● 本書の特色と構成 ●

1 本書は，数学Ⅰの主な内容について，基本事項の徹底理解から標準的な応用問題が解けるまでの実力養成を目的として編集されています。

2 全体は８講座から成り，各講座とも１～1.5時間が標準授業時間です。

3 各講座の構成は以下の通りです。

①基本の整理　…基本事項を，１つ１つ問題を解くことで確認します。

②演　　習　…例題として取り上げた最も重要でかつ応用範囲の広い問題や，その類題を解くことによって解法を修得します。さらに，例題の関連問題や，やや発展的な問題についても練習して，さまざまなタイプの問題に対応できる応用力を養成します。

もくじ

第１講座　数と式（1）

基本の整理

〈整式の加法・減法〉▶かっこの前の符号が負のときは，かっこをはずすと各項の符号が変わる。

1　次の式を簡単にせよ。

(1)　$4-x^2+2x^3-(-14x^3+2x+1)$　　(2)　$4a^2-\{8a^2-3a-(a-3)\}+(3-2a)$

〈指数法則〉▶ $\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ が正の整数のとき，$\boldsymbol{a^m a^n=a^{m+n}}$，$\boldsymbol{(a^m)^n=a^{mn}}$，$\boldsymbol{(ab)^n=a^n b^n}$

2　次の計算をせよ。

(1)　$a^5\times a^7$　　(2)　$(-2xy^2)^3$　　(3)　$(-4x^2y)^2\times\left(-\dfrac{1}{2}y\right)^3$

〈分配法則による展開〉▶ $\boldsymbol{A(B+C)=AB+AC}$，$\boldsymbol{(A+B)C=AC+BC}$

3　次の式を展開せよ。

(1)　$(x-3)(x^2+3x-9)$　　(2)　$(a^3-2a^2+4)(a^3-5a+3)$

〈乗法公式〉▶ $\boldsymbol{(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3}$，$\boldsymbol{(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3}$（複号同順）

4　次の式を展開せよ。

(1)　$(2a-3b)^2$　　(2)　$(5x^2-4y^2)(5x^2+4y^2)$

(3)　$(2a-1)^3$　　(4)　$(3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2)$

〈因数分解①〉▶中学校で学習した基本的な因数分解の公式や考え方を確認しておく。

5　次の式を因数分解せよ。

(1)　$9ab^2c-6a^2c^2-3abc^2$　　(2)　$18a^2-2b^2$

(3)　$(a-b)x^2-(b-a)xy$　　(4)　$ax^2+(a^2-b)x-ab$

〈因数分解②〉▶ $\boldsymbol{acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)}$，

$\boldsymbol{a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)}$（複号同順）

6　次の式を因数分解せよ。

(1)　$12x^2-11x-15$　　(2)　$27x^3-8y^3$

(3)　$2x^2+(5y-3)x+(y-1)(2y-1)$　　(4)　$(x^2-x)^2+4(x^2-x)-12$

演　習

例題　式の展開

7　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+y-z)(x-y+z)$　　(2)　$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

解法のポイント　(1)　$\{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$ として，$y-z=A$ とおく。
(2)　$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

8 **類題**　次の式を展開せよ。

(1)　$(a+2b-4)(a-2b+4)$　　(2)　$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)$

(3)　$(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$　　(4)　$(x-4)(x-5)(x+1)(x+2)$

9　次の計算をせよ。

(1)　$12a^2b\left(\dfrac{a^2}{3}-\dfrac{ab}{6}-\dfrac{b^2}{4}\right)$　　(2)　$(-2a)^2\times(3ab)^3\times\left(-\dfrac{1}{6}b\right)^2$

10　$A=x^2-2x-4$，$B=-2x^2+x+3$，$C=-3x^2-x+2$ のとき，$A-2B+3C$ を計算せよ。

11　次の式を展開せよ。

(1)　$(3a+4b)(5a-2b)$　　(2)　$(x-3)(x^2-2x-2)$

(3)　$(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$　　(4)　$(x^3-2x^2+3x-4)(x^2+2x+1)$

12　次の式を展開せよ。

(1)　$(2x+5)^3$　　(2)　$(a-3b)^3$

(3)　$(a-b+c)^2$　　(4)　$(x^2-2x-3)^2$

13　次の式を展開せよ。

(1)　$(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$　　(2)　$(x-2y)^2(x+2y)^2(x^2+4y^2)^2$

(3)　$(a+2b-3c)(a-2b+3c)$　　(4)　$(x^2-x-1)(x^2+x+1)$

14 **発展**　$x+y=-4$，$xy=2$，$u+v=5$，$uv=-3$ のとき，$(ux+vy)^3+(vx+uy)^3$ の値を求めよ。

ヒント　$a=ux+vy$，$b=vx+uy$ とおいて，まず，$a+b$，ab の値を求めるとよい。

例題　1文字について整理する因数分解

15 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2b+b^2c-a^2c-b^3$　　(2) $ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)+2abc$

解法のポイント (1) 次数の低い文字について整理する。ここでは c について整理する。
(2) いずれか1つの文字について整理する。

16 類題 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2y-2x^2z+2y^2z-xy^2$　　(2) $x^2y+y^2z-x^2z-y^3$

(3) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$　　(4) $a(b-c)^2+b(c-a)^2+c(a-b)^2+8abc$

17 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2-x-6$　　(2) $2a^2-7ab+6b^2$

(3) a^3b-ab^3　　(4) $x^2-(y-1)^2$

18 次の式を因数分解せよ。

(1) $4a^2(x-y)+9b^2(y-x)$　　(2) $x^2-y^2-z^2+2yz$

(3) $(a^2+b^2-1)^2-4a^2b^2$　　(4) $(a^2-1)(b^2-1)-4ab$

19 次の式を因数分解せよ。

(1) $27a^3+b^3$　　(2) $(x-y)^3+8z^3$

(3) x^4+3x^2-4　　(4) x^6-64y^6

20 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a-b)^2-5(a-b)+6$　　(2) $(a^2-a+1)(a^2-a+3)-15$

(3) $(x^2-x)^2+4(x^2-x)-60$　　(4) $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-44$

21 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4+7x^2+16　　(2) x^4-20x^2+4

(3) $(xy+1)(x-1)(y-1)+xy$　　(4) $(x^2-6x+5)(x^2-10x+21)+15$

22 発展 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3-b^3+8c^3+6abc$　　(2) $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$

ヒント (1) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$ を利用する。与式$=\{(a-b)^3+8c^3\}+\{3ab(a-b)+6abc\}$
(2) $(a+b+c)^3=\{(a+b)+c\}^3$ と変形する。$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$ の利用。

第 2 講座　数と式(2)

基本の整理

〈有理数と無理数〉 ▶実数は有理数と無理数に分類できる。

1　次の数を有理数と無理数に分類せよ。また，自然数，循環小数をそれぞれすべて求めよ。

$$\frac{3}{4},\ \sqrt{5},\ 1,\ -\frac{13}{3},\ -\frac{6}{5},\ \sqrt{3}+1,\ 0,\ \sqrt{9},\ \frac{4}{7},\ 3\sqrt{2},\ -\pi$$

〈循環小数〉 ▶循環小数 x を何倍かした数から x をひくと，循環する小数部分が消去される。

2　次の分数を循環小数に直せ。また，循環小数を分数で表せ。

(1)　$\dfrac{17}{6}$　　(2)　$\dfrac{9}{22}$　　(3)　$0.\dot{6}\dot{5}$　　(4)　$1.2\dot{3}$

〈絶対値〉 ▶ $a \geqq 0$ のとき $|a|=a$，$a<0$ のとき $|a|=-a$

3　次のそれぞれの a の値に対して，$|a-2|+|a+3|$ の値を求めよ。

(1)　$a=5$　　(2)　$a=1$　　(3)　$a=-5$

〈平方根の計算〉 ▶ $a>0$，$b>0$，$k>0$ のとき $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$，$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$

4　次の式を計算せよ。

(1)　$\sqrt{5}(\sqrt{40}-3\sqrt{10}-4\sqrt{5})$　　(2)　$(2\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$

(3)　$(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})$　　(4)　$(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$

〈分母の有理化〉 ▶ $\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$，$\dfrac{c}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}=\dfrac{c(\sqrt{a}\mp\sqrt{b})}{(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})(\sqrt{a}\mp\sqrt{b})}=\dfrac{c(\sqrt{a}\mp\sqrt{b})}{a-b}$ (複号同順)

5　次の式の分母を有理化せよ。

(1)　$\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

〈二重根号のはずし方〉 ▶ $\sqrt{a+b\pm2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$　$(a>b>0)$ (複号同順)

6　次の式の二重根号をはずせ。

(1)　$\sqrt{10+2\sqrt{21}}$　　(2)　$\sqrt{7-\sqrt{24}}$

◇ 演　習 ◇

例題　平方根と絶対値

7　$-1<a<1$ のとき，次の式を簡単にせよ。

$$\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2-2a+1}$$

解法のポイント　$\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x & (x\geqq 0 \text{ のとき}) \\ -x & (x<0 \text{ のとき}) \end{cases}$ を利用して，式を絶対値で表してから，絶対値記号をはずす。

8　**類題**　次の式を簡単にせよ。

(1)　$\sqrt{a^2b^2}$　$(a>0,\ b<0)$

(2)　$\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2+6x+9}$　$(-3<x<3)$

9　次の循環小数を分数で表せ。

(1)　$0.1\dot{4}$

(2)　$1.\dot{2}9\dot{7}$

(3)　$-0.25\dot{1}$

10　次の等式を満たす実数 a の値を求めよ。

(1)　$|a|=6$

(2)　$|-a|=5$

(3)　$|a+4|=1$

11　絶対値をはずして，次の式を簡単にせよ。

(1)　$|x+3|-2$

(2)　$|x-4|+|x|$　$(x\geqq 0)$

12　次の数の大小を比較せよ。

$$\sqrt{\frac{8}{3}},\ \sqrt{2.5},\ 1+\frac{1}{\sqrt{3}}$$

13　**発展**　有理数 m，n について，$(4\sqrt{3}+1)m+(3\sqrt{3}-3)n=\dfrac{2\sqrt{3}+3}{3}$ が成り立つとき，m，n の値を求めよ。

ヒント　a，b，c，d が有理数で，$\sqrt{k}$ が無理数のとき，$a+b\sqrt{k}=c+d\sqrt{k} \Longleftrightarrow a=c,\ b=d$ となることを利用する。

◆◆◆ **例 題** 対称式の式の値 ◆◆◆

14 $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　x^2+y^2　　　(2)　x^3+y^3

解法のポイント　$x+y$，xy の値をそれぞれ求めておく。
(1)　$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$　　(2)　$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

15 **類 題**　$x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$，$y=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　x^3+y^3　　　(2)　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$

16 次の式を計算せよ。

(1)　$5\sqrt{63}+6\sqrt{7}-3\sqrt{28}$　　　(2)　$\sqrt{24}\div\sqrt{14}\times\sqrt{84}$

(3)　$(7\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-3\sqrt{3})$　　　(4)　$(2\sqrt{2}-\sqrt{27})^2$

(5)　$(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$　　　(6)　$(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})$

17 次の式を計算せよ。

(1)　$\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$　　　(2)　$\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

(3)　$\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}-\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$　　　(4)　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{4}{\sqrt{2}-1}$

18 次の式の二重根号をはずせ。

(1)　$\sqrt{6-\sqrt{32}}$　　　(2)　$\sqrt{\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}}$

19 $x=\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}$，$y=\dfrac{2}{3+\sqrt{5}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$x^4+x^2y^2+y^4$　　　(2)　x^5+y^5

20 **発展**　$\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a-b-12}$ の値を求めよ。

ヒント 分母を有理化し，まず，整数部分 a を求める。$b=$(もとの数)$-a$ である。

解　答　　《selectⅢ 数学Ⅰ》

第1講座　数と式 (1)

【p.2】

1　(1)　$16x^3-x^2-2x+3$　　(2)　$-4a^2+2a$

2　(1)　a^{12}　　(2)　$-8x^3y^6$　　(3)　$-2x^4y^5$

3　(1)　$x^3-18x+27$

(2)　$a^6-2a^5-5a^4+17a^3-6a^2-20a+12$

4　(1)　$4a^2-12ab+9b^2$　　(2)　$25x^4-16y^4$

(3)　$8a^3-12a^2+6a-1$　　(4)　$27a^3-64b^3$

5　(1)　$3ac(3b^2-2ac-bc)$

(2)　$2(3a+b)(3a-b)$　　(3)　$x(a-b)(x+y)$

(4)　$(ax-b)(x+a)$

6　(1)　$(4x+3)(3x-5)$

(2)　$(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

(3)　$(2x+y-1)(x+2y-1)$

(4)　$x^2-x=A$ とおくと，

与式$=A^2+4A-12=(A-2)(A+6)$

$=(x^2-x-2)(x^2-x+6)$

$=\boldsymbol{(x+1)(x-2)(x^2-x+6)}$

【p.3】

7　(1)　与式$=\{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$

$=(x+A)(x-A)$　　　$(y-z=A$ とおく$)$

$=x^2-A^2=x^2-(y-z)^2$

$=\boldsymbol{x^2-y^2+2yz-z^2}$

(2)　与式$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

$=(A+4)(A+6)$　　　$(x^2+5x=A$ とおく$)$

$=A^2+10A+24$

$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$

$=\boldsymbol{x^4+10x^3+35x^2+50x+24}$

8　(1)　$a^2-4b^2+16b-16$

(2)　$x^4+16x^3+86x^2+176x+105$

(3)　$a^4+a^2b^2+b^4$

(4)　$x^4-6x^3-5x^2+42x+40$

9　(1)　$4a^4b-2a^3b^2-3a^2b^3$　　(2)　$3a^5b^5$

10　$-4x^2-7x-4$

11　(1)　$15a^2+14ab-8b^2$

(2)　x^3-5x^2+4x+6　　(3)　$8a^3-27b^3$

(4)　x^5-5x-4

12　(1)　$8x^3+60x^2+150x+125$

(2)　$a^3-9a^2b+27ab^2-27b^3$

(3)　$a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$

(4)　$x^4-4x^3-2x^2+12x+9$

13　(1)　x^4-10x^2+9　　(2)　$x^8-32x^4y^4+256y^8$

(3)　$a^2-4b^2-9c^2+12bc$

(4)　x^4-x^2-2x-1

14　$ux+vy=a$，$vx+uy=b$ とおくと，

$a+b=(x+y)(u+v)=-20$

$ab=uv(x^2+y^2)+xy(u^2+v^2)=26$

与式$=a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=(-20)^3-3\times26\times(-20)=\boldsymbol{-6440}$

【p.4】

15　(1)　与式$=b^2c-a^2c+a^2b-b^3$

$=c(b^2-a^2)-b(b^2-a^2)$

$=(c-b)(b^2-a^2)$

$=\boldsymbol{(a+b)(a-b)(b-c)}$

(2)　与式$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=\boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

16　(1)　与式$=x^2y-xy^2-2z(x^2-y^2)$

$=\boldsymbol{(x-y)(xy-2yz-2zx)}$

(2)　与式$=x^2y-y^3-z(x^2-y^2)$

$=(x^2-y^2)(y-z)$

$=\boldsymbol{(x+y)(x-y)(y-z)}$

(3)　与式$=(c-b)a^2-(c^2-b^2)a+bc(c-b)$

$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$

$=\boldsymbol{(a-b)(b-c)(c-a)}$

(4)　与式$=a(b-c)^2+a^2(b+c)+bc^2+b^2c+4abc$

$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$=\boldsymbol{(b+c)(c+a)(a+b)}$

17　(1)　$(2x+3)(x-2)$　　(2)　$(2a-3b)(a-2b)$

(3)　$ab(a+b)(a-b)$　　(4)　$(x+y-1)(x-y+1)$

18　(1)　$(x-y)(2a+3b)(2a-3b)$

(2)　与式$=x^2-(y-z)^2=\boldsymbol{(x+y-z)(x-y+z)}$

(3)　$a^2+b^2-1=A$ とおくと，

与式$=A^2-(2ab)^2=(A+2ab)(A-2ab)$

$=\boldsymbol{(a+b+1)(a+b-1)(a-b+1)(a-b-1)}$

(4)　与式$=(ab-1)^2-(a+b)^2$

$=\boldsymbol{(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)}$

19　(1)　$(3a+b)(9a^2-3ab+b^2)$

(2)　$(x-y+2z)(x^2+y^2+4z^2-2xy+2yz-2zx)$

(3)　$(x^2+4)(x+1)(x-1)$

(4)　与式$=(x^3)^2-(8y^3)^2$

$=(x^3+8y^3)(x^3-8y^3)$

$=\boldsymbol{(x+2y)(x-2y)(x^2-2xy+4y^2)}$

$\boldsymbol{\times(x^2+2xy+4y^2)}$

20　(1)　$(a-b-2)(a-b-3)$

(2)　$a^2-a+1=A$ とおくと，

与式$=A(A+2)-15=(A-3)(A+5)$

$=(a^2-a-2)(a^2-a+6)$

$=\boldsymbol{(a+1)(a-2)(a^2-a+6)}$

(3)　$(x+2)(x-3)(x^2-x+10)$

(4)　与式$=(x+2)(x-4)(x+3)(x-5)-44$

$=(x^2-2x-8)(x^2-2x-15)-44$

$=(A-8)(A-15)-44$　　$(x^2-2x=A$ とおく$)$

$=(A-19)(A-4)$

$=\boldsymbol{(x^2-2x-19)(x^2-2x-4)}$

21　(1)　与式$=(x^2+4)^2-x^2$

$=\boldsymbol{(x^2+x+4)(x^2-x+4)}$

(2)　与式$=(x^2-2)^2-16x^2$

$=\boldsymbol{(x^2+4x-2)(x^2-4x-2)}$

(3)　与式$=(xy+1)(xy-x-y+1)+xy$

$=A(A-x-y)+xy$　　$(xy+1=A$ とおく$)$

$=(A-x)(A-y)$

$=\boldsymbol{(xy-x+1)(xy-y+1)}$

(4)　与式$=(x-1)(x-5)(x-3)(x-7)+15$

$=(x-1)(x-7)(x-5)(x-3)+15$

$=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+15$

$=(A+7)(A+15)+15$　　$(x^2-8x=A$ とおく$)$

$=A^2+22A+120=(A+12)(A+10)$

$=(x^2-8x+12)(x^2-8x+10)$

$=\boldsymbol{(x-2)(x-6)(x^2-8x+10)}$

22　(1)　与式$=\{(a-b)^3+8c^3\}+\{3ab(a-b)+6abc\}$

$=(a-b+2c)\{(a-b)^2-2c(a-b)+4c^2\}$

$\quad+3ab(a-b+2c)$

$=(a-b+2c)\{(a-b)^2-2c(a-b)+4c^2+3ab\}$

$=\boldsymbol{(a-b+2c)(a^2+b^2+4c^2+ab+2bc-2ca)}$

(2)　与式$=\{(a+b)+c\}^3-a^3-b^3-c^3$

$=(a+b)^3+3c(a+b)^2+3c^2(a+b)+c^3-a^3-b^3-c^3$

$=(a+b)^3+3c(a+b)^2+3c^2(a+b)$

$\quad-(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$=(a+b)\{(a+b)^2+3c(a+b)+3c^2$

$\quad-(a^2-ab+b^2)\}$

$=3(a+b)(c^2+ab+bc+ca)$

$=\boldsymbol{3(a+b)(b+c)(c+a)}$

第2講座　数と式 (2)

[p.5]

1　有理数…$\frac{3}{4}$，1，$-\frac{13}{3}$，$-\frac{6}{5}$，0，$\sqrt{9}$，$\frac{4}{7}$

無理数…$\sqrt{5}$，$\sqrt{3}+1$，$3\sqrt{2}$，$-\pi$

自然数…1，$\sqrt{9}$

循環小数…$-\frac{13}{3}$，$\frac{4}{7}$

2　(1)　$\frac{17}{6}=\boldsymbol{2.8\dot{3}}$　　(2)　$\frac{9}{22}=\boldsymbol{0.4\dot{0}\dot{9}}$

(3)　$0.\dot{6}\dot{5}=x$ とおくと，$100x=65.\dot{6}\dot{5}$ より，

$100x-x=65$，$99x=65$

よって，$x=\boldsymbol{\frac{65}{99}}$

(4)　$1.2\dot{3}=x$ とおくと，$10x=12.\dot{3}$，

$100x=123.\dot{3}$ より，$100x-10x=111$

よって，$x=\boldsymbol{\frac{37}{30}}$

3　(1)　11　　(2)　5　　(3)　$|-7|+|-2|=\boldsymbol{9}$

4　(1)　$-20-5\sqrt{2}$　　(2)　$17-4\sqrt{15}$

(3)　5　　(4)　$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2=\boldsymbol{2\sqrt{6}}$

5　(1)　$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

(2)　$\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\boldsymbol{5-2\sqrt{6}}$

6　(1)　$\sqrt{(7+3)+2\sqrt{7}\times\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}$

$=\boldsymbol{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

(2)　$\sqrt{7-2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{6}-1)^2}=\boldsymbol{\sqrt{6}-1}$

[p.6]

7　$\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2-2a+1}=\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a-1)^2}$

$=|a+1|+|a-1|$ ……①

$-1<a<1$ より，$a+1>0$，$a-1<0$ だから，

$|a+1|=a+1$，$|a-1|=-a+1$

これを①に代入して，

$\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2-2a+1}=(a+1)+(-a+1)$

$=\boldsymbol{2}$

8　(1)　$\sqrt{a^2b^2}=|ab|=|a||b|=\boldsymbol{-ab}$

(2)　$\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2+6x+9}$

$=\sqrt{(x-3)^2}-\sqrt{(x+3)^2}=|x-3|-|x+3|$

$=-(x-3)-(x+3)$　$(-3<x<3$ より$)$

$=\boldsymbol{-2x}$

9　(1)　$0.1\dot{4}=x$ とおくと，$10x=1.\dot{4}$，

$100x=14.\dot{4}$ より，$100x-10x=13$

よって，$x=\boldsymbol{\frac{13}{90}}$

(2)　$1.\dot{2}9\dot{7}=x$ とおくと，$1000x=1297.\dot{2}9\dot{7}$ より，

$1000x-x=1296$

よって，$x=\frac{1296}{999}=\boldsymbol{\frac{48}{37}}$

(3)　$-0.25\dot{1}=x$ とおくと，$100x=-25.\dot{1}$

$1000x=-251.\dot{1}$ より，$1000x-100x=-226$

よって，$x=-\frac{226}{900}=\boldsymbol{-\frac{113}{450}}$

10　(1)　$a=\pm6$　　(2)　$a=\pm5$

(3)　$a+4=\pm1$ より，$a=\boldsymbol{-3,\ -5}$

11　(1)　$|x+3|=x+3$ $(x\geqq-3$ のとき$)$

$|x+3|=-x-3$ $(x<-3$ のとき$)$ より，

$|x+3|-2=\begin{cases}\boldsymbol{x+1} & \textbf{(}\boldsymbol{x\geqq-3}\ \textbf{のとき)}\\ \boldsymbol{-x-5} & \textbf{(}\boldsymbol{x<-3}\ \textbf{のとき)}\end{cases}$

(2)　$x\geqq0$ より，$|x|=x$

また，$|x-4|=x-4$ $(x\geqq4$ のとき$)$

$|x-4|=-x+4$ $(0\leqq x<4$ のとき$)$ より，

$|x-4|+|x|=\begin{cases}\boldsymbol{4} & \textbf{(}\boldsymbol{0\leqq x<4}\ \textbf{のとき)}\\ \boldsymbol{2x-4} & \textbf{(}\boldsymbol{x\geqq4}\ \textbf{のとき)}\end{cases}$

12 $\left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2=\frac{8}{3}=2.\dot{6}$，$(\sqrt{2.5})^2=2.5$ より，

$\sqrt{\frac{8}{3}}>\sqrt{2.5}$……①

$(\sqrt{2.5})^2-\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=2.5-\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{1}{3}\right)$

$=\frac{7-4\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{49}-\sqrt{48}}{6}>0$

より，$\sqrt{2.5}>1+\frac{1}{\sqrt{3}}$……②

$\left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2-\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4-2\sqrt{3}}{3}>0$ より

$\sqrt{\frac{8}{3}}>1+\frac{1}{\sqrt{3}}$……③

①，②，③より，$\mathbf{1+\frac{1}{\sqrt{3}}<\sqrt{2.5}<\sqrt{\frac{8}{3}}}$

13 $(\text{左辺})=4\sqrt{3}\,m+m+3\sqrt{3}\,n-3n$

$=(4m+3n)\sqrt{3}+(m-3n)$ より，

左辺と右辺を比較して，

$\begin{cases}4m+3n=\frac{2}{3}\text{……①}\\ m-3n=1\text{……②}\end{cases}$

①，②を解いて，

$\boldsymbol{m=\frac{1}{3}}$，$\boldsymbol{n=-\frac{2}{9}}$

【p.7】

14 $x+y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{10}{3-2}=10$

$xy=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=1$

(1) 与式$=(x+y)^2-2xy=10^2-2\times1=\mathbf{98}$

(2) 与式$=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=10^3-3\cdot1\cdot10=\mathbf{970}$

15 $x+y=\frac{3+\sqrt{5}}{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{2}=3$

$xy=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\times\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{9-5}{4}=1$

(1) 与式$=(x+y)^3-3xy(x+y)=3^3-3\cdot1\cdot3=\mathbf{18}$

(2) 与式$=\frac{x+y}{xy}=\frac{3}{1}=\mathbf{3}$

16 (1) 与式$=15\sqrt{7}+6\sqrt{7}-6\sqrt{7}=\mathbf{15\sqrt{7}}$

(2) 与式$=2\sqrt{6}\div\sqrt{14}\times(\sqrt{6}\times\sqrt{14})=\mathbf{12}$

(3) $5-20\sqrt{6}$　(4) $35-12\sqrt{6}$

(5) 与式$=\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}^2$

$=(1+\sqrt{2})^2-2\sqrt{3}(1+\sqrt{2})+(\sqrt{3})^2$

$=\mathbf{6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}}$

(6) 与式$=\{\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}\{\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}$

$=\mathbf{-6+2\sqrt{15}}$

17 (1) 与式$=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$

$=\mathbf{-\frac{\sqrt{6}}{6}}$

(2) 与式$=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})+(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$

$=\frac{2\sqrt{6}}{6-2}=\mathbf{\frac{\sqrt{6}}{2}}$

(3) 与式$=\frac{(3-\sqrt{5})^2-(3+\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$

$=\frac{-12\sqrt{5}}{9-5}=\mathbf{-3\sqrt{5}}$

(4) 与式$=\frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$+\frac{4(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$+\frac{4(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$

$=7-4\sqrt{3}-4(\sqrt{2}-\sqrt{3})+4(\sqrt{2}+1)$

$=\mathbf{11}$

18 (1) 与式$=\sqrt{6-2\sqrt{8}}=\sqrt{(\sqrt{4}-\sqrt{2})^2}=\mathbf{2-\sqrt{2}}$

(2) 与式$=\sqrt{\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}}$

$=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{14}+\sqrt{10}}{2}}$

19 $x+y=\frac{2}{3-\sqrt{5}}+\frac{2}{3+\sqrt{5}}=\frac{12}{4}=3$

$xy=\frac{2}{3-\sqrt{5}}\times\frac{2}{3+\sqrt{5}}=\frac{4}{9-5}=1$

(1) 与式$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$

$=\{(x+y)^2-2xy\}^2-(xy)^2$

$=(3^2-2\cdot1)^2-1^2=\mathbf{48}$

(2) 与式$=(x^3+y^3)(x^2+y^2)-x^2y^2(x+y)$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=3^3-3\cdot1\cdot3=18$

より，与式$=18\times7-1\times3=\mathbf{123}$

20 $\frac{4}{2-\sqrt{3}}=4(2+\sqrt{3})=8+4\sqrt{3}=8+\sqrt{48}$

$6<\sqrt{48}<7$ だから，$14<8+4\sqrt{3}<15$

よって，$a=14$，$b=(8+4\sqrt{3})-14=4\sqrt{3}-6$

このとき，$a+b=8+4\sqrt{3}$

$a-b-12=14-(4\sqrt{3}-6)-12=8-4\sqrt{3}$

ゆえに，$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b-12}=\frac{1}{8+4\sqrt{3}}+\frac{1}{8-4\sqrt{3}}$

$=\frac{(8-4\sqrt{3})+(8+4\sqrt{3})}{(8+4\sqrt{3})(8-4\sqrt{3})}=\frac{16}{64-48}=\mathbf{1}$

第3講座　1次不等式，2次方程式

【p.8】

1 (1) $x>-\frac{1}{5}$　(2) $x\geqq\frac{4}{3}$