♣特色と構成♣

□1本書は，**中学１・２年から３年の後半まで**の内容を含む発展学習を目的とした，レベルの高いテキストです。各単元では，公立高校入試レベルの問題から始めて，私立高校入試でよく出題される問題まで，密度の濃い学習をします。上位高校受験準備のスタートとして十分内容を備えたテキストです。

□2各講座の構成

〈練習問題〉………	公立高校入試での標準レベルの問題を解きながら，各単元の重要事項を確認します。
〈発展問題〉………	私立高校入試での必修レベルの問題を解きながら，数学の応用力を身につけ，発展学習の内容を理解します。
〈挑戦問題〉………	ハイレベルの問題を体験し，解法のポイントを学習します。

も く じ

③ • 2次方程式とその利用

練習問題

1　**［因数分解による解き方］**　次の2次方程式を解きなさい。

(1)　$(2x-1)(3x+2)=0$　　(2)　$x^2-5x=0$

(3)　$x^2-3x+2=0$　　(4)　$x^2-4x-45=0$

(5)　$x^2-9=0$　　(6)　$x^2-8x+16=0$

2　**［平方根の考え方による解き方］**　次の2次方程式を解きなさい。

(1)　$5x^2=80$　　(2)　$4x^2-9=0$

(3)　$(x-3)^2=5$　　(4)　$(x+2)^2-4=0$

3　**［平方完成による解き方］**　次の2次方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+6x-4=0$　　(2)　$x^2-8x+4=0$

4　**［解の公式による解き方］**　次の2次方程式を解きなさい。

(1)　$x^2-3x-3=0$　　(2)　$3x^2-5x-1=0$

(3)　$x^2+10x+20=0$　　(4)　$2x^2-7x+6=0$

ポイント

1　右辺を0にし，左辺を因数分解して，次のことがらを利用する。

$$\left[\begin{array}{l} A\times B=0\text{ ならば,}\\ A=0\quad\text{または}\quad B=0\end{array}\right]$$

2つの1次方程式にすることができる。

(6)　解が1つしかないこともある。

2　$X^2=a\ \rightarrow\ X=\pm\sqrt{a}$

$(a>0)$

3　(1)　$x^2+6x=4$

半分の2乗

$x^2+6x+3^2=4+3^2$

$(x+3)^2=13$

4　**解の公式**

$ax^2+bx+c=0$ の解は,

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

(3)(4)　解はできるだけ簡単な形にして答える。

5 **［2次方程式と解］**　次の問いに答えなさい。

(1)　2次方程式 $x^2 + ax - 91 = 0$ の解の1つが $x = 7$ であるとき，定数 a と残りの解を求めよ。

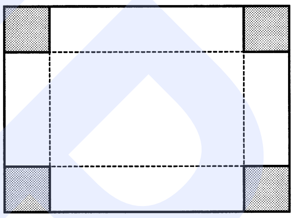
(2)　2次方程式 $x^2 - 2x - 1 = 0$ の2つの解のうち，小さい方の解を a とするとき，$a^2 - 3a - 1$ の値を求めよ。

6 **［数についての問題］**　連続する2つの正の奇数の平方の和が130になるとき，この2つの奇数を求めなさい。

7 **［図形についての問題］**　次の問いに答えなさい。

(1)　長さ40cmのひもで長方形をつくり，面積を 84cm^2 にしたい。縦，横の長さをそれぞれ何cmにすればよいか。

(2)　横が縦より3cm長い長方形の紙がある。この紙の4すみから1辺4cmの正方形を切り取り，直方体の容器を作ったら，容積が 720cm^3 になった。もとの紙の縦の長さを求めよ。



8 **［割合についての問題］**　原価2000円の商品に原価の x 割の利益を見込んで定価をつけたが，売れなかったので定価の x 割引きで売ったところ，180円の損失になった。このとき，x の値を求めなさい。

9 **［その他の問題］**　地上からボールを毎秒40mの速さで投げ上げると，t 秒後には，ボールは地上からおよそ $(40t - 5t^2)$m の高さにあるという。次の問いに答えなさい。

(1)　ボールが再び地上に戻ってくるのは，投げ上げてから何秒後か。

(2)　ボールが地上から60mの高さになるのは，投げ上げてから何秒後と何秒後か。

5　方程式の解が与えられているとき
→解を方程式に代入する。

(2)　a について，
$a^2 - 2a - 1 = 0$ が成り立つ。

6　連続する2つの奇数は，
$2x - 1$，$2x + 1$（x は整数）
と表すことができる。

7

(1)　縦の長さを $x$cm とすると，横の長さは $(20 - x)$cm

(2)　もとの紙の縦の長さ，または直方体の底面の縦の長さを $x$cm とする。
x の範囲に注意。

8　1割…0.1

- x 割増し → $\times \left(1 + \dfrac{x}{10}\right)$
- x 割引き → $\times \left(1 - \dfrac{x}{10}\right)$

9

(1)　地上…高さ0m

発展問題

10　次の方程式を解きなさい。

(1)　$(2x+1)(x-2)=(x-1)^2$　〈近大附〉

(2)　$(2x-3)^2+2(2x-3)-15=0$　〈市川〉

(3)　$\dfrac{x^2-1}{4}-\dfrac{2x-5}{3}=\dfrac{x^2+5}{6}$　〈東京学芸大附〉

(4)　連立方程式 $\begin{cases} x^2-y^2=2 \\ y=3x-4 \end{cases}$　〈久留米大附〉

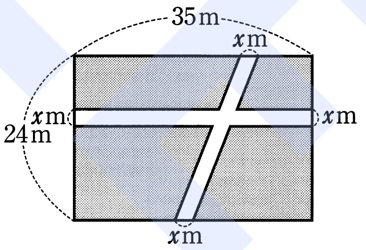
11　2次方程式 $x^2+bx+c=0$ の2つの解を -3，2とするとき，b，c の値を求めなさい。　〈近大附〉

12　2次方程式 $2x^2-4x-1=0$ の2つの解を a，b（ただし $a>b$）とするとき，$a^2+b^2-2a-2b$ の値を求めなさい。　〈早実〉

13　ある正の数 a に，2をたしてから2乗して3を加えるところを，2をたしてから2倍して3を加えたため，求める数より15小さかった。もとの正の数 a を求めなさい。　〈専修大附〉

14　連続する3つの正の整数がある。最も大きい数の平方は他の2数の平方の和より480小さい。この3つの整数を求めなさい。　〈専修大松戸〉

15　縦が24m，横が35mの長方形の土地がある。図のように，長方形の各辺に面した部分が xm の道路をつけて，残りの部分（影の部分）を畑にしたい。畑の面積が726m^2 になるような x を求めなさい。　〈法政大一〉



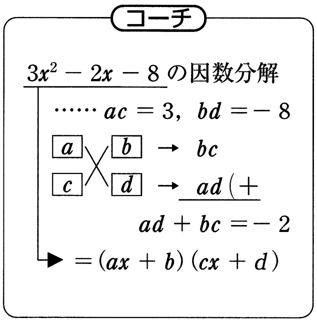
16　バーゲンセールで，ある商品の定価を x 割引きで売ったら，通常よりも売上個数が $(x+1)$ 割増え，売上高も通常よりも4％増えたという。x の値を求めなさい。　〈慶応女子〉

挑戦問題

17　「たすきがけの因数分解」を使って，次の 2 次方程式を解きなさい。

(1)　$3x^2-2x-8=0$　〈西武学園文理〉　(2)　$2x^2-3x-2=0$　〈育英〉

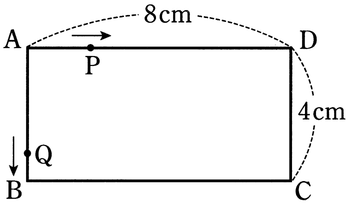
(3)　$2(x-\sqrt{3})^2-3(x-\sqrt{3})-2=0$　〈共立女子〉　(4)　$6x^2-x-12=0$　〈東奥義塾〉



18　2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が $x=\dfrac{1}{2}$，1 を解にもつとき，

$$\frac{(2a+b+c)(a+2b+c)(a+2b+5c)}{(a+b+2c)^2(a+3b+4c)}=\boxed{}$$ である。　〈灘〉

19　AB が 4cm，AD が 8cm の長方形 ABCD がある。点 P は A から辺上を D を通り C まで毎秒 1cm の速さで動く。点 Q は A を点 P と同時に出発して毎秒 2cm の速さで辺上を B，C，D，A と進む。なお，点 P，Q は出発してから 12 秒後に停止する。



△APQ の面積が長方形 ABCD の面積の $\dfrac{1}{4}$ になるのは A を出発してから何秒後ですか。すべて答えなさい。　〈大阪桐蔭〉

20　6 %の食塩水が 200 g ある。これから x g の食塩水を取り出し，そのかわりに同量の水を入れる。次に，こうしてできた食塩水から再び x g を取り出して，そのかわりに同量の水を入れたところ，4.86 %の食塩水 200 g ができた。次の問いに答えなさい。　〈徳島文理〉

(1)　最初に x g の食塩水を取り出したあとの食塩の量を x を用いて表せ。

(2)　最初に取り出した食塩水の量を求めよ。

21　54 km 離れた A 町，B 町がある。P 君，Q 君が同じ道を P 君は A 町から B 町へ，Q 君は B 町から A 町へ向かって同時に自転車で出発した。2 人がすれ違ったあと，Q 君が A 町に着くのに 45 分かかった。出発後 2 人がすれ違うまでにかかった時間を求めなさい。ただし，P 君の速さは時速 12 km とする。

〈三田学園〉

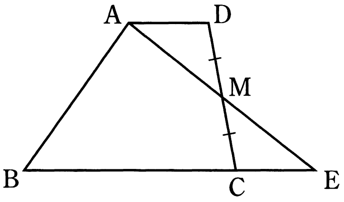
コーチ
ダイヤグラムをかいて，数量の間の関係を見つける。

❻ 三角形と四角形

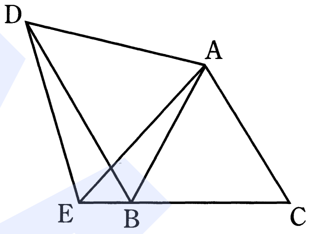
練習問題

1 ［**三角形の合同条件**］ 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図は，AD//BC の台形 ABCD で，M は辺 CD の中点である。AM，BC それぞれの延長の交点を E とするとき，点 M は線分 AE の中点となることを証明せよ。

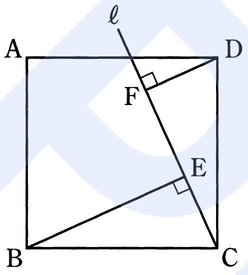


(2) 右の図で，△ABC と△ADE は正三角形であり，3つの点 E，B，C は一直線上にある。このとき，DB = EC となることを証明せよ。



2 ［**直角三角形の合同条件**］ 図のように，正方形 ABCD の頂点 C を通り，辺 AD と交わる直線 ℓ に頂点 B，D から垂線を引き，ℓ との交点をそれぞれ E，F とする。

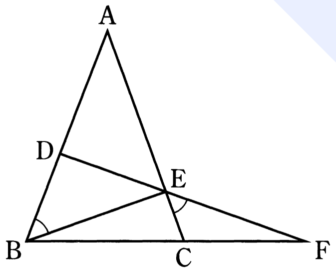
このとき，CE = DF を証明しなさい。



3 ［**二等辺三角形の性質・二等辺三角形になるための条件**］

AB = AC である二等辺三角形 ABC で，右の図のように，点 D，E をそれぞれ辺 AB，AC 上にとり，DE の延長と BC の延長の交点を F とする。

∠FEC = ∠ABE であるとき，△EBF は二等辺三角形であることを証明しなさい。



ポイント

1 三角形の合同条件

① 3組の辺がそれぞれ等しい。

② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

(2) ∠DAB = 60° + ∠EAB
∠EAC = 60° + ∠EAB

2 直角三角形の合同条件

① 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

② 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

3 二等辺三角形の性質

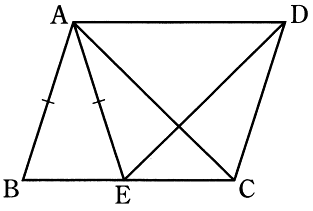
① 底角は等しい。

② 頂角の二等分線は底辺を垂直に2等分する。

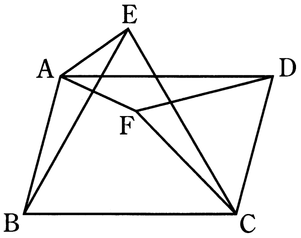
- **二等辺三角形になるための条件**… 2つの角が等しい。

4　**［平行四辺形の性質］**　次の問いに答えなさい。

⑴　図のような平行四辺形 ABCD において，辺 BC 上に AB ＝ AE となる点 E をとるとき，△ ABC ≡△ EAD を証明せよ。

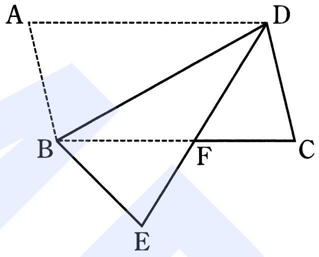


⑵　図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC，CD を 1 辺とする 2 つの正三角形 BCE および CDF をつくり，A と E，A と F をそれぞれ結ぶ。AE ＝ AF を証明せよ。



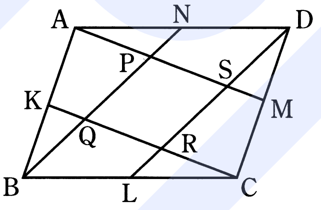
⑶　図のように，平行四辺形 ABCD を対角線 BD で折り，A が移った点を E，BC と DE の交点を F とする。

△ FBE ≡△ FDC を証明せよ。

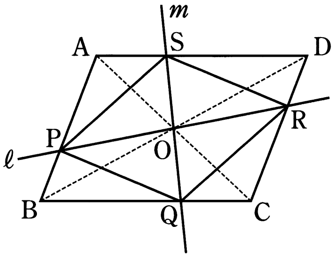


5　**［平行四辺形になるための条件］**　次の問いに答えなさい。

⑴　図の平行四辺形 ABCD で，点 K，L，M，N はそれぞれの辺の中点である。図のように線分の交点を P，Q，R，S とするとき，四角形 PQRS は平行四辺形となることを証明せよ。



⑵　図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る 2 つの直線 ℓ，m が各辺と交わる点を P，Q，R，S とするとき，四角形 PQRS は平行四辺形になることを証明せよ。



4　平行四辺形の性質

① 2 組の対辺はそれぞれ平行である。（定義）

② 2 組の対辺はそれぞれ等しい。

③ 2 組の対角はそれぞれ等しい。

④ 対角線はそれぞれの中点で交わる。

⑶　折り返したものだから，△ ABD ≡△ EBD

5　平行四辺形になるための条件

① 2 組の対辺がそれぞれ平行である。（定義）

② 2 組の対辺がそれぞれ等しい。

③ 2 組の対角がそれぞれ等しい。

④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。

⑤ 1 組の対辺が平行でその長さが等しい。

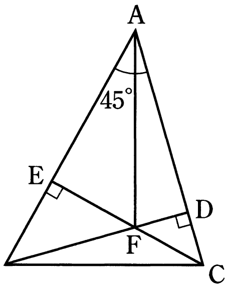
発展問題

6　図のように，$\angle BAC = 45^\circ$の$\triangle ABC$があり，頂点B，Cから辺AC，ABにそれぞれ垂線BD，CEをひき，BD，CEの交点をFとする。

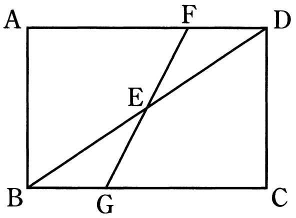
次の問いに答えなさい。〈金光学園〉

⑴　$\angle BFE$の大きさを求めよ。

⑵　$AF = CB$を証明せよ。



7　右の図のように，長方形ABCDがあり，対角線BDの中点をEとする。辺AD上に，2点A，Dと異なる点Fをとり，2点E，Fを通る直線と辺BCとの交点をGとする。次の問いに答えなさい。〈香川〉



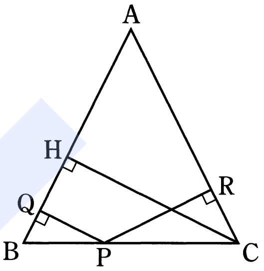
⑴　$BG = DF$であることを証明せよ。

⑵　点Gを通り，対角線BDと平行な直線をひき，辺CDとの交点をHとする。点Fと点Hを結ぶとき，$FH + GH = BD$であることを証明せよ。

コーチ
⑵　補助線をひく。
AD，GHを延長する。

8　右の図は，二等辺三角形ABCの底辺BC上の点Pから，2辺AB，ACにそれぞれ垂線PQ，PRをひき，さらに，点Cから辺ABに垂線CHをひいたものである。このとき，$PQ + PR = CH$の関係が成り立つことを証明しなさい。〈山形改〉

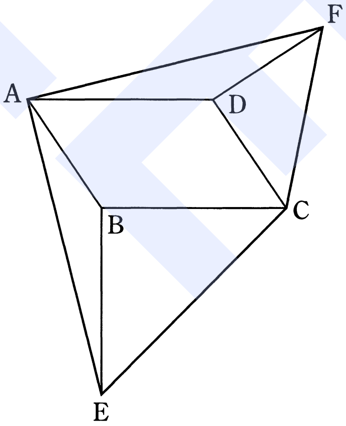
コーチ
補助線をひく。
PからCHへ垂線をひく。



9　右の図で，四角形ABCDは$\angle ABC = 124^\circ$の平行四辺形であり，$\triangle BEC$は$\angle CBE = 90^\circ$の直角二等辺三角形であり，$\triangle DCF$は$\angle FDC = 90^\circ$の直角二等辺三角形である。頂点Aと頂点E，頂点Aと頂点Fをそれぞれ結ぶ。次の問いに答えなさい。〈都立西〉

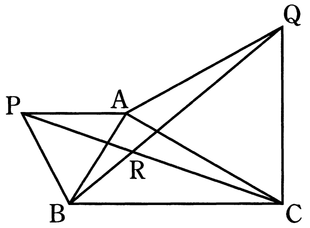
⑴　$\triangle BAE \equiv \triangle DFA$であることを証明せよ。

⑵　$\angle EAF$の大きさは何度か。



挑戦問題

10　図において，$\triangle PBA$，$\triangle QAC$ が正三角形のとき，$\angle PRQ = \boxed{\quad}^\circ$ である。〈西大和学園〉

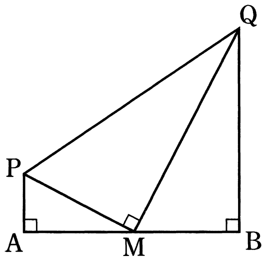


11　図において，$AM = MB$，$\angle PAM = \angle QBM = \angle PMQ = 90^\circ$ である。

(1)　$\angle APM = \angle QPM$ であることを示せ。〈同志社〉

(2)　$PQ = PA + QB$ であることを示せ。

コーチ
(2)　補助線をひく。
PM，QB を延長する。



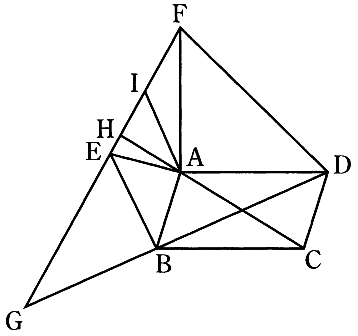
12　図において，四角形 ABCD は平行四辺形，$\triangle AEB$ は $AB = AE$ の直角二等辺三角形，$\triangle ADF$ は $AD = AF$ の直角二等辺三角形である。

また，点 G は直線 DB と直線 FE の交点であり，点 H は直線 CA と直線 EF の交点であり，点 I は線分 EF の中点である。このとき，次の(1)～(3)を証明しなさい。〈灘改〉

(1)　$\triangle ABC \equiv \triangle EAF$　　(2)　$AH \perp EF$

(3)　$\angle BGE = \angle HAI$

コーチ
(3)　補助線をひく。
B から AC へ垂線をひく。

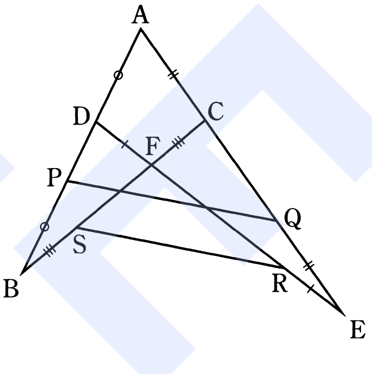


13　図のように，$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ が角 A を共有しており，点 F は辺 BC と辺 DE の交点である。辺 AB 上に $BP = AD$ となる点 P，辺 AE 上に $EQ = AC$ となる点 Q，辺 DE 上に $ER = DF$ となる点 R，辺 BC 上に $BS = CF$ となる点 S をそれぞれとり，P と Q，R と S をそれぞれ直線で結ぶ。このとき，$PQ = RS$ であることを，次の方針で証明した。

方針：$PQ = RS$ であることを示すには，四角形 $\boxed{\text{(ア)}}$ が $\boxed{\text{(イ)}}$ 形であることを示せばよく，そのためには，$\boxed{\text{(ウ)}}$ かつ $\boxed{\text{(エ)}}$ であることが示せればよい。〈奈良学園〉

(1)　$\boxed{\text{(ア)}}$ ～ $\boxed{\text{(エ)}}$ にあてはまることば，記号，式などを答えよ。

(2)　(ウ)，(エ)が成り立つことを証明せよ。



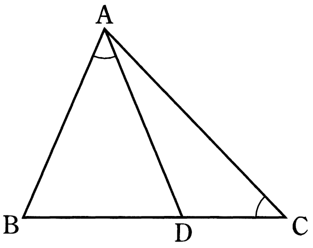
コーチ
(2)　補助線をひく。
D を通り FC に平行な直線，
C を通り FD に平行な直線。

10 ●相似(1)

練習問題

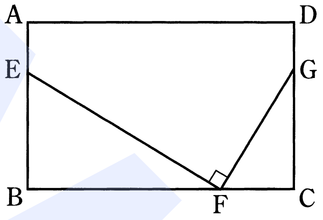
1　［**相似の証明①**］　右の図は，△ABC の辺 BC 上に，∠BAD＝∠BCA となるような点 D をとったものである。

　この図で，△ABD ∽△CBA であることを証明しなさい。



2　［**相似の証明②**］　右の図において，点 E，F，G は長方形 ABCD の辺上にあり，∠EFG＝90°である。

　このとき，△EBF ∽△FCG であることを証明しなさい。

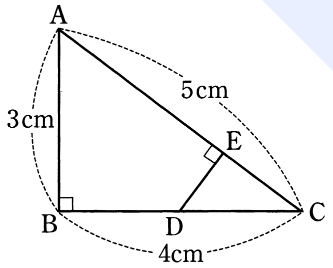


3　［**比の計算**］　次の式で，x の値を求めなさい。ただし，(4)で $x>0$ とする。

(1)　$x:4=5:2$　　(2)　$9:3=6:(x-3)$

(3)　$5:x=8:(x+9)$　　(4)　$2:x=(x-1):15$

4　［**相似の利用①**］　右の図において，△ABC は AB＝3cm，BC＝4cm，CA＝5cm の直角三角形である。辺 BC の中点を D とし，D から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点を E とする。次の問いに答えなさい。



(1)　ED の長さを求めよ。

(2)　AE ： EC を求めよ。

●ポイント●

1　三角形の相似条件

①　3組の辺の比が等しい。

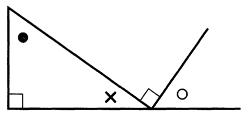
②　2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい。

③　2組の角がそれぞれ等しい。

（最も よく 使われる 条件は③である。）

2　証明のくふう

直角三角形の相似の証明のとき，次の関係がよく使われるので，覚えておきたい。



∠●＋∠×＝90°，∠○＋∠×＝90°
より，∠●＝∠○

3　比の計算

$\overset{bc}{\underset{ad}{a:b=c:d}}$

のとき，$ad=bc$

4　相似な図形

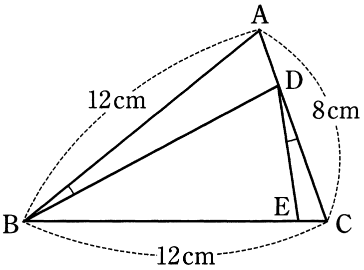
相似な図形では，

- 対応する角は等しい。
- 対応する線分の比は等しい。

△ABC ∽△DEF のとき，

AB ： DE＝BC ： EF
　　　　＝AC ： DF

5　**［相似の利用②］**　右の図のように，$AB = BC = 12\,\mathrm{cm}$，$AC = 8\,\mathrm{cm}$ の二等辺三角形 ABC がある。辺 AC 上に，$AD = 2\,\mathrm{cm}$ となる点 D をとり，辺 BC 上に，$\angle ABD = \angle CDE$ となる点 E をとる。次の問いに答えなさい。



⑴　EC の長さを求めよ。

⑵　△DBE：△DEC を求めよ。

⑶　△ABC：△DBE を求めよ。

5　面積の比

高さが同じである 2 つの三角形の面積の比は，底辺の長さの比に等しい。

⑵で，

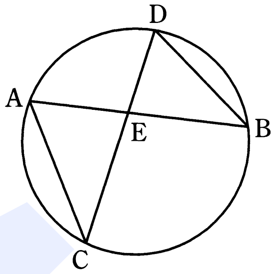
△DBE：△DEC
= BE：EC

⑶　面積の倍の関係

$$\triangle DBE = \frac{BE}{BC} \times \triangle DBC$$

$$\triangle DBC = \frac{DC}{AC} \times \triangle ABC$$

6　**［円と相似①］**　右の図は，円の弦 AB と CD の交点を E とし，点 A と C，B と D を結んだものである。次の問いに答えなさい。



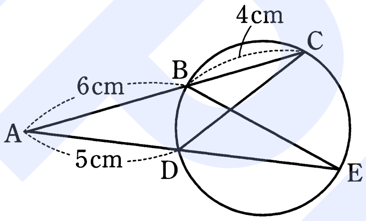
⑴　△ACE と相似な三角形を答えよ。

⑵　⑴の 2 つの三角形が相似であることを証明せよ。

6　円と相似(円周角の定理)

同じ弧に対する円周角の大きさは等しい(円周角の定理)ことをもとにして，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

7　**［円と相似②］**　右の図について，次の問いに答えなさい。



⑴　DE の長さを求めよ。

⑵　$BE = 8\,\mathrm{cm}$ のとき，DC の長さを求めよ。

⑶　点 B と D，C と E を結ぶ。$BD = 4\,\mathrm{cm}$ のとき，CE の長さを求めよ。

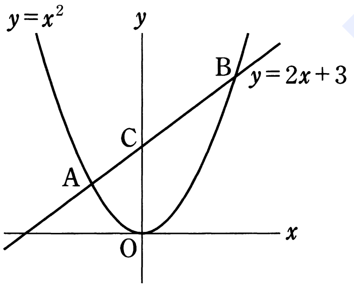
7　円と相似の利用

相似な三角形を見つけて，対応する辺の比が等しいことを利用する。

⑴，⑵→△ABE と相似な三角形に着目する。

⑶→△ABD と相似な三角形に着目する。

8　**［関数とグラフへの利用］**　右の図は，直線 $y = 2x + 3$ と放物線 $y = x^2$ との交点を A，B，y 軸との交点を C としたものである。次の問いに答えなさい。

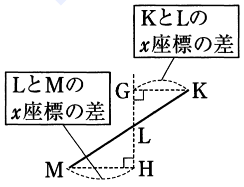


⑴　点 A，B の x 座標をそれぞれ求めよ。

⑵　AC：CB を求めよ。

8　座標上の線分の長さの比

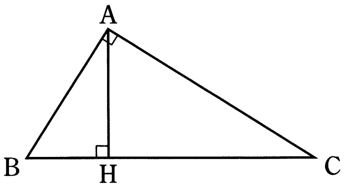
KL：LM
＝(K と L の x 座標の差)
：(L と M の x 座標の差)



発展問題

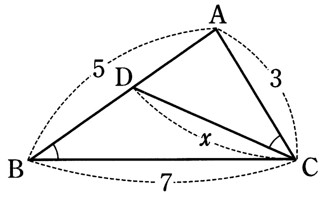
9　右の図の∠A＝90°の直角三角形において，頂点Aから斜辺BCにひいた垂線をAHとするとき，$AH^2 = BH \times CH$ となることを証明しなさい。

〈暁改〉



10　右の図のように，AB＝5，BC＝7，CA＝3の△ABCの辺AB上に，点Dを∠ABC＝∠ACDとなるようにとるとき，線分CDの長さ x を求めなさい。

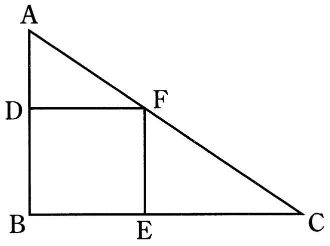
〈成蹊〉



11　右の図の△ABCは，AB＝6cm，BC＝8cm，CA＝10cmの直角三角形である。図のように3辺上に点D，E，Fをとって，四角形DBEFが正方形になるようにする。このときの正方形の1辺の長さを求めなさい。

〈駿大甲府〉

コーチ
正方形の1辺の長さを x cmとして，方程式をつくる。



12　右の図のように，四角形ABCDが円Oに内接している。ABは直径で，BA，CDの延長線の交点をPとする。このとき，PA＝4，OA＝3，DC＝3である。次の問いに答えなさい。

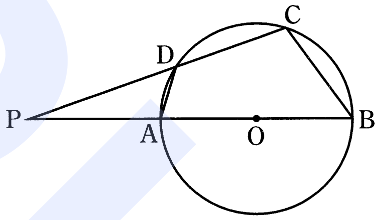
〈青雲改〉

⑴　PDの長さを求めよ。

⑵　AD：CBを求めよ。

⑶　△POD：△DOCを求めよ。

コーチ
円に内接するので，
∠PDA＝∠PBC



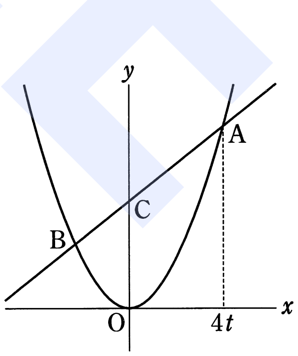
13　右の図のように，放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x + k$ が2点A，Bで交わっている。直線と y 軸との交点をCとし，AC：CB＝4：3とするとき，次の問いに答えなさい。

〈広陵〉

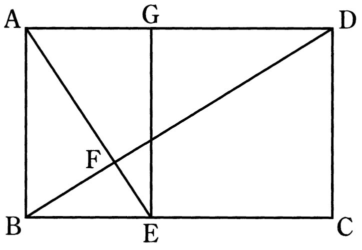
⑴　点Aの x 座標を $4t$ とするとき，点Bの座標を t で表せ。

⑵　t の値を求めよ。

⑶　k の値を求めよ。



挑戦問題

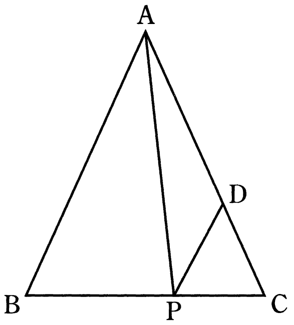


14　右の図のように，長方形ABCDがあり，辺ABより辺ADの方が長いとする。辺BC上に点Eを，$AB^2 = BE \times BC$が成り立つようにとる。AEとBDの交点をFとする。次の問いに答えなさい。　〈久留米大附〉

(1)　∠BFE = 90°であること証明せよ。

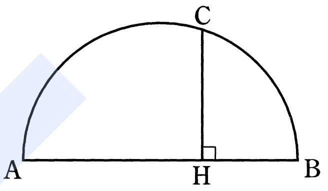
コーチ
(1)　$AB^2 = BE \times BC$
$\Updownarrow$
$AB : BE = BC : AB$

(2)　点Eから辺ADに垂線EGをひくとき，∠GFC = 90°であることを証明せよ。



15　右の図のようなAB = ACである二等辺三角形ABCがある。辺AC上に点DをAD : DC = 2 : 1となるようにとる。また，辺BCの長さをaとする。いま，点Pが辺BC上を動くとき，AP + PDが最小となるときの点BPの長さをaを用いて表しなさい。　〈中央大附〉

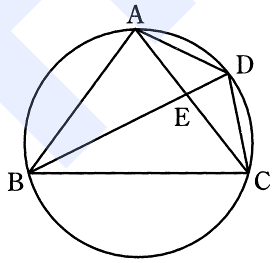
コーチ
最短距離の問題
BCについてDと対称な点D′をとって考える。



16　右の図のように，ABを直径とする半円周上に点Cをとり，点CからABに垂線CHをひく。次の問いに答えなさい。　〈弘前学園聖愛〉

(1)　△ACH ∽ △CBH を証明せよ。

(2)　AH = 8cm，HB = 1cmのとき，CHの長さを求めよ。



17　右の図のように，AB = 9cm，BC = 12cm，CD = DA = 6cmの四角形ABCDが円に内接している。四角形ABCDの対角線ACとBDの交点をEとするとき，次の問いに答えなさい。　〈筑波大附〉

(1)　BEの長さは，DEの長さの何倍か求めよ。

(2)　△BCDの面積は，△ABEの面積の何倍か求めよ。
　また，DEの長さを求めよ。

とすると，$\begin{cases} x+y=8 \\ 10y+x=10x+y-54 \rightarrow x-y=6 \end{cases}$

11　レタスをxg，トマトをyg使うとすると，

$\frac{20}{100}x+\frac{10}{100}y=65$，$\frac{6}{100}x+\frac{18}{100}y=90$

それぞれ，$2x+y=650$，$x+3y=1500$

12　電車の長さをxm，速さを秒速ymとすると，

$636+x=31y$，$1356-x=52y$

13　去年の生徒数をx人とすると，

$3.75=3\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$より，3.75％…$\frac{15}{400}=\frac{3}{80}$だから，

$x\left(1-\frac{3}{80}\right)=770$，$x=800$

去年の男子生徒数をy人とすると，

$-\frac{1}{8}y+\frac{1}{20}(800-y)=770-800$，$y=400$

今年の男子生徒数は，$400\left(1-\frac{1}{8}\right)=350$（人）

14　(1)　A，Bの食塩水の濃度をそれぞれa％，b％とすると，

$20\times\frac{a}{100}+30\times\frac{b}{100}=50\times\frac{11.4}{100}$，

$2a+3b=57$

$60\times\frac{a}{100}+20\times\frac{b}{100}=80\times\frac{8.25}{100}$，

$3a+b=33$

(2)　Aの残りの食塩水をxgとすると，

$\frac{6}{100}x+\frac{15}{100}(100-x)=100\times\frac{9.6}{100}$，$x=60$

はじめにあった量は，$20+60+60=140$(g)

p.9　●挑戦問題

15　(1)　$x=\frac{2}{7}$，$y=\frac{11}{5}$　(2)　$x=\frac{1}{3}$，$y=\frac{1}{4}$

16　2時43分38秒

17　時速5km

18　A君が歩いた距離…4km

家から駅までの距離…14km

19　$x=3$，$y=9.25$

20　45分

解説

15　(1)　$x-\frac{2}{7}=X$，$y-\frac{1}{5}=Y$とおき，それぞれの方程式の両辺に6をかけると，

$4X+3Y=6$，$9X+2Y=4$

(2)　$\frac{1}{x}=X$，$\frac{1}{y}=Y$とおくと，それぞれ

$3X+2Y=17$，$4X-5Y=-8$

16　1分間で，短針は0.5°，長針は6°進む。

2時x分に180°になったとすると，

$6x-(60+0.5x)=180$，$x=\frac{480}{11}=43\frac{7}{11}$

17　船の時速を$x$km，川の流れを時速$y$kmとすると，$2(x+y)=12$，$3(x-y)=12$

18　A君の歩いた距離を$x$km，オートバイに乗せてもらった距離を$y$kmとすると，

$\frac{x}{4}+\frac{y}{24}=\frac{x+y}{24}+\frac{50}{60}$，$2y=24\times\frac{50}{60}$

それぞれを解いて，$x=4$，$y=10$

19　AからBへ200g移すとBは8％になるから，

$200\times\frac{x}{100}+800\times\frac{y}{100}=1000\times\frac{8}{100}$…①

この食塩水から200gをAに戻すとAは4％になるから，$800\times\frac{x}{100}+200\times\frac{8}{100}=1000\times\frac{4}{100}\rightarrow x=3$

①より，$x+4y=40$　よって，$y=9.25$

20　水そうの容積（満水のときの水の量）をVL，流れ込む水の量を毎分aLと表す。

ポンプX，Yが汲み出す量をそれぞれ毎分xL，yLとすると，

$9(x-a)=V$，$5(y-a)=V$，$3(x+y-a)=V$

3つの等式より，xとyを消去すると，$\frac{V}{a}=45$

❸　2次方程式とその利用

p.10～11　●練習問題

1　(1)　$x=\frac{1}{2}$，$-\frac{2}{3}$　(2)　$x=0$，5

(3)　$x=1$，2　(4)　$x=-5$，9

(5)　$x=-3$，3　(6)　$x=4$

2　(1)　$x=\pm4$　(2)　$x\pm\frac{3}{2}$

(3)　$x=3\pm\sqrt{5}$　(4)　$x=0$，-4

3　(1)　$x=-3\pm\sqrt{13}$　(2)　$x=4\pm2\sqrt{3}$

4　(1)　$x=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$　(2)　$x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

(3)　$x=-5\pm\sqrt{5}$　(4)　$x=2$，$\frac{3}{2}$

5　(1)　$a=6$，$x=-13$　(2)　$-1+\sqrt{2}$

6　7，9

7　(1)　6cmと14cm　(2)　20cm

8　$x=3$

9　(1)　8秒後　(2)　2秒後，6秒後

解説

2　(4)　$(x+2)^2=4$，$x+2=\pm2$

3　(1)　$x^2+6x=4$　(2)　$x^2-8x=-4$

$x^2+6x+3^2=4+3^2$　$x^2-8x+4^2=-4+4^2$

$(x+3)^2=13$　$(x-4)^2=12$

$x+3=\pm\sqrt{13}$　$x-4=\pm2\sqrt{3}$

4 (3) $x=\frac{-10\pm\sqrt{20}}{2}=\frac{-10\pm2\sqrt{5}}{2}=-5\pm\sqrt{5}$

(4) $x=\frac{7\pm\sqrt{1}}{4}=\frac{7\pm1}{4}$，$\frac{7+1}{4}=2$，$\frac{7-1}{4}=\frac{3}{2}$

5 (2) $a^2-2a-1=0$が成り立つから，
$a^2-3a-1=(a^2-2a-1)-a=-a$
また，方程式を解いて，$a=1-\sqrt{2}$

6 連続する2つの奇数を$2x-1$，$2x+1$とすると，
$(2x-1)^2+(2x+1)^2=130$，$x^2=16$
$x>0$より，$x=4$

7 (1) 縦の長さを$x$cmとすると，$x(20-x)=84$
$x^2-20x+84=0$，$(x-6)(x-14)=0$

(2) もとの紙の縦の長さを$x$cmとすると，容器の縦…$x-8$(cm)，横…$x+3-8=x-5$(cm)
高さ…4cmだから，$(x-8)(x-5)\times4=720$
$(x-8)(x-5)=180$，$x^2-13x-140=0$
$(x+7)(x-20)=0$

8 $2000\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1-\frac{x}{10}\right)-2000=-180$，$x^2=9$

9 (1) $40t-5t^2=0$，$t(t-8)=0$

(2) $40t-5t^2=60$，$t^2-8t+12=0$，
$(t-2)(t-6)=0$

p.12 ●発展問題

10 (1) $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$ (2) $x=3$，-1
(3) $x=1$，7 (4) $x=\frac{3}{2}$，$y=\frac{1}{2}$
11 $b=1$，$c=-6$
12 1
13 $a=3$
14 23，24，25
15 $x=2$
16 $x=2$

解説

10 (1) 展開して整理すると，$x^2-x-3=0$

(2) 展開して整理すると，$x^2-2x-3=0$
または，$2x-3=X$とおき，$X^2+2X-15=0$を解くと，$X=3$，-5

(3) 両辺に12をかけて整理すると，$x^2-8x+7=0$

(4) 第2式を第1式に代入すると，
$x^2-(3x-4)^2=2$，$4x^2-12x+9=0$，
$(2x-3)^2=0$

11 方程式に，$x=-3$，2を代入すると，それぞれ，
$9-3b+c=0$，$4+2b+c=0$　これを解く。
または，$x=-3$，2を解とする2次方程式の1つは，$(x+3)(x-2)=0$と表されることを使う。

12 2つの解がa，bだから，次の等式が成り立つ。
$2a^2-4a-1=0$，$2b^2-4b-1=0$
それぞれから，$a^2-2a=\frac{1}{2}$，$b^2-2b=\frac{1}{2}$
この2式の和は1と等しい。

13 $2(a+2)+3=(a+2)^2+3-15$
$a>0$で解く。

14 連続する3つの正の整数を$x-1$，x，$x+1$とおくと，$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-480$
$x^2-4x-480=0$，$(x+20)(x-24)=0$
$x>0$より，$x=24$

15 4つの台形を辺が接するように並べると，縦$(24-x)$m，$(35-x)$mの長方形ができる。
$(24-x)(35-x)=726$，$x^2-59x+114=0$
$(x-2)(x-57)=0$，$0<x<24$より，$x=2$

16 定価a円のときb個売れたとすると，
$a\left(1-\frac{x}{10}\right)\times b\left(1+\frac{x+1}{10}\right)=ab\left(1+\frac{4}{100}\right)$
$x^2+x-6=0$，$(x+3)(x-2)=0$，$x>0$より，
$x=2$

p.13 ●挑戦問題

17 (1) $x=2$，$-\frac{4}{3}$ (2) $x=2$，$-\frac{1}{2}$
(3) $x=2+\sqrt{3}$，$-\frac{1}{2}+\sqrt{3}$
(4) $x=\frac{3}{2}$，$-\frac{4}{3}$
18 2
19 4秒後，$(4+2\sqrt{2})$秒後
20 (1) $\frac{3}{50}(200-x)$g (2) 20g
21 1時間30分

解説

17 (3) $x-\sqrt{3}=X$とおくと，$2X^2-3X-2=0$
(2)より，$X=2$，$-\frac{1}{2}$

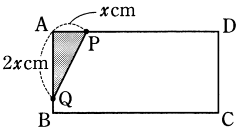
18 方程式に$x=\frac{1}{2}$，1を代入すると，それぞれ，
$a+2b+4c=0$…①，$a+b+c=0$…②
②より，$2a+b+c=a+(a+b+c)=a$
同様に，②より，$a+2b+c=b$，$a+b+2c=c$
①より，$a+2b+5c=c$，$a+3b+4c=b$
よって，与式$=\frac{abc}{c^2b}=\frac{a}{c}$
①−②×2より，$-a+2c=0$，$a=2c$
したがって，与式$=2$

19 x秒後の△APQの面積を$S\text{cm}^2$と表し，$S=8$となるxの値を求める。

① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき

$S=\frac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$

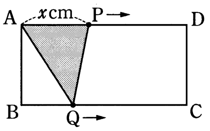
$S=8$，$0 \leqq x \leqq 2$ を満たす x の値はない。



② $2 \leqq x \leqq 6$ のとき

$S=\frac{1}{2}\times x\times 4=2x$

$S=8$ より，$x=4$



③ $6 \leqq x \leqq 8$ のとき

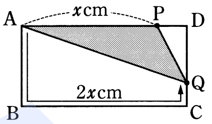
$DQ=4+8+4-2x$

$=16-2x$(cm)だから，

$S=\frac{1}{2}x(16-2x)$

$=8x-x^2$

$S=8$，$6 \leqq x \leqq 8$ より，$x=4+2\sqrt{2}$



④ $8 \leqq x \leqq 12$ のとき

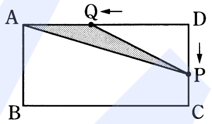
$AQ=24-2x$(cm)，

$DP=x-8$(cm)だから，

$S=\frac{1}{2}(24-2x)(x-8)$

$=-x^2+20x-96$

$S=8$，$8 \leqq x \leqq 12$ を満たす x の値はない。



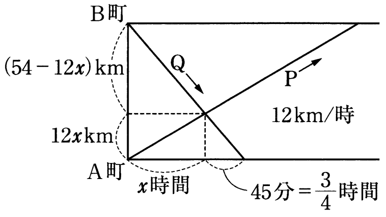
20 (1) $\frac{6}{100}(200-x)$g

(2) $\frac{3}{50}(200-x)\times\frac{200-x}{200}=200\times\frac{4.86}{100}$

$(200-x)^2=2^2\times 9^2\times 10^2=180^2$

$200-x>0$ より，$200-x=180$，$x=20$

21 すれ違うまでに x 時間かかったとする。



上の図から，Qの速さは，$12x\div\frac{3}{4}=16x$(km/時)

よって，$16x\times x=54-12x$，$8x^2+6x-27=0$

$(2x-3)(4x+9)=0$，$x>0$ より，$x=\frac{3}{2}$

❹ 1次関数

p.14～15 ●練習問題

1 (1) $y=-3x$ (2) $x=\frac{3}{2}$

(3) ① $y=\frac{2}{5}x$ ② $y=-\frac{4}{3}x$

③ $y=\frac{6}{x}$ ④ $y=-\frac{12}{x}$

2 (1) $y=\frac{2}{3}x+1$ (2) ① $y=\frac{1}{2}x+3$

② $y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$ ③ $y=-\frac{3}{2}x+5$

3 (1) x の増加量…8，y の増加量…-4

変化の割合…$-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{10}$

(3) ① $-2 \leqq y \leqq 8$ ② $-6<y<0$

4 (1) $P\left(\frac{4}{3},\ \frac{2}{3}\right)$ (2) $a=-2$

(3) $a=3$，$b=1$

5 (1) $y=-2x+9$ (2) $y=\frac{1}{2}x+4$

6 (1) ① $\triangle ADE=\frac{9}{2}$，$\triangle BDC=\frac{3}{2}$

② $y=\frac{2}{3}x$

(2) ① B(4，3) ② $a=\frac{7}{4}$

解説

3 (2) x の増加量…$5-2=3$

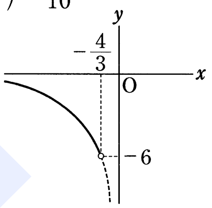
y の増加量…$-\frac{3}{5}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{10}$

(3) ②…$x=-\frac{4}{3}$ のとき，

$y=8\div\left(-\frac{4}{3}\right)=-6$

右のグラフから，

$-6<y<0$



4 (1) ℓ…$y=2x-2$，m…$y=-x+2$

2式を連立方程式として解く。

(2) 連立方程式 $y=x+3$，$y=\frac{3}{2}x+1$ を解くと，

$x=4$，$y=7$ これを $y=ax+15$ に代入する。

(3) $x=2$，$y=-1$ をそれぞれの式に代入する。

5 (1) $y=-2x+b$ に $x=2$，$y=5$ を代入し，$b=9$

(2) 傾きは，$-2\times a=-1$ より，$a=\frac{1}{2}$

6 (1) ① ℓ…$y=-\frac{2}{3}x+4$，m…$y=-2x+6$

$D\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$，E(3，0)と求められる。

$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times 3\times 3$，$\triangle BDC=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{2}$

② 線分ABの中点は(3，2)だから，$y=\frac{2}{3}x$

(2) ①…点Cは点Oを右へ1，上へ2移した点。

点Bは点Aを同様に移し，B(3＋1，1＋2)

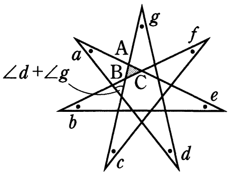
$\angle z+\angle f+\angle g=\angle 180^\circ$

上の等式をそれぞれの辺どうし加えると，

$\angle a+\angle b-\angle c+\angle d-\angle e+\angle f+\angle g=180^\circ$

18　(1)　5つある三角形のそれぞれで，2つの内角の和は，真ん中の五角形の1つの内角に等しい。五角形の内角の和は540°

(2)　図の△ABCの内角で考える。



$\angle a+\angle d+\angle g=\angle \mathrm{A}$

$\angle b+\angle e=\angle \mathrm{C}$

$\angle c+\angle f=\angle \mathrm{B}$

それぞれの辺どうしを加えると，

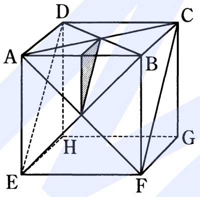
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}=180^\circ$

19　円柱から高さ4cmの2つの円錐を除き，2重に除いた，高さの和が4cmの2つの合同な小さい円錐（底面の半径は1cm）を加える。

$$\pi\times2^2\times4-\left(\frac{1}{3}\pi\times2^2\times4\right)\times2+\frac{1}{3}\pi\times1^2\times4$$

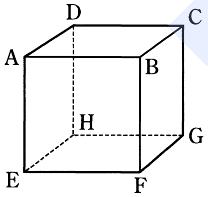
20　(1)　共通な部分は，図の斜線の直角二等辺三角形（等辺は3cm）を底面とし，高さの和が6cmの2つの三角錐を合わせたものとなる。



$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3^2\right)\times6=9(\mathrm{cm}^3)$$

(2)　$6^3-\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6^2\right)\times6\right\}\times2+9=153(\mathrm{cm}^3)$

21　右の立方体で考える。



(2)　直線ADは，面EFGH，面BFGCと平行だが，その2つの面は平行ではない。

(3)　直線AB，ADは面EFGHと平行だが，2つの直線は平行ではない。

(5)　面AEFB，面AEHDは面EFGHと垂直だが，2つの面は平行ではない。

22　(2)　①　Bを通る直線は，P，Q，S，T，Uのどれかを通る5本。C，D，E，F，についても同様で，全部で，5×5＝25（本）ある。

②　ARを含む平面上の直線を調べると，

面ABRU……BU（交わる）

面APRC……CP（交わる）

面AQRD……DQ（交わる）

面ARE………なし

面ARSF……FS（平行）

直線ARと交わる直線は3本，平行な直線は1本あり，他の直線はARと同じ平面上にない（平行でもない）から，ねじれの位置にある。

❻　三角形と四角形

p.26～27　**●練習問題**

1　(1)　△AMDと△EMCにおいて，

仮定から，MD＝MC

対頂角は等しいから，∠AMD＝∠EMC

AD//BEで錯角は等しいから，

∠ADM＝∠ECM

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△AMD≡△EMC

よって，AM＝EM　すなわち，点Mは線分AEの中点である。

(2)　△ADBと△AECにおいて，

正三角形の辺だから，

AB＝AC，AD＝AE

また，∠DAB＝60°＋∠EAB，

　　∠EAC＝60°＋∠EABより，

∠DAB＝∠EAC

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ADB≡△AEC

よって，DB＝EC

2　△BCEと△CDFにおいて，

仮定から，∠BEC＝∠CFD＝90°

正方形の辺だから，BC＝CD

また，∠BCE＝90°－∠FCD，

　　∠CDF＝180°－90°－∠FCD

　　　　＝90°－∠FCDより，

∠BCE＝∠CDF

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので，△BCE≡△CDF

よって，CE＝DF

3　∠EBF＝∠ABC－∠ABE　……①

∠ACBは△ECFの外角だから，

∠EFB＝∠ACB－∠FEC　……②

AB＝ACから，∠ABC＝∠ACB　……③

仮定から，∠ABE＝∠FEC　……④

①，②，③，④より，∠EBF＝∠EFB

2つの角が等しいので，△EBFは，EB＝EFの二等辺三角形である。

4　(1)　△ABCと△EADにおいて，

仮定から，AB＝EA　……①

平行四辺形の対辺だから，BC＝AD　…②

また，AB＝AEから，

∠ABC＝∠AEB　……③

BC//ADで錯角は等しいから，

∠AEB＝∠EAD　……④

③，④より，∠ABC＝∠EAD　……⑤

①，②，⑤より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABC≡△EAD

(2)　△ABE と△FDA において，平行四辺形の対辺だから，AB＝DC
正三角形の辺だから，DC＝FD
よって，AB＝FD　……①
同様にして，BE＝DA　……②
また，∠ABE＝∠ABC－60°
∠FDA＝∠CDA－60°
平行四辺形の対角だから，
∠ABC＝∠CDA
よって，∠ABE＝∠FDA　……③
①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABE≡△FDA
よって，AE＝AF

(3)　△FBE と△FDC において，
折り返したものだから，
BE＝BA，∠E＝∠A
平行四辺形の対辺，対角だから，
AB＝DC，∠A＝∠C
よって，BE＝DC……①，∠E＝∠C…②
また，∠BFE＝∠DFC（対頂角）と②より，
∠FBE＝∠FDC　……③
①，②，③より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△FBE≡△FDC

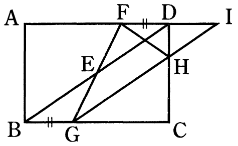
5　(1)　AB//DC より，AK//MC
AB＝DC より，AK＝MC
よって，四角形 AKCM は，1組の対辺が平行で長さが等しいから，平行四辺形であり，AM//KC，PS//QR　……①
同様に，四角形 NBLD は平行四辺形であり，PQ//SR　……②
①，②より，四角形 PQRS は，2組の対辺がそれぞれ平行なので，平行四辺形である。

(2)　△OAP と△OCR において，
O は対角線の交点だから，OA＝OC
∠AOP＝∠COR（対頂角）
∠OAP＝∠OCR（錯角）
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△OAP≡△OCR　よって，OP＝OR
同様に，△OBQ≡△ODS，OQ＝OS
よって，四角形 PQRS は，対角線がそれぞれの中点で交わるので，平行四辺形である。

p.28　**●発展問題**

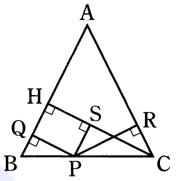
6　(1)　45°
(2)　△AEF と△CEB において，
∠AEF＝∠CEB（＝90°）
△AEC，△FEB はそれぞれ直角二等辺三角形だから，AE＝CE，EF＝EB
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△AEF≡△CEB　よって，AF＝CB

7　(1)　△EBG と△EDF において，
仮定から，EB＝ED
対頂角は等しいから，∠BEG＝∠DEF
AD//BC で錯角は等しいから，
∠EBG＝∠EDF
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△EBG≡△EDF
よって，BG＝DF



(2)　AD，GH を延長し，その交点を I とする。
四角形 DBGI は平行四辺形だから，BD＝GI…①，BG＝DI…②
△DIH と△DFH において，
(1)と②から，DI＝DF
DH は共通，∠IDH＝∠FDH（＝90°）
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△DHI≡△DHF，IH＝FH　……③
よって，①，②，③より
FH＋GH＝IH＋GH＝GI＝BD

8　点 P から CH へ垂線 PS をひく。
四角形 PSHQ は長方形で，PQ＝SH　…①
△SPC と△RCP において，
∠PSC＝∠CRP＝90°，PC＝CP（共通）



また，AB//SP より，
∠ABC＝∠SPC
AB＝AC より，
∠ABC＝∠ACB だから，
∠SPC＝∠RCP
よって，直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので，
△SPC≡△RCP
よって，CS＝PR　……②
①，②より，PQ＋PR＝SH＋CS＝CH

9　(1)　△BAE と△DFA において，
平行四辺形の対辺だから，BA＝CD
直角二等辺三角形の辺だから，CD＝DF
よって，BA＝DF　……①
同様に，BE＝DA　……②
また，∠ABE＝360°－90°－∠ABC　…③
∠FDA＝360°－90°－∠CDA　…④
平行四辺形の対角だから，
∠ABC＝∠CDA　……⑤
③，④，⑤より，∠ABE＝∠FDA……⑥
①，②，⑥より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△BAE≡△DFA
(2)　90°

解説

6　(1)　△ABD は直角二等辺三角形，したがって，

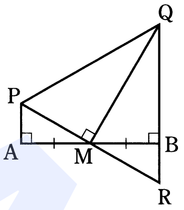
△FEB も直角二等辺三角形になる。

9 (2) (1)より，$\angle BEA = \angle DAF$ だから，
$\angle EAF = \angle EAB + \angle BAD + \angle DAF$
$= \angle BAD + (\angle EAB + \angle BEA)$
$= (180^\circ - \angle ABC) + (180^\circ - \angle ABE)$
$= 360^\circ - \angle ABC - \angle ABE = \angle EBC = 90^\circ$

p.29 ●挑戦問題

10 120

11 (1) PM，QB を延長し，その交点を R とする。
△PAM と△RBM において，仮定から，
$\angle PAM = \angle RBM$
$AM = BM$ また，
$\angle AMP = \angle BMR$
（対頂角）1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
$\triangle PAM \equiv \triangle RBM$ したがって，
$PM = RM$ ……①， $PA = RB$ ……②
①より，QM は線分 PR の垂直二等分線だから，$PQ = RQ$ ……③
よって，$\angle QPM = \angle QRM$
また，$\angle APM = \angle QRM$（錯角）だから，
$\angle APM = \angle QPM$

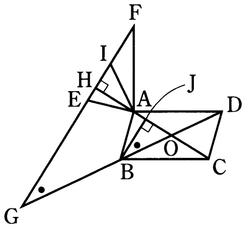


(2) ②，③より，
$PQ = RQ = RB + QB = PA + QB$

12 (1) △ABC と△EAF において，
仮定から $AB = EA$，$BC = AD = AF$
$AD /\!/ BC$ から，$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAD$
また，$\angle EAF = 360^\circ - 90^\circ \times 2 - \angle BAD$
$= 180^\circ - \angle BAD$
だから，$\angle ABC = \angle EAF$
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
$\triangle ABC \equiv \triangle EAF$

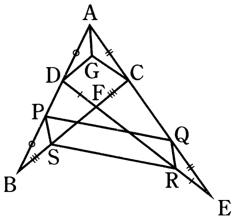
(2) △AEH において，
(1)より，$\angle AEH = \angle BAC$
$\angle EAH = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAC$
$= 90^\circ - \angle BAC$ だから，
$\angle AHE = 180^\circ - \angle AEH - \angle EAH$
$= 180^\circ - \angle BAC - (90^\circ - \angle BAC) = 90^\circ$
よって，$AH \perp EF$

(3) AC と BD の交点を O とし，B から CH へ垂線 BJ をひく。
$GF /\!/ BJ$ より，
$\angle BGE = \angle JBO$ …①
△ABC ≡ △EAF で，点 O，I はそれぞれ AC，EF の中点だから，
$\triangle ABO \equiv \triangle EAI$
したがって，垂線 BJ，AH について，
$\angle JBO = \angle HAI$ ……②
①，②より，$\angle BGE = \angle HAI$



13 (1) (ア) PSRQ，(イ) 平行四辺
(ウ) $PS /\!/ QR$，(エ) $PS = QR$

(2) D を通り FC に平行な直線，C を通り FD に平行な直線をひき，その交点を G とすると，四角形 DFCG は平行四辺形である。また，A と G を結ぶ。



△ADG と△PBS において，
仮定から，$AD = PB$，$DG = FC = BS$
$DG /\!/ BC$ から，$\angle ADG = \angle PBS$
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
$\triangle ADG \equiv \triangle PBS$
よって，$AG = PS$ ……①
$\angle DAG = \angle BPS$ より，$AG /\!/ PS$ …②
同様に，$\triangle ACG \equiv \triangle QER$ より，
$AG = QR$ ……③，$AG /\!/ QR$ ……④
したがって，①と③，②と④から
$PS = QR$，$PS /\!/ QR$

解説

10 $\triangle APC \equiv \triangle ABQ$（$AP = AB$，$AC = AQ$，$\angle PAC = 60^\circ + \angle BAC = \angle BAQ$）より，
$\angle APR = \angle ABR$
よって，$\angle PRQ = \angle BPR + \angle PBR$
$= (60^\circ - \angle APR) + (60^\circ + \angle ABR)$
$= 120^\circ - \angle APR + \angle ABR = 120^\circ$

⑦ 円周角とその利用

p.30〜31 ●練習問題

1 (1) $\angle x = 45^\circ$，$\angle y = 90^\circ$
(2) $\angle x = 50^\circ$，$\angle y = 130^\circ$
(3) $\angle x = 35^\circ$，$\angle y = 27^\circ$
(4) $\angle x = 124^\circ$，$\angle y = 62^\circ$
(5) $\angle x = 43^\circ$，$\angle y = 47^\circ$
(6) $\angle x = 50^\circ$，$\angle y = 82^\circ$

2 (1) 弦 AD をひくと，$AB /\!/ CD$ より，錯角は等しいから，$\angle ADC = \angle BAD$
等しい円周角に対する弧は等しいから，
$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$
(2) $\angle ADB = 36^\circ$，$\angle ACD = 72^\circ$
$\angle DHC = 72^\circ$
(3) $\angle x = 28^\circ$

3 (1) A と F と C と E，B と C と F と D

⑩ 相似(1)

p.44～45 ●練習問題

1 △ABDと△CBAにおいて，
共通の角より，∠ABD＝∠CBA ……①
仮定より，∠BAD＝∠BCA ……②
2組の角がそれぞれ等しいので，△ABD∽△CBA

2 △EBFと△FCGにおいて，
∠EBF＝∠FCG＝90° ……①
∠EFB＝∠FGC＝90°－∠GFC ……②
2組の角がそれぞれ等しいので，△EBF∽△FCG

3 (1) $x=10$ (2) $x=5$
(3) $x=15$ (4) $x=6$

4 (1) $\frac{6}{5}$cm (2) 17：8

5 (1) 1cm (2) 11：1 (3) 16：11

6 (1) △DBE
(2) △ACEと△DBEにおいて，$\overset{\frown}{\mathrm{CB}}$に対する円周角より，∠CAE＝∠BDE ……①
対頂角より∠AEC＝∠DEB ……②
2組の角がそれぞれ等しいので，
△ACE∽△DBE

7 (1) 7cm (2) $\frac{20}{3}$cm (3) 8cm

8 (1) A(−1，1)，B(3，9)
(2) 1：3

解説

4 (1) △ABC∽△DECが成り立つので，AB：DE＝AC：DC，3：DE＝5：2，DE＝$\frac{6}{5}$(cm)
(2) AC：DC＝BC：ECより，5：2＝4：EC，EC＝$\frac{8}{5}$ よって，
AE：EC＝$\left(5-\frac{8}{5}\right):\frac{8}{5}=\frac{17}{5}:\frac{8}{5}=17:8$

5 (1) 仮定より∠DBA＝∠EDC，二等辺三角形ABCの底角より∠BAD＝∠DCEだから，△ABD∽△CDE よって，AB：CD＝AD：CE，12：(8－2)＝2：CE，CE＝1(cm)
(2) △DBEと△DECは高さが等しいので，面積の比は底辺の比に等しい。よって，△DBE：△DEC＝BE：EC＝(12－1)：1＝11：1
(3) BE：BC＝11：12，CD：CA＝3：4より，
△DBE＝$\frac{11}{12}$△DBC＝$\frac{11}{12}\times\frac{3}{4}$△ABC
＝$\frac{11}{16}$△ABC よって，1：$\frac{11}{16}$＝16：11

7 (1) ∠BAE＝∠DAC(共通の角)，∠AEB＝∠ACD($\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$に対する円周角)より，△ABE∽△ADC よって，DE＝$x$cmとすると，AB：AD＝AE：AC，6：5＝(5＋x)：(6＋4)，$x=7$(cm)
(2) △ABE∽△ADCより，AB：AD＝BE：DC，6：5＝8：DC，DC＝$\frac{20}{3}$(cm)
(3) ∠BAD＝∠EAC(共通の角)，∠ABD＝∠AEC(内接四角形BDECの角)より，△ABD∽△AEC よって，AD：AC＝BD：EC，5：10＝4：EC，EC＝8(cm)

8 (1) $x^2=2x+3$を解くと$x=-1$，3だから，A(−1，1)，B(3，9)
(2) AC：CB＝(Aのx座標の絶対値)：(Bのx座標)＝1：3

p.46 ●発展問題

9 △ABHと△CAHにおいて，
∠AHB＝∠CHA＝90° ……①
∠ABH＝∠CAH＝90°－∠BAH ……②
2組の角がそれぞれ等しいので，△ABH∽△CAH
よって，AH：CH＝BH：AH
これより，AH^2＝BH×CH

10 $x=4.2$

11 $\frac{24}{7}$cm

12 (1) 5 (2) 1：2 (3) 5：3

13 (1) B($-3t$，$9t^2$) (2) $t=1$
(3) $k=12$

解説

10 △ABC∽△ACDより，AB：AC＝BC：CD，5：3＝7：x，$x=4.2$

11 △ADF，△FECは△ABCと相似で，3辺の比は6：8：10＝3：4：5 よって，
DF＝FE＝$x$cmとおくと，EC＝$\frac{4}{3}x$cm
よって，$x+\frac{4}{3}x=8$，$x=\frac{24}{7}$(cm)

12 (1) ∠DPA＝∠BPC(共通)，∠PDA＝∠PBC(内接四角形の角の性質)より，△APD∽△CPB よって，PA：PC＝PD：PB PD＝xとおくと，4：(x＋3)＝x：(4＋6)，40＝$x(x+3)$，$x^2+3x-40=0$，$x=-8$，5で，$x>0$より，$x=5$
(2) AD：CB＝AP：CP＝4：(5＋3)
(3) △POD：△DOC＝PD：DC＝5：3

13 (1) AC：CB＝4：3より，AとBのx座標の絶対値の比は4：3であり，Bのx座標は負。よって，Bのx座標は$-3t$
(2) A($4t$，$16t^2$) 直線ABの傾きは1だから，

$\frac{16t^2-9t^2}{4t-(-3t)}=1$，$\frac{7t^2}{7t}=1$，$t=1$

（3） A(4，16)を $y=x+k$ に代入する。

p.47 ●挑戦問題

14 （1） △ABEと△BCDにおいて，
∠ABE＝∠BCD＝90°……① 仮定より $AB^2=BE\times BC$ これを書きなおすと，AB：BC＝BE：AB ここでAB＝CDだから，AB：BC＝BE：CD…②
①，②より，2組の辺の比が等しく，その間の角が等しいので，△ABE∽△BCD
よって，∠BAE＝∠CBD ……③
一方，∠ABF＋∠CBD＝90° ……④
③，④より，∠ABF＋∠BAE＝90°
△ABFの外角より，
∠BFE＝∠ABF＋∠BAE＝90°

（2） △AFGと△DFCにおいて，
∠FAG＝∠FDC＝90°－∠ADF……①
△ABF∽△DAFより，AF：DF＝AB：DA……② △AGE∽△DCBより，AG：DC＝GE：CB ……③
②と③で，長方形のたてと横の辺の比より，AB：DA＝GE：CBだから，AF：DF＝AG：DC ……④
①，④より，2組の辺の比が等しく，その間の角が等しいので，△AFG∽△DFC
よって，∠AFG＝∠DFCだから，
∠GFC＝∠GFD＋∠DFC
＝∠GFD＋∠AFG＝∠AFD＝90°

15 $\frac{3}{4}a$

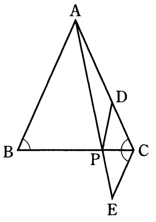
16 （1） △ACHと△CBHにおいて，
∠AHC＝∠CHB＝90°……① 直径ABに対する円周角より∠ACB＝90°だから，
∠ACH＝∠CBH＝90°－∠HCB …②
①，②より，2組の角がそれぞれ等しいので，△ACH∽△CBH

（2） $2\sqrt{2}$cm

17 （1） 3倍 （2） $\frac{16}{9}$倍，DE＝3cm

解説

15 点DをBCについて折り返した点をEとすると，AP＋PDが最小となるのは，AEとBCの交点がPのときである。
このとき，∠ABC＝∠ACB＝∠BCEより，錯角が等しいので，AB//EC よって，△ABP∽△ECPより，BP：CP＝AB：EC＝(2＋1)：1＝3：1，BP＝$\frac{3}{3+1}$BC＝$\frac{3}{4}a$



16 （2） △ACH∽△CBHより，AH：CH＝CH：BH，$CH^2=AH\times BH=8\times 1=8$，$CH=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (cm)

17 （1） DE＝$a$cmとする。△AED∽△BECより，DE：CE＝AD：BC，a：CE＝6：12，CE＝$2a$ △ABE∽△DCEより，BE：CE＝AB：DC，BE：$2a$＝9：6，BE＝$3a$ よって，3倍。

（2） $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$より∠ABE＝∠DBC，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角より∠BAE＝∠BDC よって，△ABE∽△DBCが成り立つから，AB：DB＝BE：BC，9：$(3a+a)=3a$：12，$12a^2=12\times 9$，$a>0$より$a=3$(cm)

⓫ 相似(2)

p.48～49 ●練習問題

1 （1） $x=15$ （2） $x=15$
2 （1） $x=\frac{24}{5}$ （2） $x=8$
3 （1） 5：8 （2） 25：79
4 （1） 1：1 （2） 2：5
5 （1） 1：2 （2） 1：3
6 Cを通りADに平行な直線をひき，BAの延長との交点をEとすると，BA：AE＝BD：DC…① また，∠AEC＝∠BAD(同位角)，∠ACE＝∠DAC(錯角)で，仮定より∠BAD＝∠DACだから，∠AEC＝∠ACE よって，△ACEは二等辺三角形だから，AE＝AC…② ①と②より，AB：AC＝BD：DC
7 （1） 2：3 （2） 2：1
8 （1） 1：2 （2） 6cm^3

解説

1 （1） 12：9＝(12＋8)：x，$x=15$
（2） 5：$(x-5)$＝6：12，$x=15$

2 （1） 5：4＝6：x，$x=\frac{24}{5}$
（2） 9：6＝$(20-x)$：x，$9x=6(20-x)$，$x=8$

3 （1） △AFE∽△CFBより，
AF：FC＝AE：CB＝5：8
（2） AE：AD＝5：8，AF：AC＝5：(5＋8)＝5：13より，△AFE＝$\frac{5}{8}$△AFD＝$\frac{5}{8}\times\frac{5}{13}$△ACD＝$\frac{25}{104}$△ACD よって，△AFE：