

正六角形ABCDEFにおいて、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{b}$ とするとき、 \overrightarrow{AD} 、 \overrightarrow{FB} を \overrightarrow{a} 、 \overrightarrow{b} を用いて表せ。 (各12点×2)

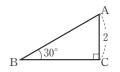
2 次の問いに答えよ。

(各12点×2)

- (1) \vec{a} =(3, -2), \vec{b} =(2, -1) のとき, \vec{a} - $3\vec{b}$ の大きさを求めよ。
- (2) \vec{a} =(2, 1), \vec{b} =(1, -1) のとき, \vec{c} =(4, 5) を $m\vec{a}$ + $n\vec{b}$ (m, n は実数) の形で表せ。
- 3 次の問いに答えよ。

(各12点×2)

(1) 右の図の直角三角形ABCにおいて、内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。



- (2) \vec{a} =(1, 7), \vec{b} =(4, 3) のとき, \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めよ。
- **4** \triangle OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 、 $|\vec{a} \vec{b}| = 1$ のとき、次の問いに答えよ。 (各14点×2)
 - (1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。
 - (2) △OABの面積を求めよ。

高校ゼミ サポートselectⅢ 数学C 確認テスト		
2 ベクトルの応用	氏 名	得
1 定点 O に関する点 A , B の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} と \vec{b} で表せ。 (1) 線 A Bを $3:1$ に内分する点 P (2)		(各14点×2)
2 △ABCの内部の点Pが PA+2PB+3PC=0 を満るとき,BD:DC,AP:PD を求めよ。	ーーたしている。直線APと辺B0	ごの交点をDとす (各14点×2)
3 次の問いに答えよ。 (1) 点(3, 2)を通り,方向ベクトルが \vec{d} =(-2, 1)表せ。	である直線の方程式を、媒ク	(各14点×2) 介変数 <i>t</i> を用いて
(2) 異なる 2 点 O, A に対し、点 P が等式 ($\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{C}$ のような図形をえがくか。	$\overrightarrow{\mathrm{OA}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OA}})=0$ を満たす	すとき,点Pはど
		

4 \triangle OABにおいて、辺OAを 2:1 に内分する点を M、OBの中点を N と し、AN と BM の交点を

(16点)

Pとする。 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$ とするとき, \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{a} , \overrightarrow{b} で表せ。

3	空間ベクトル	氏名	得点	100
ı				/ 100

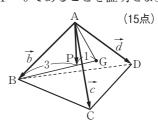
■ 空間に 2 点 A(1, 2, −4), B(3, 0, 2)がある。次の点の座標を求めよ。

(各14点×2)

- (1) 点Aのxy 平面に関する対称点A₁ (2) 2点A, Bから等距離にあるy軸上の点P

 $\mathbf{2}$ $\vec{a} = (s, t, -3)$, $\vec{b} = (t, 4, 2)$ とする。 \vec{a} と \vec{b} が平行になるような s, t の値を求めよ。 (15点)

3 四面体ABCDにおいて、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{d}$ とし、 $\triangle ACD$ の重心をG、線分BGを3:1 に内分する点をPとする。 \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{b} , \overrightarrow{c} , \overrightarrow{d} で表し、 \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{DP} = $\overrightarrow{0}$ であることを証明せよ。



4 次の問いに答えよ。

(各14点×3)

- (1) 1辺の長さが2の正四面体ABCDにおいて、内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ を求めよ。
- $\vec{a} = (1, -2, 5), \vec{b} = (4, 1, 1)$ のとき、次の問いに答えよ。
 - 内積 a·b を求めよ。
 - ② \vec{a} と \vec{a} + $t\vec{b}$ が垂直になるような t の値を求めよ。

高校ゼミ サポートselectⅢ 数学C 確認テスト

1	次の問いに答える	- (
---	----------	-----

(各16点×3)

- (1) 2点A(3, -2, -1), B(1, -3, 6)を通る直線の方程式を、媒介変数 t を用いて表せ。
- (2) 2点A(3, 0, -2), B(-1, 4, 2)を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。
- (3) 球面 $x^2+y^2+2y+z^2-4z+2=0$ が yz 平面と交わってできる円の中心と半径を求めよ。

2 次の問いに答えよ。

(各16点×2)

- (1) 4 点A(2, 1, -2), B(4, 5, -3), C(3, -1, 0), D(x, -1, 3)が同一平面上にあるよう に、x の値を求めよ。
- (2) 四面体OABC において、 \triangle OABの重心をG、CGの中点をMとし、直線OMと平面ABCとの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{c}$ として、 \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{a} 、 \overrightarrow{b} 、 \overrightarrow{c} を用いて表せ。
- **3** 原点Oから3点A(2, 0, -1), B(1, 2, -1), C(2, -1, 0)を通る平面に垂線OHを下ろすとき,点Hの座標を求めよ。 (20点)

ベクトルと演算

氏 名

得 点

1 正六角形ABCDEFにおいて、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{b}$ とするとき、 \overrightarrow{AD} 、 \overrightarrow{FB} を \overrightarrow{a} 、 \overrightarrow{b} を用いて表せ。



対角線の交点を O とすると、

(各12点×2)



 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO} = 2(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = 2\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$

 $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$

 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$

 $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$

2 次の問いに答えよ。

(各12点×2)

 $\vec{a} = (3, -2), \vec{b} = (2, -1)$ のとき、 $\vec{a} - 3\vec{b}$ の大きさを求めよ。 $\vec{a} - 3\vec{b} = (3, -2) - 3(2, -1) = (3 - 6, -2 + 3) = (-3, 1)$ よって、 $|\vec{a}-3\vec{b}|=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$

(2) \vec{a} =(2, 1), \vec{b} =(1, -1) のとき, \vec{c} =(4, 5) を $m\vec{a}$ + $n\vec{b}$ (m, n は実数) の形で表せ。

 $(4, 5) = m(2, 1) + n(1, -1) = (2m+n, m-n) \downarrow \emptyset,$ 4=2m+n, 5=m-n これを解いて, m=3, n=-2

 $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

よって、 $\vec{c}=3\vec{a}-2\vec{b}$

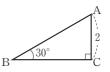
3 次の問いに答えよ。

(各12点×2)

(1) 右の図の直角三角形ABCにおいて、内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

 $|\overrightarrow{AB}| = 4$, $\overrightarrow{AB} \ge \overrightarrow{AC}$ のなす角は60°より,

 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos 60^{\circ} = 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$



(2) \vec{a} =(1, 7), \vec{b} =(4, 3) のとき, \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めよ。

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot 4 + 7 \cdot 3}{\sqrt{1^2 + 7^2} \sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{\sharp $5,$ $\theta = 45^{\circ}$}$$

 $\theta = 45^{\circ}$

|**4**| \triangle OABにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 、 $|\vec{a} - \vec{b}| = 1$ のとき、次の問い に答えよ。 (各14点×2)

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$
 より、 $(\sqrt{3})^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2^2 = 1^2$ よって、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。 $\vec{a} \times \vec{b}$ のなす角を $\theta \times \vec{b}$ とする。

(1)
$$\sharp \, \mathcal{V}, \; \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \, |\vec{b}|} = \frac{3}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \theta = 30^{\circ}$$

よって、
$$\triangle \text{OAB} = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \sin 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ベクトルの応用

氏 得 名 点 100

- **1** 定点Oに関する点A, Bの位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} とする。次の点P, Qの位置ベクトル \vec{p} , \vec{q} を \vec{a} , がで表せ。 (各14点×2)
 - (1) 線分ABを3:1に内分する点P

$$\vec{p} = \frac{\vec{a} + 3\vec{b}}{3+1} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$$

$$\vec{p} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$$

(2) 線分ABを5:2に外分する点Q

$$\vec{q} = \frac{-2\vec{a} + 5\vec{b}}{5 - 2} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{3}\vec{b}$$

$$\vec{q} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{3}\vec{b}$$

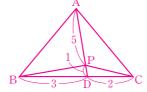
2 $\triangle ABC$ の内部の点Pが $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしている。直線APと辺BCの交点をDとす (各14点×2)

るとき、BD:DC、AP:PDを求めよ。

$$-\overrightarrow{AP} + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AP}) + 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}) = \overrightarrow{0} \& \emptyset,$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}}{6} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}}{5} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1)$$

①より, 点DはBCを3:2に内分する点で、 点PはADを5:1に内分する点である。



BD : DC = 3 : 2 AP : PD = 5 : 1

3 次の問いに答えよ。

(各14点×2)

(1) 点(3, 2)を通り、方向ベクトルが \vec{d} =(-2, 1) である直線の方程式を、媒介変数 t を用いて 表せ。

直線上の点をP(x, y)とすると、

$$(x, y) = (3, 2) + t(-2, 1) = (3-2t, 2+t) \& V,$$

 $x=3-2t, y=2+t$

(2) 異なる $2 \pm O$, Aに対し、点Pが等式 $(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA}) = 0$ を満たすとき、点Pはど のような図形をえがくか。

 $(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA}) = |\overrightarrow{OP}|^2 - |\overrightarrow{OA}|^2 = 0 \text{ Ly}, |\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OA}|$

点Pと点Oの距離が一定で $|\overline{OA}|$ に等しいから、点Pは

点Oを中心とする半径OAの円

【4 △OABにおいて、辺OAを2:1に内分する点をM、OBの中点をNとし、ANとBMの交点を

Pとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき, $\overrightarrow{OP} \times \vec{a}$, \vec{b} で表せ。

(16点)

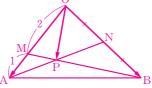
$$AP : PN = s : (1-s), BP : PM = t : (1-t) とおくと,$$

 $\overrightarrow{OP} = (1-s)\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}s\overrightarrow{b}, \overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}t\overrightarrow{a} + (1-t)\overrightarrow{b}$

点Oを中心とする半径OAの円をえがく。

 \vec{a} \neq $\vec{0}$, \vec{b} \neq $\vec{0}$, \vec{a} multiple multi

これを解いて、 $s = \frac{1}{2}$ 、 $t = \frac{3}{4}$ より、 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$



 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{a} + \frac{1}{4}\overrightarrow{b}$

空間ベクトル

氏 得 名 点

1 空間に 2 点A(1, 2, -4), B(3, 0, 2)がある。次の点の座標を求めよ。

(各14点×2)

100

(1) 点Aのxy平面に関する対称点A

(2) 2 点 A, Bから等距離にある y軸上の点 P

$$P(0, t, 0)$$
とおくと、 $PA=PB$ より、
$$\sqrt{1^2 + (2-t)^2 + (-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-t)^2 + 2^2}$$

これを解いて、t=2

 $A_1(1, 2, 4)$ よって, P(0, 2, 0) P(0, 2, 0)

 $\mathbf{2}$ \vec{a} = (s, t, -3), \vec{b} = (t, 4, 2) とする。 \vec{a} と \vec{b} が平行になるような s, t の値を求めよ。 (15点) $\overrightarrow{a} = k\overrightarrow{b}$ とおける。 (s, t, -3) = k(t, 4, 2) より、 s = kt, t = 4k, -3 = 2k

これを解いて、 $k=-\frac{3}{2}$ 、t=-6、s=9

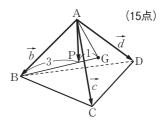
③ 四面体ABCDにおいて、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{d}$ とし、 $\triangle ACD$ の重心をG、線分BGを3:1 に内分する点をPとする。 $\overrightarrow{AP} \in \overrightarrow{b}$, \overrightarrow{c} , \overrightarrow{d} で表し、 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{0}$ であることを証明せよ。

[証明]
$$\overrightarrow{AP} = \frac{\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AG}}{3+1} = \frac{1}{4} \left(\overrightarrow{b} + 3 \cdot \frac{\overrightarrow{c} + \overrightarrow{d}}{3} \right) = \frac{1}{4} \left(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} + \overrightarrow{d} \right)$$
 より、
$$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{AP} + (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AD})$$

$$= 4\overrightarrow{AP} - (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} + \overrightarrow{d})$$

$$=4AP - (b+c+d)$$

$$=4 \cdot \frac{1}{4} (\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}) - (\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}) = \vec{0}$$



4 次の問いに答えよ。

(各14点×3)

(1) 1辺の長さが2の正四面体ABCDにおいて、内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ を求めよ。 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{BC} のなす角は 120° だから、

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC}| \cos 120^{\circ} = 2 \cdot 2 \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

- (2) \vec{a} =(1, -2, 5), \vec{b} =(4, 1, 1) のとき, 次の問いに答えよ。
 - ① 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 7$$

② $\vec{a} \times \vec{a} + t\vec{b}$ が垂直になるような t の値を求めよ。

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} + t\vec{b}) = |\vec{a}|^2 + t\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$
 $|\vec{a}|^2 = 1^2 + (-2)^2 + 5^2 = 30 \text{ J},$

$$30 + 7t = 0$$
 $t = -\frac{30}{7}$

4 空間ベクトルの応用 氏 名

1 次の問いに答えよ。

(各16点×3)

(1) 2 点 A(3, -2, -1), B(1, -3, 6)を通る直線の方程式を、媒介変数 t を用いて表せ。

$$(x, y, z) = (1-t)(3, -2, -1) + t(1, -3, 6) \text{ for } 5,$$
 $x = 3-2t, y = -2-t, z = -1+7t$

$$\begin{cases} x = 3-2 \\ y = -2-t \\ z = -1+3t \end{cases}$$

(2) 2点A(3, 0, -2), B(-1, 4, 2)を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。 中心CはABの中点で、C(1, 2, 0) 半径はCA= $\sqrt{(3-1)^2+2^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$ よって、 $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=8$

$$(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=8$$

(3) 球面 $x^2+y^2+2y+z^2-4z+2=0$ が yz 平面と交わってできる円の中心と半径を求めよ。 球面の方程式に x=0 を代入して整理すると、円の方程式は、

$$(y+1)^2+(z-2)^2=3$$
, $x=0$ より,
中心 $(0, -1, 2)$, 半径 $\sqrt{3}$

中心(0, -1, 2), 半径 $\sqrt{3}$

2 次の問いに答えよ。

(各16点×2

- (1) 4 点A(2, 1, -2), B(4, 5, -3), C(3, -1, 0), D(x, -1, 3)が同一平面上にあるように、x の値を求めよ。 $\overrightarrow{AD} = m \overrightarrow{AB} + n \overrightarrow{AC}$ となる実数 m, n が存在する。これを成分で表すと、(x-2, -2, 5) = m(2, 4, -1) + n(1, -2, 2) = (2m+n, 4m-2n, -m+2n) x-2=2m+n, -2=4m-2n, 5=-m+2n を解いて、m=1, n=3, x=7
- (2) 四面体OABC において、 \triangle OABの重心をG、CGの中点をMとし、直線OMと平面ABCとの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{c}$ として、 \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{a} 、 \overrightarrow{b} 、 \overrightarrow{c} を用いて表せ。

よって、 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}$

③ 原点Oから 3 点A(2, 0, -1), B(1, 2, -1), C(2, -1, 0)を通る平面に垂線OHを下ろすとき, 点Hの座標を求めよ。 $\overrightarrow{AB} = (-1, 2, 0), \overrightarrow{AC} = (0, -1, 1)$ (20点) $\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC} = (2s + t + 2u, 2t - u, -s - t)$ $s + t + u = 1 \cdots$ とおける。

 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OH} = 0$ より,-s-3t+u=0 ……③ ①,②,③を解いて, $s=-\frac{3}{2}$,t=1, $u=\frac{3}{2}$

よって、
$$\overrightarrow{OH} = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

 $H\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$