## ● 本書の特色と構成 ●

1 本書は，数学Ａの主な内容について，基本事項の徹底理解から標準的な応用問題が解けるまでの実力養成を目的として編集されています。

2 全体は６講座から成り，各講座とも１～1.5時間が標準授業時間です。

3 各講座の構成は以下の通りです。

①基本の整理　…基本事項を，１つ１つの問題を解くことで確認します。

②演　　　習　…例題として取り上げた最も重要でかつ応用範囲の広い問題や，その類題を解くことによって解法を修得します。さらに，例題の関連問題や，やや発展的な問題についても練習して，さまざまなタイプの問題に対応できる応用力を養成します。

## もくじ

# 第1講座　集合の要素の個数，順列

## 基本の整理

〈要素の個数〉▶集合$A$の要素の個数を$n(A)$で表す。$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

**1**　100から200までの整数のうち，３の倍数全体の集合を$A$，５の倍数全体の集合を$B$として，次の集合の要素の個数を求めよ。

(1)　$A$　　(2)　$B$　　(3)　$A\cap B$　　(4)　$A\cup B$

〈補集合の要素の個数〉▶集合$A$の補集合$\overline{A}$の要素の個数は，$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

**2**　集合$A$，$B$は全体集合$U$の部分集合で，$n(U)=50$，$n(A)=15$，$n(B)=20$，$n(A\cup B)=30$のとき，$n(\overline{A})$，$n(\overline{A}\cap B)$を求めよ。

〈和の法則・積の法則〉▶同時に起こらないとき$(m+n)$通り，ひき続いて起こるとき$(m\times n)$通り

**3**　次の問いに答えよ。

(1)　大小２個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が素数になる場合は何通りあるか。

(2)　360の正の約数の個数を求めよ。また，これら約数全体の和を求めよ。

〈順列〉▶異なる$n$個のものから$r$個を取り出して並べた順列の総数は，${}_n\mathrm{P}_r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$

**4**　次の問いに答えよ。

(1)　１から９までの９個の数字から異なる４個を使ってできる４桁の整数の個数を求めよ。

(2)　０から９までの10個の数字から異なる４個を使ってできる４桁の整数の個数を求めよ。

(3)　男子２人，女子４人の６人が１列に並ぶとき，男子２人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(4)　a，b，c，d，eの５文字を並べるとき，両端に子音の文字がくるものは何通りあるか。

〈円順列〉▶異なる$n$個のものを円形に並べる順列の総数は$(n-1)!$

**5**　次の問いに答えよ。

(1)　色の異なる８個の玉を円形に並べる方法は何通りあるか。

(2)　色の異なる８個の玉で首輪をつくる方法は何通りあるか。

〈重複順列〉▶異なる$n$個のものから，重複を許して$r$個取り出す順列の総数は$n^r$

**6**　次の問いに答えよ。

(1)　数字1，2，3，4，5を重複を許して使ってできる４桁の整数は何通りあるか。

(2)　数字0，1，2，3を重複を許して使ってできる４桁の整数は何通りあるか。

# 演　習

**例題　集合の要素の個数**

**7**　１から1000までの整数のうち，2，3，５のそれぞれの倍数全体の集合を$A$，$B$，$C$とするとき，次の集合の要素の個数を求めよ。

(1)　$\overline{A}\cup\overline{C}$　　(2)　$\overline{B}\cap\overline{C}$　　(3)　$A\cap B\cap C$　　(4)　$A\cup B\cup C$

**解法のポイント**　(1)(2)　ド・モルガンの法則を利用する。　(3)(4)　$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$ が成り立つ。

**8**　**類題**　１から200までの整数のうち，3，5，７のそれぞれの倍数全体の集合を$A$，$B$，$C$とするとき，次の集合の要素の個数を求めよ。

(1)　$A\cap B$　　(2)　$\overline{A}$　　(3)　$\overline{A}\cup\overline{B}$

(4)　$\overline{B\cap C}$　　(5)　$A\cap B\cap C$　　(6)　$A\cup B\cup C$

**9**　次の問いに答えよ。

(1)　１から200までの整数のうち，６と互いに素である数の個数を求めよ。

(2)　100以下の自然数のうち，4，5，６の倍数全体の集合をそれぞれ$X$，$Y$，$Z$とするとき，集合 $(X\cap Y)\cup Z$ の要素の個数を求めよ。

**10**　あるクラス40人の生徒のうちで，兄弟のいる人は24人，姉妹のいる人は19人であった。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　ひとりっ子は何人以下か。　　(2)　兄弟だけいる人は何人以上何人以下か。

**11**　次の問いに答えよ。

(1)　５g，10g，20g の３種類の分銅を使って60g のものをはかるとき，使う分銅の組合せは何通りあるか。ただし，どの分銅も少なくとも１個は使い，何個使ってもよいものとする。

(2)　1080と1200の正の公約数の個数を求めよ。また，これらの公約数の総和を求めよ。

**12**　６個の数字 0，1，2，3，4，５を並べて６桁の整数をつくるとき，次の問いに答えよ。

(1)　５の倍数は何通りできるか。　　(2)　４の倍数は何通りできるか。

**13**　**発展**　1，2，3，4，５の５個の数字から異なる３個を使って３桁の整数をつくるとき，その総和を求めよ。

**ヒント**　一，十，百の各位に同じ回数ずつ５個の数字が使われることに注意する。

**例題**　**条件つきの並べ方**

**14**　computerの８文字を並べるとき，次のような並べ方は何通りあるか。

(1)　どの母音も隣り合わない並べ方　　(2)　ｃとｐの間に文字が２つある並べ方

**解法のポイント**　(1)　３文字の母音は，５文字の子音の間および両端の６か所から３か所選んで並べる。　(2)　ｃとｐとその間の２文字をまとめて１つと考える。

**15**　**類題**　男子A，B，C，女子ａ，ｂ，ｃ，ｄの７人が１列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1)　どの男子も隣り合わない　　(2)　A，Bの間に３人が並ぶ

(3)　左から３番目までにａとｂが並ぶ　　(4)　BとCが隣り合うか，またはｃとｄが隣り合う

**16**　５個の数字１，２，３，４，５の全部を１列に並べて５桁の整数をつくるとき，万の位に１がくることも千の位に２がくることもないようなものは何通りあるか。

**17**　１から９までの９個の数字の中から異なる８個の数字を選んで１列に並べるとき，次のような並べ方は何通りあるか。

(1)　奇数が隣り合わない　　(2)　7，8，9が隣り合う

**18**　次の問いに答えよ。

(1)　５題の問題に○か×で答えるとき，○，×のつけ方は何通りあるか。

(2)　机の上に異なる本が７冊ある。その中から，少なくとも１冊以上何冊でもすきなだけ本を取り出すとすれば，その取り出し方は何通りあるか。

**19**　男子A，B，C，D，女子ａ，ｂ，ｃ，ｄの８人が円形のテーブルに着席するとき，次のような場合は何通りあるか。

(1)　男女が交互に着席する　　(2)　ｃ，ｄがともにAと隣り合う

**20**　立方体の６つの面に，青，白，赤，黄，緑，紫の６色を１色ずつ塗るとする。このとき，異なる塗り方は何通りあるか。

**21**　**発展**　異なる３つの箱に，10個の玉を入れる方法は何通りあるか。ただし，どの箱にも少なくとも１つの玉を入れるものとする。

**ヒント**　全部の入れ方から，２箱が空き箱の場合と１箱が空き箱の場合を除く。

# 第 2 講座　組合せ

## 基本の整理

**〈組合せ〉** ▶異なる $n$ 個のものから $r$ 個取り出して 1 組とした組合せの総数は ${}_nC_r=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

**1**　男子 6 人，女子 4 人の中から 4 人を選ぶとき，次のような選び方は何通りあるか。

(1)　全体から 4 人を選ぶ　　(2)　男子から 2 人，女子から 2 人を選ぶ

**〈順列と組合せ〉** ▶組合せで選んでから，順列で並べる。

**2**　次の問いに答えよ。

(1)　男子 4 人，女子 6 人から男子 2 人，女子 3 人を選んで 1 列に並べる並べ方は何通りあるか。

(2)　1 から 9 までの整数から，異なる 3 数を選び，3 桁の整数をつくる。3 数の和が奇数になるような 3 桁の整数は何個あるか。

**〈同じものを含む順列〉** ▶ $p$ 個，$q$ 個，$r$ 個，……が同じものである順列の総数は $\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$

**3**　SUCCESSの 7 文字を並べるとき，次のような並べ方は何通りあるか。

(1)　7 文字の並べ方の総数　　(2)　U，E が隣り合わない

(3)　UがEより左側にある

**〈組合せと図形〉** ▶平行四辺形…縦 2 本，横 2 本の平行線で 1 つ決まる。

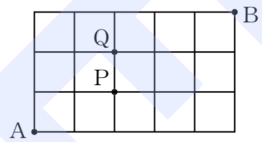
**4**　等間隔に引いた 5 本の平行線と，それに垂直に交わる等間隔の 5 本の平行線がある。これらの平行線によってできる長方形(正方形を含む)は何個あるか。また，正方形は何個あるか。

**〈最短距離〉** ▶↑と→の順列で考える。各区間で，↑と→の数を数えて同じものを含む順列を利用。

**5**　右の図で，次の場合，最短距離で行く道順は何通りあるか。

(1)　AからPを通ってBへ行く

(2)　AからQを通らないでBへ行く




**〈重複組合せ〉** ▶異なる $n$ 個のものから重複を許して $r$ 個取る組合せの総数は ${}_{n+r-1}C_r$

**6**　次の問いに答えよ。

(1)　4 個の文字 a，b，c，d から重複を許して 7 個取り出す方法は何通りあるか。ただし，1 つも取り出さない文字があってもよいとする。

(2)　候補者 3 名に対し，25名が 1 人 1 票の無記名投票を行う。票の分かれ方は何通りあるか。

# 演　習

**例題　組分け**

**7**　12人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　5人，4人，3人の3つの組に分ける。

(2)　4人ずつ3組に分ける。

(3)　6人，3人，3人の3つの組に分ける。

(4)　3人ずつA，B，C，Dの4組に分ける。

**解法のポイント**　同じ数に分けるときに注意が必要である。

**8**　**類題**　7人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　3人，2人，2人の3つの組に分ける。

(2)　A，B，Cの部屋に4人，2人，1人に分ける。

**9**　男子10人，女子5人の中から合計3人の代表を選ぶ方法は何通りあるか。また，代表3人のうちに女子が少なくとも1人含まれるような選び方は何通りあるか。

**10**　赤玉4個，青玉3個，白玉2個がある。次のような場合の並べ方は何通りあるか。

(1)　9個全部を1列に並べる。

(2)　8個を取り出して1列に並べる。

**11**　白い碁石7個と黒い碁石3個を1列に並べるとき，黒い碁石が隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

**12**　1，2，3，4，5，6の数字のうち，2種類の数字を用いて表される3桁の数字はいくつあるか。

**13**　**発展**　1つのさいころを4回振るとき，ちょうど2種類の目が出る場合は何通りあるか。また，4つの同じ大きさのさいころを同時に振るとき，ちょうど2種類の目が出る場合は何通りあるか。

**ヒント**　1回目から4回目までの中で，2種類の目のどちらが出てもよい。(重複順列の考え方)

◆◆◆ **例 題** **重複組合せ** ◆◆◆

**14**　7 個の同じ品物をA，B，Cの 3 人に分ける方法について，次の問いに答えよ。

(1)　品物を 1 個ももらえない人がいてもよいとすると，分け方は何通りあるか。

(2)　A，B，Cがいずれも，少なくとも 1 個の品物をもらう分け方は何通りあるか。

**解法のポイント**　(1)　A，B，Cの 3 個から重複を許して 7 個取る重複組合せ。
→ 7 個の○と 2 本の仕切り｜の並びかえで考えることができる。

○｜○○○○｜○○
A　　B　　C

◆◆◆

**15** **類 題** 次の問いに答えよ。

(1)　8 個の同じ玉をA，B，C，Dの 4 つの箱に分けて入れる方法は何通りあるか。ただし，玉を 1 個も入れない箱があってもよいとする。

(2)　$x+y+z=9$ を満たす次のような整数の組 $(x,\ y,\ z)$ は何組あるか。

①　負でない整数の組　　　　②　正の整数の組

◆◆◆

**16**　excellent の 9 文字を並べるとき，次のような並べ方は何通りあるか。

(1)　c，n，t がこの順序で並ぶ　　　(2)　e はすべて l より左側にある

(3)　e と l はすべて奇数番目に並ぶ

**17**　1 つの正六角形の辺と対角線は合計 $\boxed{(1)}$ 本ある。これらの線分全体から異なる 2 本の線分を選ぶ組合せは $\boxed{(2)}$ 通りである。これらのうち，

選んだ 2 本の線分が平行である場合は $\boxed{(3)}$ 通りである。

選んだ 2 本の線分が頂点以外の点で交わる場合は $\boxed{(4)}$ 通りである。

**18**　赤玉 5 個，白玉 9 個がある。これらをA，B，Cの 3 つの箱に分けるとき，次のような分け方は何通りあるか。ただし，同じ色の玉は区別しないものとする。

(1)　すべての箱に白玉を同数ずつ入れ，すべての箱に赤玉を少なくとも 1 つは入れる。

(2)　玉が 1 つも入っていない箱があってもよいとして入れる。

**19** **発展** 互いに身長の異なる 8 人を，山の形に整列させる。すなわち，$i$ 番目に並ぶ人の身長を $h_i$ とするとき，ある $k$ $(2\leqq k\leqq 7)$ があって，$h_1<\cdots\cdots<h_k$（この部分を「登り坂」という）かつ $h_k>\cdots\cdots>h_8$（この部分を「下り坂」という）が成立するようにする。次の問いに答えよ。

(1)　$k=2$ となる並べ方は何通りあるか。

(2)　$k=3$ となるとき，登り坂に並ぶ人の定め方は何通りあるか。

(3)　並べ方は全体で何通りあるか。

**ヒント**　$k$ 番目に 1 番身長の高い人を並べて，「登り坂」の $(k-1)$ 人の選び方を考える。

# 解　答　《selectⅢ　数学A》

## 第1講座　集合の要素の個数，順列

【p.2】

**1**　(1)　33　　(2)　21　　(3)　7　　(4)　47

**2**　$n(\overline{A})=\mathbf{35}$

$n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B)=20-5=\mathbf{15}$

**3**　(1)　一方の目が1，他方の目が素数の場合だから，(大の目，小の目)の順に表すと，
(1，2)，(1，3)，(1，5)，(2，1)，(3，1)，(5，1)の **6通り**。

(2)　$360=2^3\cdot3^2\cdot5$ より，
約数の個数は，$4\times3\times2=\mathbf{24}$　約数の和は，
$(2^0+2^1+2^2+2^3)\times(3^0+3^1+3^2)\times(5^0+5^1)$
$=\mathbf{1170}$

**4**　(1)　${}_9\mathrm{P}_4=9\cdot8\cdot7\cdot6=\mathbf{3024}$

(2)　千の位は1から9までの9通り，一，十，百の位は0を含めた残りの9個の数から3個選んで並べると考えて，$9\times{}_9\mathrm{P}_3=\mathbf{4536}$
(または，${}_{10}\mathrm{P}_4-{}_9\mathrm{P}_3$ と考える。)

(3)　隣り合う2人を1まとめにして考える。隣り合う2人の並び方を考えて，
${}_2\mathrm{P}_2\times{}_5\mathrm{P}_5=\mathbf{240}$**(通り)**

(4)　両端の子音の並べ方が${}_3\mathrm{P}_2$通り。残りの文字の並べ方が${}_3\mathrm{P}_3$通り。
よって，${}_3\mathrm{P}_2\times{}_3\mathrm{P}_3=\mathbf{36}$**(通り)**

**5**　(1)　$(8-1)!=7!=\mathbf{5040}$**(通り)**

(2)　$\dfrac{(8-1)!}{2}=\dfrac{7!}{2}=\mathbf{2520}$**(通り)**

**6**　(1)　$5^4=\mathbf{625}$**(通り)**

(2)　$3\times4^3=\mathbf{192}$**(通り)**

【p.3】

**7**　$n(A)=500$，$n(B)=333$，$n(C)=200$

(1)　$A\cap C=\{10\cdot1,\ 10\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 10\cdot100\}$
ド・モルガンの法則より，$\overline{A}\cup\overline{C}=\overline{A\cap C}$
よって，$n(\overline{A}\cup\overline{C})=n(\overline{A\cap C})$
$=n(U)-n(A\cap C)$
$=1000-100=\mathbf{900}$

(2)　$B\cap C=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot66\}$ より，
$n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C)$
$=333+200-66=467$
$n(\overline{B}\cap\overline{C})=n(\overline{B\cup C})=n(U)-n(B\cup C)$
$=1000-467=\mathbf{533}$

(3)　$A\cap B\cap C=\{30\cdot1,\ 30\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 30\cdot33\}$
よって，$n(A\cap B\cap C)=\mathbf{33}$

(4)　$n(A\cup B\cup C)$
$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)$
$-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$
$n(A\cap B)=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot166\}$ より，求める要素の個数は，
$500+333+200-166-66-100+33=\mathbf{734}$

**8**　(1)　$n(A\cap B)=13$　　(2)　$n(\overline{A})=134$

(3)　$n(\overline{A}\cup\overline{B})=187$　　(4)　$n(\overline{B\cap C})=195$

(5)　$n(A\cap B\cap C)=1$

(6)　$n(A\cup B\cup C)=108$

**9**　(1)　$6=2\cdot3$ より，2の倍数でも3の倍数でもない数の個数を求める。1から200までの整数のうち，2の倍数は100個，3の倍数は66個，6の倍数は33個あるから，
$200-100-66+33=\mathbf{67}$

(2)　$Z=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$
$X\cap Y=\{20\cdot1,\ 20\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 20\cdot5\}$
$X\cap Y\cap Z=\{60\cdot1\}$ より，
$n((X\cap Y)\cup Z)=16+5-1=\mathbf{20}$

**10**　全体を$U$，兄弟のいる人を$A$，姉妹のいる人を$B$とする。

(1)　ひとりっ子の人数を$x$とすると，
$x=n(U)-n(A)-n(B)+n(A\cap B)$
$=n(A\cap B)-3$
ここで，$n(A\cap B)\leqq19$ であるから，
$x\leqq19-3=16$
よって，**16人以下**

(2)　兄弟だけいる人は $n(A)-n(A\cap B)$
また，$3\leqq n(A\cap B)\leqq n(B)$ より，
**5人以上21人以下**

**11**　(1)　5g，10g，20gの分銅の個数を，それぞれ$x$，$y$，$z$とすれば，$5x+10y+20z=60$
$z=1$ のとき，
$(x,\ y)=(6,\ 1)$，$(4,\ 2)$，$(2,\ 3)$
$z=2$ のとき，$(x,\ y)=(2,\ 1)$
よって，組合せは，**4通り**。

(2)　最大公約数は $2^3\cdot3\cdot5$ であるから，
公約数の個数は，
$(3+1)(1+1)(1+1)=\mathbf{16}$**(個)**
公約数の総和は，
$(1+2+2^2+2^3)(1+3)(1+5)=\mathbf{360}$

**12**　(1)　一の位が0または5となるから，
0のとき…${}_5\mathrm{P}_5=120$
5のとき…$4\times{}_4\mathrm{P}_4=96$

よって，$120+96=$**216(通り)**

(2)　4の倍数⟺下2桁が4の倍数
であるから，下2桁の数字は，04，12，20，24，32，40，52の7通り。0を含むものと含まないものに分けて考えると，
$_4P_4\times3+3\times{}_3P_3\times4=$**144(通り)**

**13**　一，十，百の各位に，$_5P_3\div5=12$(回)だけ各数字が使われることから
$(1+2+3+4+5)\times12\times(100+10+1)=$**19980**

**【p.4】**

**14**　(1)　子音5文字の並べ方は$_5P_5$通り。
母音3文字は，5文字の子音の間と両端の6ヶ所から3ヶ所を選んで並べればよいから，
$_6P_3$通り。よって，$_5P_5\times{}_6P_3=$**14400(通り)**

(2)　c，pの間の文字の並べ方は$_6P_2$通り。
c，pの並べ方は2通り。4文字を1文字と考えると，$_6P_2\times2\times{}_5P_5=$**7200(通り)**

**15**　(1)　$_4P_4\times{}_5P_3=$**1440(通り)**

(2)　A，B間の並び方は$_5P_3$通り。
A，Bの並び方は2通り。5人を1人と考えると，$_5P_3\times2\times{}_3P_3=$**720(通り)**

(3)　左から3番目のうちの2ヶ所にaとbが並び，残りの5人は，残りの5ヶ所に並ぶと考えると，
$_3P_2\times{}_5P_5=$**720(通り)**

(4)　BとCが隣り合うのは，$_6P_6\times2$(通り)
cとdが隣り合うのも同様に，$_6P_6\times2$(通り)
BとC，cとdがともに隣り合うのは，
$_5P_5\times2\times2$(通り)
よって，$_6P_6\times2+{}_6P_6\times2-{}_5P_5\times2\times2$
$=1440+1440-480=$**2400(通り)**

**16**　5桁の整数は全部で$_5P_5$通り。
万の位が1の整数は$_4P_4$通り。
千の位が2の整数は$_4P_4$通り。
万の位が1で，千の位が2の整数は$_3P_3$通り。
よって，万の位に1がくることも千の位に2がくることもないような5桁の整数は
$_5P_5-({}_4P_4+{}_4P_4-{}_3P_3)=120-(24+24-6)$
$=$**78(通り)**

**17**　(1)　奇数が隣り合わないように並べられるのは，奇数を4個，偶数を4個選んだときである。
奇数4個の選び方は5通りあるから，
$5\times{}_4P_4\times{}_5P_4=$**14400(通り)**

(2)　7，8，9以外の6個の数字のうち1個は使わないから，その選び方は6通り。7，8，9を1まとめにして考えると，
$6\times{}_6P_6\times{}_3P_3=$**25920(通り)**

**18**　(1)　$2^5=$**32(通り)**　　(2)　$2^7-1=$**127(通り)**

**19**　(1)　まず，男子A，B，C，Dを1つおきに着席させる方法は，$(4-1)!=3!$(通り)
その1つの方法について，女子a，b，c，dを残った席に着席させる方法は4!通りより，
$3!\times4!=$**144(通り)**

(2)　c，dがともにAと隣り合うのは2通り。
A，c，dを1人と考えて6人の円順列より，
$2\times(6-1)!=2\times5!=$**240(通り)**

**20**　立方体の上面の色を決めると，
下面の塗り方が5通り。
4つの側面の塗り方は，円順列により
$(4-1)!=6$(通り)
よって，異なる塗り方は全部で$5\times6=$**30(通り)**

**21**　空き箱があってもよいとすると，全部で$3^{10}$通り。
また，2箱が空き箱の場合は3通り。
1箱が空き箱の場合，どの箱が空き箱かで3通り，2つの箱に10個の玉を入れる入れ方は$2^{10}$通りあるが，そのうち2通りは10個とも1つの箱に入っている場合であるから，$3\times(2^{10}-2)$通り。
よって，どの箱にも少なくとも1つの玉を入れる方法は，$3^{10}-3-3\times(2^{10}-2)=$**55980(通り)**

## 第2講座　組合せ

**【p.5】**

**1**　(1)　$_{10}C_4=\dfrac{10!}{4!6!}=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=$**210(通り)**

(2)　$_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{6!}{4!2!}\times\dfrac{4!}{2!2!}=$**90(通り)**

**2**　(1)　$_4C_2\times{}_6C_3\times{}_5P_5=6\times20\times120$
$=$**14400(通り)**

(2)　3数の和が奇数になるのは，3数とも奇数の場合と，1つが奇数で2数が偶数の場合である。
よって，$_5C_3\times{}_3P_3+{}_5C_1\times{}_4C_2\times{}_3P_3$
$=60+180=$**240(個)**

**3**　(1)　$\dfrac{7!}{3!2!1!1!}=$**420(通り)**

(2)　子音5文字の間と両端の6ヶ所に母音U，Eを入れて並べればよい。また，子音の並べ方は，
$\dfrac{5!}{3!2!}=10$(通り)あるから，
$_6P_2\times10=$**300(通り)**

(3)　UとEを置く場所を○で表して，左から順にU，Eとすると，並べ方が1通りに決まるから，UとEを同じものと考えればよい。

$$\begin{array}{ccccccc} S & ○ & C & C & ○ & S & S \\ & \uparrow & & & \uparrow & & \\ & U & & & E & & \end{array}$$

よって，$\dfrac{7!}{3!2!2!}=$**210(通り)**

**4**　**長方形**…$_5C_2\times{}_5C_2=$**100(個)**
**正方形**…平行線の1つの間隔を1とすると，

1 辺が 1 の正方形は $(5-1)^2=16$(個)
1 辺が 2 の正方形は $(5-2)^2=9$(個)
1 辺が 3 の正方形は $(5-3)^2=4$(個)
1 辺が 4 の正方形は $(5-4)^2=1$(個) できるから,
$16+9+4+1=$**30(個)**

**5** (1) AからPへの行き方が$\dfrac{3!}{2!1!}$通り,

PからBへの行き方が$\dfrac{5!}{3!2!}$通りあるから,

$\dfrac{3!}{2!1!}\times\dfrac{5!}{3!2!}=$**30(通り)**

(2) AからBへの行き方が$\dfrac{8!}{5!3!}=56$(通り)

AからQを通ってBへ行く行き方が

$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{4!}{3!1!}=24$(通り)

よって,$56-24=$**32(通り)**

**6** (1) ${}_{4+7-1}C_7={}_{10}C_7={}_{10}C_3=$**120(通り)**

(2) 3 個の異なるものから,重複を許して25個取り出して 1 組とした組合せだから

${}_{3+25-1}C_{25}={}_{27}C_{25}={}_{27}C_2=$**351(通り)**

**【p.6】**

**7** (1) ${}_{12}C_5\times{}_7C_4=\dfrac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}$

$=$**27720(通り)**

(2) $\dfrac{{}_{12}C_4\times{}_8C_4}{3!}=\dfrac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{1}{6}$

$=$**5775(通り)**

(3) ${}_{12}C_6\times\dfrac{{}_6C_3}{2!}=\dfrac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{1}{2}$

$=$**9240(通り)**

(4) ${}_{12}C_3\times{}_9C_3\times{}_6C_3$

$=\dfrac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=$**369600(通り)**

**8** (1) ${}_7C_3\times\dfrac{{}_4C_2}{2!}=$**105(通り)**

(2) ${}_7C_4\times{}_3C_2=$**105(通り)**

**9** **3 人の代表を選ぶ方法は** ${}_{15}C_3=$**455(通り)**
また,女子が 1 人も含まれない選び方は
${}_{10}C_3=120$(通り)であるから,**女子が少なくとも 1 人含まれる選び方は**,$455-120=$**335(通り)**

**10** (1) $\dfrac{9!}{4!3!2!}=$**1260(通り)**

(2) 除く 1 個の玉の色で場合分けをする。

赤玉を除くとき $\dfrac{8!}{3!3!2!}=560$(通り)

青玉を除くとき $\dfrac{8!}{4!2!2!}=420$(通り)

白玉を除くとき $\dfrac{8!}{4!3!1!}=280$(通り)

これから,求める並べ方は
$560+420+280=$**1260(通り)**

**11** 白い碁石の間(両端を含む)の 8 ヶ所から 3 ヶ所を選んで黒い碁石を並べればよいから,
${}_8C_3=$**56(通り)**

**12** どの 2 つの数字を用いるかで ${}_6C_2=15$(通り)
選んだ 2 つの数字のうち,どちらを 2 回用いるかで 2 通り。また,選んだ 2 種類の数字でつくられる 3 桁の数字は,$\dfrac{3!}{2!1!}=3$(通り)

よって,$15\times2\times3=$**90(個)**

**13** 1 回の試行で 2 種類の目の出方は${}_6C_2$通り。
1 回目から 4 回目までの中で,この 2 種類の目のどちらが出てもよいので, 4 回の目の出方は,
$2\times2\times2\times2=2^4=16$(通り)
この中に, 4 回とも同じ目が出る場合が 2 通り含まれている。
よって, 1 つのさいころの場合は,
${}_6C_2\times(16-2)=$**210(通り)**
また, 4 つのさいころは区別ができないから,目の出方は 3 つが同じ目か, 2 つずつ同じ目の場合となる。
それぞれ,$6\times5=30$(通り),${}_6C_2$通りであるから,
4 つのさいころの場合は,
$30+{}_6C_2=$**45(通り)**

**【p.7】**

**14** (1) 下の図のように, 7 個の○と 2 本の仕切り|の並びかえで考えることができる。

○|○ ○ ○ ○|○ ○
A　　B　　C

品物を 1 個ももらえない人がいてもよいから,
7 個の○と 2 本の|を並べた順列に等しい。

よって,$\dfrac{9!}{7!2!}=$**36(通り)**

(2) 少なくとも 1 個はもらえるときは, 7 個の○の間から 2 ヶ所選んで仕切り|を置く場合の数に等しい。

A　B　　C
○|○ ○|○ ○ ○ ○
　∧ ∧ ∧ ∧ ∧ ∧

よって, 6 ヶ所から 2 ヶ所選ぶ組合せになるから,${}_6C_2=$**15(通り)**

別解 あらかじめ 3 人に 1 つは与えておくと考えて, 4 個の○と 2 本の仕切り|を並べる順列で考えると,

$\dfrac{6!}{4!2!}=$**15(通り)**

**15** (1)　8 個の○と 3 本の｜を並べた順列に等しい。

よって，$\dfrac{11!}{8!3!}=$**165（通り）**

(2)①　9 個の○と 2 本の｜を並べた順列に等しい。

○ ○｜○ ○ ○ ○｜○ ○ ○
$x=2$　　$y=4$　　$z=3$

よって，$\dfrac{11!}{9!2!}=$**55（組）**

②　$x$，$y$，$z$ は 1 以上の整数であるから，あらかじめ 1 ずつ $x$，$y$，$z$ に分けておくと，整数 6 を 3 組に分ける方法として考えられる。
よって，6 個の○と 2 本の｜を並べた順列より，$\dfrac{8!}{6!2!}=$**28（組）**

**16** (1)　c，n，t を同じものと考える。

$\dfrac{9!}{3!2!3!1!}=$**5040（通り）**

(2)　3 個の e と 2 個の l を置く場所を○で表して，左から順に e，e，e，l，l とすればよい。

○ x c ○○○○ n t
↑　　↑↑↑↑
e　　e e l l

よって，e と l を同じものと考えて，

$\dfrac{9!}{5!1!1!1!1!}=$**3024（通り）**

(3)　e と l を奇数番目に並べる並べ方は，

$\dfrac{5!}{3!2!}$ 通り

残りの文字の並べ方は $_4P_4$ 通り

よって，$\dfrac{5!}{3!2!}\times{}_4P_4=$**240（通り）**

**17** (1)　$_6C_2=15$ より，**15**

(2)　$_{15}C_2=105$ より，**105**

(3)　辺と辺が 3 通り，辺と対角線が 6 通り，対角線どうしが 3 通りであるから，合計して，
$3+6+3=$**12（通り）**

(4)　対角線は 9 本あり，このうち平行なものが 3 組，各頂点から 3 本の対角線が出ていてそのうち 2 本の組合せは $_3C_2$ 通りより
$_9C_2-3-6\times{}_3C_2=$**15（通り）**

**18** (1)　白玉は，A，B，C の箱に 3 個ずつ入れるので分け方は 1 通り。赤玉は，それぞれの箱にあらかじめ 1 個ずつ入れておき，残りの 2 個を A，B，C の箱に分けると考えると，2 個の○と 2 本の｜を並べた順列に等しい。

よって，$1\times\dfrac{4!}{2!2!}=$**6（通り）**

(2)　白玉の分け方は，9 個の○と 2 本の｜を並べた順列に等しい。また，赤玉の分け方は，5 個の○と 2 本の｜を並べた順列に等しい。

よって，$\dfrac{11!}{9!2!}\times\dfrac{7!}{5!2!}=$**1155（通り）**

**19** (1)　2 番目に身長の 1 番高い人を並べて，1 番目は残り 7 人のうちから選ぶことになるから
$_7C_1=$**7（通り）**

(2)　$_7C_2=$**21（通り）**

(3)　$_7C_1+{}_7C_2+\cdots\cdots+{}_7C_6=$**126（通り）**

## 第 3 講座　確　率(1)

**【p.8】**

**1** (1)　{1，1，6}が 3 通り，{1，2，3}が 6 通りあるから，求める確率は，$\dfrac{3+6}{6^3}=\mathbf{\dfrac{1}{24}}$

(2)　$\mathbf{\dfrac{1}{8}}$　　(3)　$\dfrac{_2C_1\times{}_2C_1}{_4C_2}=\mathbf{\dfrac{2}{3}}$

**2**　(3，0)は 1 通り，(2，1)は 3 通り，(1，2)は 3 通り，(0，3)は 1 通りで合計 8 通り。

よって，3 枚とも表の出る確率は，$\mathbf{\dfrac{1}{8}}$

**3** (1)　$\dfrac{50+33-16}{100}=\mathbf{\dfrac{67}{100}}$　　(2)　$\dfrac{50-16}{100}=\mathbf{\dfrac{17}{50}}$

(3)　$\dfrac{50+33+20-16-6-10+3}{100}=\dfrac{74}{100}=\mathbf{\dfrac{37}{50}}$

**4**　$\dfrac{_4C_2+{}_5C_2}{_9C_2}=\mathbf{\dfrac{4}{9}}$

**5** (1)　$1-\dfrac{_2C_2}{_7C_2}=\mathbf{\dfrac{20}{21}}$　　(2)　$1-\dfrac{_6C_3}{_8C_3}=\mathbf{\dfrac{9}{14}}$

**【p.9】**

**6** (1)　$\dfrac{_3P_3\times{}_7P_7}{_9P_9}=\mathbf{\dfrac{1}{12}}$　　(2)　$\dfrac{2\times{}_5P_5}{_6P_6}=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$

(3)　$\dfrac{_4C_2}{_9C_2}=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$

**7** (1)　$\dfrac{_5P_5}{_6P_6}=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$

(2)　A，B，C の場所のとり方が $_5C_3$ 通りでそのそれぞれに対し，D，E の並び方が 2! 通りあるから，求める確率は，$\dfrac{2!\times{}_5C_3}{_5P_5}=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$

(3)　$\dfrac{_4C_2\times{}_5C_1}{_9C_3}=\mathbf{\dfrac{5}{14}}$

**8** (1)　一方が他方の数の約数となる組合せは
(1，$x$)… 8 通り，(2，$x$)… 3 通り
(3，$x$)… 2 通り，(4，$x$)… 1 通りより，
合計して14通りから，求める確率は，$\dfrac{14}{_9C_2}=\mathbf{\dfrac{7}{18}}$

(2)　$\dfrac{_{10}P_5}{10^5}=\mathbf{\dfrac{189}{625}}$