ$

(2) $\theta=150^\circ$

(3) $\theta=90^\circ$

2 次の 2 つのベクトル \vec{a} , \vec{b} について, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, なす角 θ を求めよ。

(各 8 点×6)

(1) $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(-1, 5)$

内積 _____ なす角 _____

(2) $\vec{a}=(1, \sqrt{3})$, $\vec{b}=(\sqrt{3}, 1)$

内積 _____ なす角 _____

(3) $\vec{a}=(\sqrt{2}, -1)$, $\vec{b}=(\sqrt{2}, 2)$

内積 _____ なす角 _____

3 次の問いに答えよ。

(各 7 点×4)

(1) 次の内積を計算し, その結果を $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ を用いて表せ。

① $\vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$

② $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$

③ $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b})$

(2) $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=4$, $\vec{a} \cdot \vec{b}=-3$ のとき, $|2\vec{a} - \vec{b}|$ の値を求めよ。

4 位置ベクトル	氏 名	得 点	/ 100
-----------------	--------	--------	-------

1 3点 $P(\vec{p})$, $Q(\vec{q})$, $R(\vec{r})$ に対して, 次のベクトルを \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} のいずれかを用いて表せ。 (各12点×3)

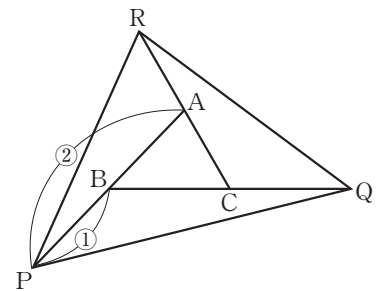
- (1) \overrightarrow{PQ} (2) \overrightarrow{RP} (3) \overrightarrow{QR}

2 2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ について, 次の点の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。 (各12点×4)

- (1) 線分ABを4:3に内分する点 (2) 線分ABを4:3に外分する点

- (3) 線分ABを2:7に内分する点 (4) 線分ABを2:7に外分する点

3 3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする $\triangle ABC$ において, 重心を $G(\vec{g})$, 辺AB, BC, CAを2:1に外分する点をそれぞれ $P(\vec{p})$, $Q(\vec{q})$, $R(\vec{r})$ とする。 $\triangle PQR$ の重心を $G'(\vec{g}')$ とすると, G と G' は一致することを証明せよ。 (16点)



<h1 style="margin: 0;">5 ベクトル方程式</h1>	氏名	得点	/ 100
---------------------------------------	----	----	-------

1 次の直線の方程式を、媒介変数 t を用いて表せ。また、 t を消去して得られる x と y の方程式を求めよ。

(各14点×4)

(1) 点 $A(-1, 2)$ を通り、方向ベクトルが $\vec{d} = (1, 3)$ である直線

媒介変数表示 _____ 方程式 _____

(2) 2点 $A(2, 4)$, $B(-1, 7)$ を通る直線

媒介変数表示 _____ 方程式 _____

2 次の問いに答えよ。

(各14点×2)

(1) 点 $A(-2, 3)$ を通り、法線ベクトルが $\vec{n} = (-1, 4)$ である直線の方程式を求めよ。

(2) 2直線 $x + \sqrt{3}y - 3 = 0$, $\sqrt{3}x - 3y + 6 = 0$ のなす鋭角を求めよ。

3 2点 $A(2, 5)$, $B(-4, 3)$ を直径の両端とする円の方程式を、ベクトルを利用して求めよ。

(16点)

<h2 style="margin: 0;">6 図形への応用</h2>	氏名	得点	/ 100
--------------------------------------	----	----	-------

1 3点P, Q, Rの位置ベクトルが, それぞれ $\vec{a}-2\vec{b}$, $2\vec{a}+\vec{b}$, $3\vec{a}+4\vec{b}$ であるとき, 3点P, Q, Rは一直線上にあることを証明せよ。 (25点)

2 $\triangle ABC$ において, 辺ABの中点をD, 辺ACを1:3に内分する点をE, BEとCDの交点をFとする。 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ とすると, \overrightarrow{AF} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。 (25点)

3 次の三角形の面積を求めよ。 (各25点×2)

(1) 3点O(0, 0), A(2, 1), B(-1, 3)を頂点とする $\triangle OAB$

(2) 3点A(1, 4), B(-2, 1), C(3, -2)を頂点とする $\triangle ABC$

<h1 style="margin: 0;">7 空間座標とベクトル</h1>	氏名	得点	/ 100
---	----	----	-------

1 2点A(5, 6, -1), B(-4, 3, 5)について, 次のものを求めよ。 (各8点×6)

- (1) zx 平面に関して, 点Aと対称な点の座標 (2) y 軸に関して, 点Bと対称な点の座標

- (3) 2点A, B間の距離 _____ (4) 点Aを通り, xy 平面に平行な平面の方程式 _____

- (5) 線分ABを2:1に内分する点の座標 _____ (6) 線分ABを2:1に外分する点の座標 _____

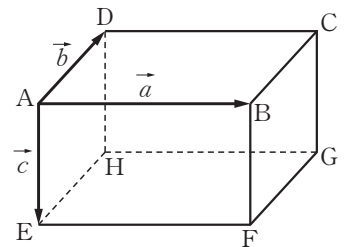
2 右の図の直方体において, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ とするとき, 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

(各8点×3)

(1) \overrightarrow{HC}

(2) \overrightarrow{FH}

(3) \overrightarrow{DF}



3 $\vec{a}=(1, 2, -1)$, $\vec{b}=(2, 3, 0)$, $\vec{c}=(-1, 1, 1)$ のとき, 次の問いに答えよ。

(各7点×4)

(1) \vec{a} を基本ベクトル $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ を用いて表せ。

(2) $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ を成分を用いて表せ。また, その大きさを求めよ。

成分表示 _____ 大きさ _____

(3) $\vec{p}=(-3, 4, 1)$ を $\vec{p}=\vec{la}+\vec{mb}+\vec{nc}$ の形に表せ。

<h1 style="margin: 0;">8 ベクトルの内積</h1>	氏名	得点	/ 100
---------------------------------------	----	----	-------

1 右の図の1辺の長さが2の立方体において、次の内積を求めよ。

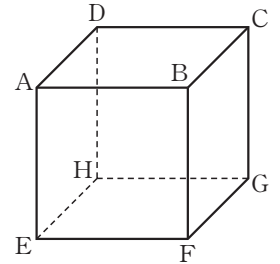
(各10点×4)

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EH}$

(2) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DE}$

(3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AF}$

(4) $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{DG}$



2 次の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} について、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, なす角 θ を求めよ。

(各10点×4)

(1) $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, -1, 2)$

内積 _____ なす角 _____

(2) $\vec{a} = (1, -2, 2)$, $\vec{b} = (3, 4, -5)$

内積 _____ なす角 _____

3 $\vec{a} = (2, -1, x)$, $\vec{b} = (3, x, 4)$ のとき、次の2つのベクトルが垂直となるように x の値を定めよ。(各10点×2)

(1) \vec{a} , \vec{b}

(2) \vec{a} , $\vec{a} - 2\vec{b}$

<h2 style="margin: 0;">9 位置ベクトルと空間図形</h2>	氏名	得点	/100
---	----	----	------

1 4点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$, $D(\vec{d})$ を頂点とする四面体 $ABCD$ において、辺 AB を $1:2$ に内分する点を $P(\vec{p})$, $\triangle BCD$ の重心を $G(\vec{g})$ とする。このとき、次の点の位置ベクトルを求めよ。 (各10点×4)

- (1) 点 $P(\vec{p})$ _____ (2) 線分 CP を $3:2$ に外分する点 $Q(\vec{q})$ _____

- (3) 点 $G(\vec{g})$ _____ (4) 線分 AG を $3:1$ に内分する点 $R(\vec{r})$ _____

2 4点 $A(1, 2, 4)$, $B(3, 1, 5)$, $C(0, 4, 1)$, $D(x, 3, 1)$ が同一平面上にあるとき、実数 x の値を求めよ。 (10点)

3 次の問いに答えよ。 (各10点×5)

- (1) 中心が点 $(2, -4, 5)$ で、半径が 6 である球面の方程式を求めよ。

- (2) 点 $A(3, 4, 1)$ を通り、 $\vec{d}=(1, 3, -2)$ に平行な直線の方程式を、媒介変数 t を用いて表せ。また、 t を消去して得られる直線の方程式を求めよ。

媒介変数表示 _____ 方程式 _____

- (3) 点 $A(-1, 4, 2)$ を通り、 $\vec{n}=(2, 3, -2)$ に垂直な平面の方程式を求めよ。また、この平面と x 軸との交点の座標を求めよ。

平面 _____ 交点 _____

1 ベクトルとその演算	氏名	得点	/ 100
--------------------	----	----	-------

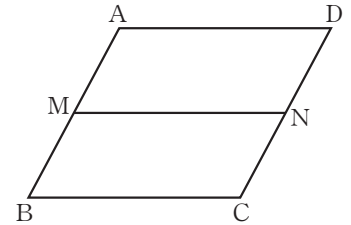
1 右の図の平行四辺形ABCDにおいて、点M, Nはそれぞれ辺AB, CDの中点である。次のようなベクトルをすべて求めよ。 (各12点×2)

(1) \overrightarrow{AM} と等しいベクトル

$\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{DN}, \overrightarrow{NC}$

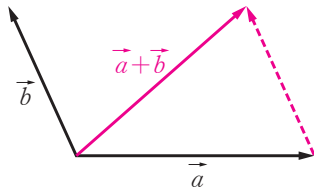
(2) \overrightarrow{MN} の逆ベクトル

$\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$

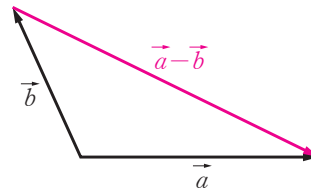


2 \vec{a}, \vec{b} が次の(1), (2)のように表されているとき、 $\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示せよ。 (各10点×4)

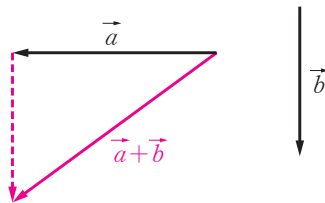
(1) $\vec{a} + \vec{b}$



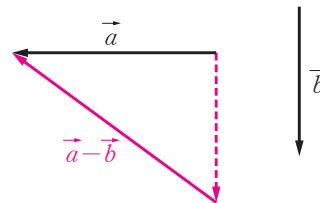
$\vec{a} - \vec{b}$



(2) $\vec{a} + \vec{b}$



$\vec{a} - \vec{b}$



3 長方形ABCDの辺AB, CDの中点をそれぞれM, Nとし、右の図のように、辺ADを3等分する点をE, F, 辺BCを3等分する点をG, Hとする。 $\overrightarrow{AM} = \vec{a}, \overrightarrow{AE} = \vec{b}$ とすると、次のベクトルを \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

(各12点×3)

(1) $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$
 $= 2\vec{a} + \vec{b}$

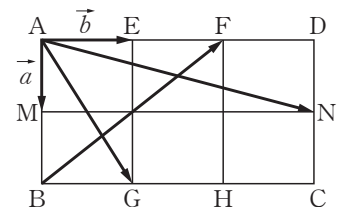
$2\vec{a} + \vec{b}$

(2) $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$
 $= 3\vec{b} + \vec{a}$
 $= \vec{a} + 3\vec{b}$

$\vec{a} + 3\vec{b}$

(3) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AB}$
 $= 2\vec{b} - 2\vec{a}$
 $= -2\vec{a} + 2\vec{b}$

$-2\vec{a} + 2\vec{b}$

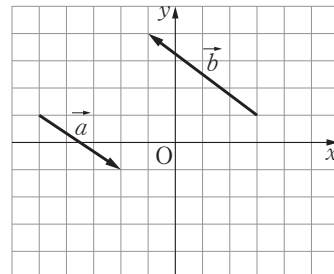


<h1 style="margin: 0;">2 ベクトルの成分</h1>	氏名	得点	/ 100
---------------------------------------	----	----	-------

1 右の図のベクトル \vec{a} , \vec{b} を成分で表し, それぞれの大きさを求めよ。 (各 6 点×4)

$$\vec{a} = (3, -2) \quad |\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{b} = (-4, 3) \quad |\vec{b}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$



$$\vec{a} \text{ 成分表示 } \underline{(3, -2)} \quad \text{大きさ } \underline{\sqrt{13}}$$

$$\vec{b} \text{ 成分表示 } \underline{(-4, 3)} \quad \text{大きさ } \underline{5}$$

2 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-3, 1)$ のとき, 次の問いに答えよ。 (各 8 点×6)

(1) 次のベクトルを成分を用いて表せ。また, その大きさを求めよ。

① $\vec{a} + \vec{b}$

$$\vec{a} + \vec{b} = (1, -2) + (-3, 1) = (1-3, -2+1) = (-2, -1)$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5} \quad \text{成分表示 } \underline{(-2, -1)} \quad \text{大きさ } \underline{\sqrt{5}}$$

② $2\vec{a} - \vec{b}$

$$2\vec{a} - \vec{b} = 2(1, -2) - (-3, 1) = (2, -4) - (-3, 1) = (2 - (-3), -4 - 1) = (5, -5)$$

$$|2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \quad \text{成分表示 } \underline{(5, -5)} \quad \text{大きさ } \underline{5\sqrt{2}}$$

(2) $\vec{p} = (9, -8)$ を $s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に表せ。

$$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} \text{ とおくと,}$$

$$(9, -8) = s(1, -2) + t(-3, 1) = (s-3t, -2s+t)$$

$$\text{よって, } \begin{cases} s-3t=9 \\ -2s+t=-8 \end{cases} \quad \text{これを解いて, } s=3, t=-2 \quad \text{ゆえに, } \vec{p} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\underline{\vec{p} = 3\vec{a} - 2\vec{b}}$$

(3) \vec{a} と $\vec{q} = (x, 6)$ が平行になるように, 定数 x の値を定めよ。

$$\vec{a} // \vec{q} \text{ より, } (x, 6) = k(1, -2) \text{ となる実数 } k \text{ が存在する。}$$

$$(x, 6) = (k, -2k) \text{ より, } x=k, 6=-2k$$

$$k=-3 \text{ より, } x=-3$$

$$\underline{x = -3}$$

3 3点 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(3, -1)$ について, 次のベクトルの成分と大きさを求めよ。 (各 7 点×4)

(1) \vec{OA}

$$\vec{OA} = (4, 2)$$

$$|\vec{OA}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{成分表示 } \underline{(4, 2)} \quad \text{大きさ } \underline{2\sqrt{5}}$$

(2) \vec{AB}

$$\vec{AB} = (3-4, -1-2) = (-1, -3)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{成分表示 } \underline{(-1, -3)} \quad \text{大きさ } \underline{\sqrt{10}}$$

<h1 style="margin: 0;">3 ベクトルの内積</h1>	氏名	得点	/ 100
---------------------------------------	----	----	-------

1 $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=6$ とし, \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とする。次のそれぞれの場合について, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。 (各 8 点×3)

(1) $\theta=60^\circ$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \times 6 \times \cos 60^\circ$ $= 30 \times \frac{1}{2}$ $= 15$	(2) $\theta=150^\circ$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \times 6 \times \cos 150^\circ$ $= 30 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -15\sqrt{3}$ $-15\sqrt{3}$	(3) $\theta=90^\circ$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \times 6 \times \cos 90^\circ$ $= 30 \times 0$ $= 0$
---	---	--

2 次の 2 つのベクトル \vec{a} , \vec{b} について, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, なす角 θ を求めよ。 (各 8 点×6)

(1) $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(-1, 5)$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times (-1) + 3 \times 5 = 13$ また, $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ $|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$
 よって, $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{13}{\sqrt{13} \sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より, $\theta = 45^\circ$
 内積 13 なす角 $\theta = 45^\circ$

(2) $\vec{a}=(1, \sqrt{3})$, $\vec{b}=(\sqrt{3}, 1)$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 1 = 2\sqrt{3}$ また, $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ $|\vec{b}| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$
 よって, $\cos \theta = \frac{2\sqrt{3}}{2 \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より, $\theta = 30^\circ$
 内積 $2\sqrt{3}$ なす角 $\theta = 30^\circ$

(3) $\vec{a}=(\sqrt{2}, -1)$, $\vec{b}=(\sqrt{2}, 2)$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + (-1) \times 2 = 0$
 よって, $\cos \theta = 0$
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より, $\theta = 90^\circ$
 内積 0 なす角 $\theta = 90^\circ$

3 次の問いに答えよ。 (各 7 点×4)

(1) 次の内積を計算し, その結果を $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ を用いて表せ。

① $\vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$
 $= \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot 2\vec{b}$
 $= |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ $|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$

② $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$
 $= \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot 3\vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot 3\vec{b}$
 $= |\vec{a}|^2 + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{b} - 3|\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - 3|\vec{b}|^2$ $|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - 3|\vec{b}|^2$

③ $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b})$
 $= 3\vec{a} \cdot 3\vec{a} - 3\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot 3\vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b}$
 $= 9|\vec{a}|^2 - 3\vec{a} \cdot \vec{b} + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - |\vec{b}|^2 = 9|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$ $9|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$

(2) $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ のとき, $|2\vec{a} - \vec{b}|$ の値を求めよ。
 $|2\vec{a} - \vec{b}|^2 = (2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$
 $= 2\vec{a} \cdot 2\vec{a} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot 2\vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b}$
 $= 4|\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 4 \times 1^2 - 4 \times (-3) + 4^2 = 32$
 $|2\vec{a} - \vec{b}| \geq 0$ であるから, $|2\vec{a} - \vec{b}| = 4\sqrt{2}$ $4\sqrt{2}$

<h1 style="margin: 0;">4 位置ベクトル</h1>	氏名	得点	/ 100
--------------------------------------	----	----	-------

1 3点P(\vec{p}), Q(\vec{q}), R(\vec{r})に対して, 次のベクトルを \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} のいずれかを用いて表せ。 (各12点×3)

- (1) \overrightarrow{PQ} (2) \overrightarrow{RP} (3) \overrightarrow{QR}
- $$= \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} \qquad = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OR} \qquad = \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OQ}$$
- $$= \vec{q} - \vec{p} \qquad = \vec{p} - \vec{r} \qquad = \vec{r} - \vec{q}$$

$\vec{q} - \vec{p}$

$\vec{p} - \vec{r}$

$\vec{r} - \vec{q}$

2 2点A(\vec{a}), B(\vec{b})について, 次の点の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。 (各12点×4)

- (1) 線分ABを4:3に内分する点 (2) 線分ABを4:3に外分する点
- $$\frac{3\vec{a} + 4\vec{b}}{4+3} = \frac{3\vec{a} + 4\vec{b}}{7} = \frac{3}{7}\vec{a} + \frac{4}{7}\vec{b} \qquad \frac{-3\vec{a} + 4\vec{b}}{4-3} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$$

$\frac{3}{7}\vec{a} + \frac{4}{7}\vec{b}$

$-3\vec{a} + 4\vec{b}$

- (3) 線分ABを2:7に内分する点 (4) 線分ABを2:7に外分する点
- $$\frac{7\vec{a} + 2\vec{b}}{2+7} = \frac{7\vec{a} + 2\vec{b}}{9} = \frac{7}{9}\vec{a} + \frac{2}{9}\vec{b} \qquad \frac{-7\vec{a} + 2\vec{b}}{2-7} = \frac{7\vec{a} - 2\vec{b}}{5} = \frac{7}{5}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}$$

$\frac{7}{9}\vec{a} + \frac{2}{9}\vec{b}$

$\frac{7}{5}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}$

3 3点A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c})を頂点とする $\triangle ABC$ において, 重心をG(\vec{g}), 辺AB, BC, CAを2:1に外分する点をそれぞれP(\vec{p}), Q(\vec{q}), R(\vec{r})とする。 $\triangle PQR$ の重心をG'(\vec{g}')とすると, GとG'は一致することを証明せよ。 (16点)

$\triangle ABC$ の重心Gの位置ベクトルは, $\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$...①

$\triangle PQR$ の重心G'の位置ベクトルは, $\vec{g}' = \frac{\vec{p} + \vec{q} + \vec{r}}{3}$...②

ここで, $\vec{p} = \frac{-\vec{a} + 2\vec{b}}{2-1} = -\vec{a} + 2\vec{b}$

同様に, $\vec{q} = -\vec{b} + 2\vec{c}$, $\vec{r} = -\vec{c} + 2\vec{a}$ より,

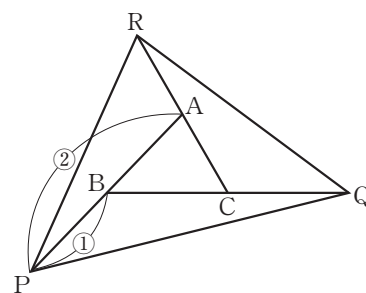
$$\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} = (-\vec{a} + 2\vec{b}) + (-\vec{b} + 2\vec{c}) + (-\vec{c} + 2\vec{a})$$

$$= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

これを②に代入して, $\vec{g}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$...③

①, ③より, $\vec{g} = \vec{g}'$

よって, GとG'は一致する。



<h1 style="margin: 0;">5 ベクトル方程式</h1>	氏名	得点	/ 100
---------------------------------------	----	----	-------

1 次の直線の方程式を、媒介変数 t を用いて表せ。また、 t を消去して得られる x と y の方程式を求めよ。(各14点×4)

(1) 点 $A(-1, 2)$ を通り、方向ベクトルが $\vec{d}=(1, 3)$ である直線
 直線上の任意の点を $P(x, y)$ とし、 $P(\vec{p})$ 、 $A(\vec{a})$ とすると、 $\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$ より、
 $(x, y)=(-1, 2)+t(1, 3)=(-1+t, 2+3t)$
 よって、
$$\begin{cases} x=-1+t & \cdots\text{①} \\ y=2+3t & \cdots\text{②} \end{cases}$$

 ①×3-② より、 $3x-y=-5$ $3x-y+5=0$ 媒介変数表示 $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+3t \end{cases}$ 方程式 $3x-y+5=0$

(2) 2点 $A(2, 4)$ 、 $B(-1, 7)$ を通る直線
 直線上の任意の点を $P(x, y)$ とし、 $P(\vec{p})$ 、 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ とすると、 $\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$ より、
 $(x, y)=(1-t)(2, 4)+t(-1, 7)=(2-2t-t, 4-4t+7t)=(2-3t, 4+3t)$
 よって、
$$\begin{cases} x=2-3t & \cdots\text{①} \\ y=4+3t & \cdots\text{②} \end{cases}$$

 ①+② より、 $x+y=6$ $x+y-6=0$ 媒介変数表示 $\begin{cases} x=2-3t \\ y=4+3t \end{cases}$ 方程式 $x+y-6=0$

2 次の問いに答えよ。(各14点×2)

(1) 点 $A(-2, 3)$ を通り、法線ベクトルが $\vec{n}=(-1, 4)$ である直線の方程式を求めよ。
 直線上の任意の点を $P(x, y)$ とし、 $P(\vec{p})$ 、 $A(\vec{a})$ とすると、 $\vec{n}\perp\overline{AP}$ より、 $\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=0$
 $\vec{p}-\vec{a}=(x, y)-(-2, 3)=(x+2, y-3)$ だから、
 $\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=(-1)\times(x+2)+4\times(y-3)=-x+4y-14=0$
 よって、 $x-4y+14=0$

(2) 2直線 $x+\sqrt{3}y-3=0$ 、 $\sqrt{3}x-3y+6=0$ のなす鋭角を求めよ。
 直線 $x+\sqrt{3}y-3=0$ の法線ベクトルは、 $\vec{a}=(1, \sqrt{3})$
 直線 $\sqrt{3}x-3y+6=0$ の法線ベクトルは、 $\vec{b}=(\sqrt{3}, -3)$
 ここで、 $|\vec{a}|=\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}=2$ $|\vec{b}|=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-3)^2}=2\sqrt{3}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times(-3)=-2\sqrt{3}$
 法線ベクトル \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-2\sqrt{3}}{2\times 2\sqrt{3}}=-\frac{1}{2}$$
 $0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ$ であるから、 $\theta=120^\circ$
 2直線のなす鋭角は、 $180^\circ-120^\circ=60^\circ$
 60°

3 2点 $A(2, 5)$ 、 $B(-4, 3)$ を直径の両端とする円の方程式を、ベクトルを利用して求めよ。(16点)

円周上の任意の点を $P(x, y)$ とし、 $P(\vec{p})$ 、 $A(\vec{a})$ 、 $B(\vec{b})$ とすると、
 $\vec{p}-\vec{a}=(x, y)-(2, 5)=(x-2, y-5)$
 $\vec{p}-\vec{b}=(x, y)-(-4, 3)=(x+4, y-3)$
 $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$ だから、 $(x-2)(x+4)+(y-5)(y-3)=0$
 よって、 $x^2+2x-8+y^2-8y+15=0$
 $(x+1)^2+(y-4)^2=8-15+1+16$
 $(x+1)^2+(y-4)^2=10$
 $(x+1)^2+(y-4)^2=10$

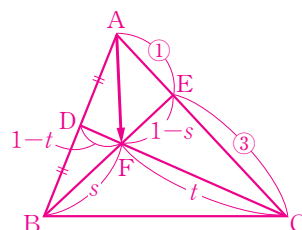
<h1 style="margin: 0;">6 図形への応用</h1>	氏名	得点	/ 100
--------------------------------------	----	----	-------

1 3点P, Q, Rの位置ベクトルが, それぞれ $\vec{a}-2\vec{b}$, $2\vec{a}+\vec{b}$, $3\vec{a}+4\vec{b}$ であるとき, 3点P, Q, Rは一直線上にあることを証明せよ。 (25点)

$\vec{OP}=\vec{a}-2\vec{b}$, $\vec{OQ}=2\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{OR}=3\vec{a}+4\vec{b}$ より,
 $\vec{PR}=\vec{OR}-\vec{OP}=(3\vec{a}+4\vec{b})-(\vec{a}-2\vec{b})=2\vec{a}+6\vec{b}=2(\vec{a}+3\vec{b})$
 $\vec{PQ}=\vec{OQ}-\vec{OP}=(2\vec{a}+\vec{b})-(\vec{a}-2\vec{b})=\vec{a}+3\vec{b}$
 よって, $\vec{PR}=2\vec{PQ}$ が成り立つ。
 したがって, 3点P, Q, Rは一直線上にある。

2 $\triangle ABC$ において, 辺ABの中点をD, 辺ACを1:3に内分する点をE, BEとCDの交点をFとする。 $\vec{AB}=\vec{a}$, $\vec{AC}=\vec{b}$ とするとき, \vec{AF} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。 (25点)

3点B, F, Eは一直線上にあるので, $BF:FE=s:(1-s)$ とおくと,
 $\vec{AF}=(1-s)\vec{AB}+s\vec{AE}=(1-s)\vec{a}+s(\frac{1}{4}\vec{b})=(1-s)\vec{a}+\frac{1}{4}s\vec{b} \dots \textcircled{1}$
 3点C, F, Dは一直線上にあるので, $CF:FD=t:(1-t)$ とおくと,
 $\vec{AF}=(1-t)\vec{AC}+t\vec{AD}=(1-t)\vec{b}+t(\frac{1}{2}\vec{a})=\frac{1}{2}t\vec{a}+(1-t)\vec{b} \dots \textcircled{2}$



$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より, $1-s=\frac{1}{2}t$, $\frac{1}{4}s=1-t$ ← $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{a} \nparallel \vec{b}$

これらを解いて, $s=\frac{4}{7}$, $t=\frac{6}{7}$ よって, $\vec{AF}=\frac{3}{7}\vec{a}+\frac{1}{7}\vec{b}$

$\vec{AF}=\frac{3}{7}\vec{a}+\frac{1}{7}\vec{b}$

3 次の三角形の面積を求めよ。 (各25点×2)

(1) 3点O(0, 0), A(2, 1), B(-1, 3)を頂点とする $\triangle OAB$

$|\vec{OA}|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ $|\vec{OB}|=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$
 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}=2 \times (-1) + 1 \times 3 = 1$ より,
 $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$

よって, $S = \frac{1}{2} |\vec{OA}| |\vec{OB}| \sin \theta = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10} \times \frac{7\sqrt{2}}{10} = \frac{7}{2}$

別解 (2)の 面積 の公式を使うと, $S = \frac{1}{2} |2 \cdot 3 - 1 \cdot (-1)| = \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2}$

(2) 3点A(1, 4), B(-2, 1), C(3, -2)を頂点とする $\triangle ABC$

$\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA}=(-2, 1)-(1, 4)=(-3, -3)$
 $\vec{AC}=\vec{OC}-\vec{OA}=(3, -2)-(1, 4)=(2, -6)$

よって, $S = \frac{1}{2} |(-3) \times (-6) - (-3) \times 2| = 12$

← $\vec{AB}=(a_1, a_2), \vec{AC}=(b_1, b_2)$ のとき,
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} |a_1 b_2 - a_2 b_1|$

<h1 style="margin: 0;">7 空間座標とベクトル</h1>	氏名	得点	100
---	----	----	-----

1 2点A(5, 6, -1), B(-4, 3, 5)について, 次のものを求めよ。 (各8点×6)

- (1) zx 平面に関して, 点Aと対称な点の座標 (2) y 軸に関して, 点Bと対称な点の座標
 y 座標の符号が逆になる。 x, z 座標の符号が逆になる。

(5, -6, -1)

(4, 3, -5)

(3) 2点A, B間の距離

$$AB = \sqrt{(-4-5)^2 + (3-6)^2 + \{5-(-1)\}^2}$$

$$= \sqrt{126}$$

$$= 3\sqrt{14}$$

3√14

(4) 点Aを通り, xy 平面に平行な平面の方程式

点(a, b, c)を通り, xy 平面に平行な平面の方程式は,
 $z=c$

$z=-1$

(5) 線分ABを2:1に内分する点の座標

$$\left(\frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot (-4)}{2+1}, \frac{1 \cdot 6 + 2 \cdot 3}{2+1}, \frac{1 \cdot (-1) + 2 \cdot 5}{2+1} \right)$$

より, (-1, 4, 3)

(-1, 4, 3)

(6) 線分ABを2:1に外分する点の座標

$$\left(\frac{-1 \cdot 5 + 2 \cdot (-4)}{2-1}, \frac{-1 \cdot 6 + 2 \cdot 3}{2-1}, \frac{-1 \cdot (-1) + 2 \cdot 5}{2-1} \right)$$

より, (-13, 0, 11)

(-13, 0, 11)

2 右の図の直方体において, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ とするととき, 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

(各8点×3)

(1) $\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE}$
 $= \vec{a} - \vec{c}$

$\vec{a} - \vec{c}$

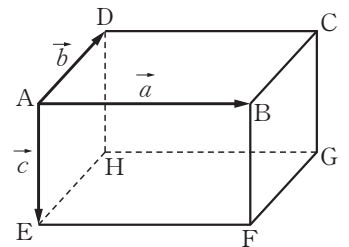
(2) $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$
 $= \vec{b} - \vec{a}$

$$= -\vec{a} + \vec{b}$$

$-\vec{a} + \vec{b}$

(3) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{HF} - \overrightarrow{HD} = -\overrightarrow{FH} + \overrightarrow{DH}$
 $= -(-\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$
 $= \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

$\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$



3 $\vec{a}=(1, 2, -1)$, $\vec{b}=(2, 3, 0)$, $\vec{c}=(-1, 1, 1)$ のとき, 次の問いに答えよ。

(各7点×4)

(1) \vec{a} を基本ベクトル $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ を用いて表せ。

$$\vec{e}_1=(1, 0, 0), \vec{e}_2=(0, 1, 0), \vec{e}_3=(0, 0, 1)$$

$$\vec{a}=(1, 0, 0)+2(0, 1, 0)-(0, 0, 1)=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-\vec{e}_3$$

$\vec{a}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-\vec{e}_3$

(2) $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ を成分を用いて表せ。また, その大きさを求めよ。

$$\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=(1, 2, -1)+(2, 3, 0)-(-1, 1, 1)=(4, 4, -2)$$

$$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|=\sqrt{4^2+4^2+(-2)^2}=\sqrt{36}=6$$

成分表示 (4, 4, -2)

大きさ

6

(3) $\vec{p}=(-3, 4, 1)$ を $l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}$ の形に表せ。

$$\vec{p}=l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c} \text{ とおくと, } (-3, 4, 1)=l(1, 2, -1)+m(2, 3, 0)+n(-1, 1, 1)$$

$$\text{よって, } l+2m-n=-3, 2l+3m+n=4, -l+n=1$$

$$\text{これを解いて, } l=2, m=-1, n=3 \quad \text{ゆえに, } \vec{p}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$$

$\vec{p}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$

<h1>8 ベクトルの内積</h1>	氏名	得点	100
--------------------	----	----	-----

1 (1)~(4)のそれぞれの2つのベクトルのなす角を θ とする。

1 右の図の1辺の長さが2の立方体において、次の内積を求めよ。 (各10点×4)

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{EH}$

$\vec{EH} = \vec{AD}$ より, $\theta = 90^\circ$
 $\cos 90^\circ = 0$ より, $\vec{AB} \cdot \vec{EH} = 0$

0

(2) $\vec{AD} \cdot \vec{DE}$

$\angle ADE = 45^\circ$ より, $\theta = 135^\circ$
 $\vec{AD} \cdot \vec{DE} = 2 \times 2\sqrt{2} \times \cos 135^\circ$
 $= 2 \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -4$

-4

(3) $\vec{AC} \cdot \vec{AF}$

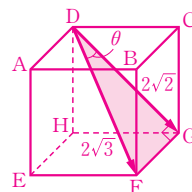
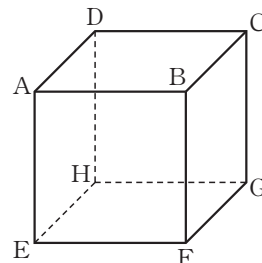
$\triangle ACF$ は正三角形であり, $\theta = 60^\circ$
 $\vec{AC} \cdot \vec{AF} = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \cos 60^\circ$
 $= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4$

4

(4) $\vec{DF} \cdot \vec{DG}$

$|\vec{DF}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$, $|\vec{DG}| = 2\sqrt{2}$
 $\angle DGF = 90^\circ$
 $\triangle DFG$ は直角三角形であり,
 $\vec{DF} \cdot \vec{DG} = |\vec{DF}| |\vec{DG}| \cos \theta$
 $= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = 8$

8



2 次の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} について、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, なす角 θ を求めよ。 (各10点×4)

(1) $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, -1, 2)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 3 + 2 \times (-1) + 3 \times 2 = 7$ また, $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$ $|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$
 $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{7}{\sqrt{14} \sqrt{14}} = \frac{1}{2}$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より, $\theta = 60^\circ$

内積 7 なす角 $\theta = 60^\circ$

(2) $\vec{a} = (1, -2, 2)$, $\vec{b} = (3, 4, -5)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 3 + (-2) \times 4 + 2 \times (-5) = -15$ また, $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$ $|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$
 $\cos \theta = \frac{-15}{3 \times 5\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より, $\theta = 135^\circ$

内積 -15 なす角 $\theta = 135^\circ$

3 $\vec{a} = (2, -1, x)$, $\vec{b} = (3, x, 4)$ のとき、次の2つのベクトルが垂直となるように x の値を定めよ。 (各10点×2)

(1) \vec{a} , \vec{b}

$\vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 3 + (-1) \times x + x \times 4 = 3x + 6$ より,
 $3x + 6 = 0$ $x = -2$

$x = -2$

(2) \vec{a} , $\vec{a} - 2\vec{b}$

$\vec{a} \perp (\vec{a} - 2\vec{b}) \iff \vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = 0$
 $\vec{a} - 2\vec{b} = (2, -1, x) - 2(3, x, 4) = (-4, -1-2x, x-8)$
 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = 2 \times (-4) + (-1) \times (-1-2x) + x \times (x-8) = x^2 - 6x - 7$
 $x^2 - 6x - 7 = 0$ より, $x = -1, 7$

$x = -1, 7$

<h1>9 位置ベクトルと空間図形</h1>	氏名	得点	/ 100
------------------------	----	----	-------

1 4点A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c}), D(\vec{d})を頂点とする四面体ABCDにおいて、辺ABを1:2に内分する点をP(\vec{p}), $\triangle BCD$ の重心をG(\vec{g})とする。このとき、次の点の位置ベクトルを求めよ。 (各10点×4)

(1) 点P(\vec{p}) (2) 線分CPを3:2に外分する点Q(\vec{q})

$$\vec{p} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{1+2} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$$

$$\vec{q} = \frac{-2\vec{c} + 3\left(\frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}\right)}{3-2} = 2\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$$

(3) 点G(\vec{g}) (4) 線分AGを3:1に内分する点R(\vec{r})

$$\vec{g} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{a} + 3\left(\frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}\right)}{3+1} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{4}$$

$$\vec{p} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$$

$$\vec{q} = 2\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$$

$$\vec{g} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$$

$$\vec{r} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c} + \frac{1}{4}\vec{d}$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{4}$$

2 4点A(1, 2, 4), B(3, 1, 5), C(0, 4, 1), D(x, 3, 1)が同一平面上にあるとき、実数xの値を求めよ。 (10点)

$$\vec{AD} = (x-1, 1, -3), \vec{AB} = (2, -1, 1), \vec{AC} = (-1, 2, -3)$$

$\vec{AD} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$ となる実数 α, β があるから、

$$(x-1, 1, -3) = \alpha(2, -1, 1) + \beta(-1, 2, -3) = (2\alpha - \beta, -\alpha + 2\beta, \alpha - 3\beta)$$

よって、 $2\alpha - \beta = x - 1 \dots \textcircled{1}$ $-\alpha + 2\beta = 1 \dots \textcircled{2}$ $\alpha - 3\beta = -3 \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ より、 $\alpha = 3, \beta = 2$ $\textcircled{1}$ に代入すると、 $x = 5$

$x = 5$

3 次の問いに答えよ。 (各10点×5)

(1) 中心が点(2, -4, 5)で、半径が6である球面の方程式を求めよ。

$$(x-2)^2 + \{y - (-4)\}^2 + (z-5)^2 = 6^2$$

すなわち、 $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 36$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 36$$

(2) 点A(3, 4, 1)を通り、 $\vec{d} = (1, 3, -2)$ に平行な直線の方程式を、媒介変数tを用いて表せ。また、tを消去して得られる直線の方程式を求めよ。

$$(x, y, z) = (3, 4, 1) + t(1, 3, -2) \quad \longleftarrow \vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$$

$$= (3+t, 4+3t, 1-2t)$$

また、 $(t=)x-3 = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{-2}$

媒介変数表示 $\begin{cases} x=3+t \\ y=4+3t \\ z=1-2t \end{cases}$ 方程式 $x-3 = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{-2}$

(3) 点A(-1, 4, 2)を通り、 $\vec{n} = (2, 3, -2)$ に垂直な平面の方程式を求めよ。また、この平面とx軸との交点の座標を求めよ。

平面上の任意の点をP(x, y, z)とすると、 $\vec{AP} = (x+1, y-4, z-2)$

$\vec{n} \cdot \vec{AP} = 0$ より、 $2(x+1) + 3(y-4) - 2(z-2) = 0$ すなわち、 $2x + 3y - 2z = 6$

これにy=0, z=0を代入すると、x=3

x軸との交点の座標は、(3, 0, 0) 平面 $2x + 3y - 2z = 6$ 交点 (3, 0, 0)