数学の完成　図形編

本書の構成と使い方

本書は，中学数学内容の図形問題対策用に編集されたテキストです。

本書の講座数は12講座で，各講座は「基本演習」と「応用演習」の２段階構成（第12講座は総合問題で構成）になっています。問題のレベルは基本から標準までにおさえ，解法に高度なテクニックを要するものや難問に属するものはさけましたが，各講座の最後に「チャレンジ問題」として，やや発展的な内容の問題を１題取り上げました。

◇　目　　次　◇

1 平面図形

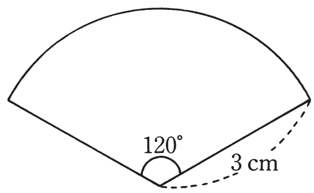
- おうぎ形
- 平行線と角
- 三角形，多角形と角
- 作図

基本演習

1 **［おうぎ形］** 次の問いに答えよ。

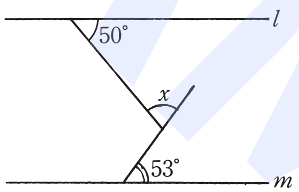
(1) 半径 3 cm，中心角 240° のおうぎ形の弧の長さを求めよ。

(2) 右の図のおうぎ形の面積を求めよ。

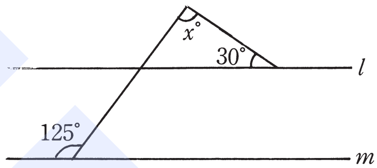


2 **［平行線と角］** 次の図で，$l /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

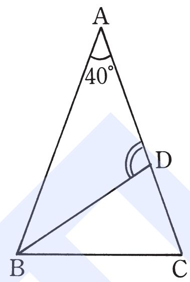
(1)



(2)

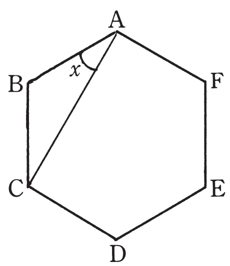


3 **［三角形と角］** 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，D は辺 AC 上の点で，∠ABD＝∠DBC である。∠DAB＝40°のとき，∠ADB の大きさは何度か。

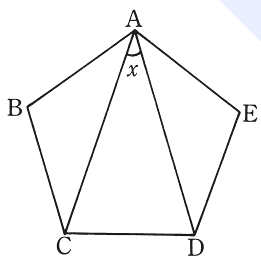


4 **［多角形の角］** 次の正六角形と正五角形において，$\angle x$ の大きさを求めよ。

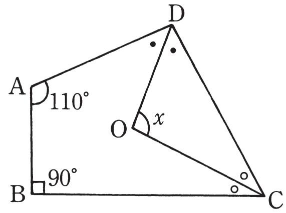
(1)



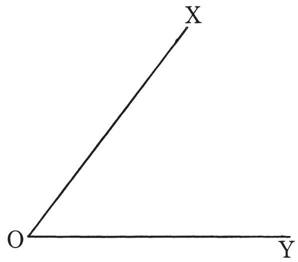
(2)



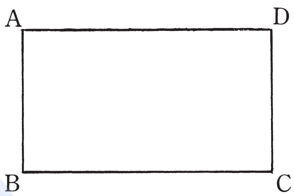
5［**角の二等分線**］　右の図の四角形 ABCD で，点 O は ∠C，∠D の二等分線の交点である。このとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



6［**角の二等分線の作図**］　右の図の ∠XOY の二等分線を，定規（定木）とコンパスを使って作図せよ。なお，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

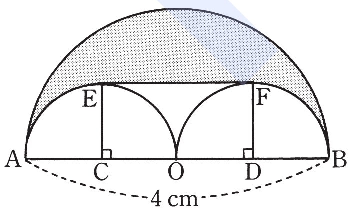


7［**折り目の作図**］　右の図のように，長方形 ABCD の形をした折り紙がある。今，頂点 A と頂点 C が重なるように折り曲げたとき，この折り紙にできる折り目の線分を定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，折り目の線分はその両端に E，F をつけて示せ。また，作図に用いた補助線は消さないこと。



8［**作図**］　右の図のように，2 点 A，B と直線 l がある。直線 l 上に点 P をとって，AP＝BP となるようにしたい。点 P を定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

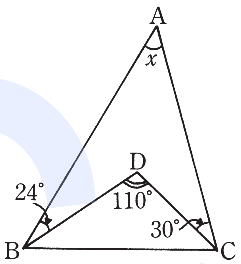
9［**円の面積**］　右の図のように，長さ 4 cm の線分 AB を直径とする半円 O，OA を直径とする半円 C 及び OB を直径とする半円 D がある。半円 C，D の中心を通り，直線 AB に垂直な線をひき，それぞれの半円との交点を E，F とし，E と F を結ぶ。このとき，影をつけた部分の面積を求めよ。



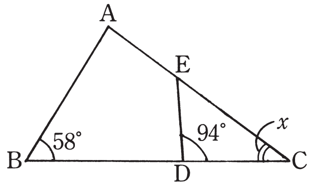
応用演習

10 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)

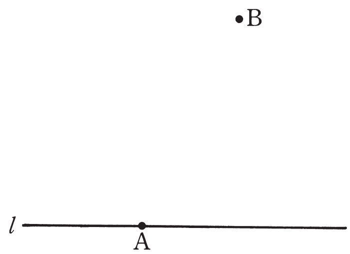


(2)

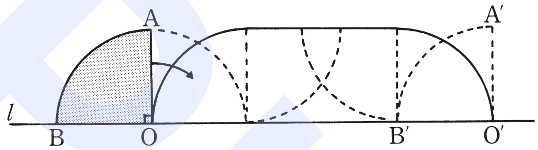


（ＡＢ＝ＤＢ，ＡＥ＝ＤＥ）

11 右の図のように直線 l と l 上の点 A，l 上にない点 B があたえられている。点 A において直線 l に接し，点 B を通る円の中心 O を，定規とコンパスを使って作図せよ。なお，作図に用いた線も残しておくこと。



12 半径 4 cm，中心角 90°のおうぎ形 OAB が，図に示すように直線 l 上をころがり，1 回転して，おうぎ形 O′A′B′ の位置で止まった。図の太線は，点 O が動いたあとの線である。このとき，次の問いに答えよ。

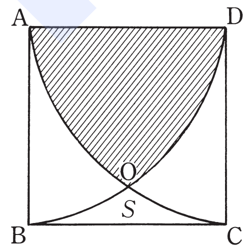


(1)　点 O が動いたあとの線の長さを求めよ。

(2)　点 O が動いたあとの線と直線 l で囲まれた図形の面積を求めよ。

◆チャレンジ問題◆◆

13 1 辺 a cm の正方形 ABCD の内部に頂点 A，D それぞれを中心とする半径 a cm の円弧をかき，その交点を O とする。$\angle$ABO の大きさを求めよ。また，弧 $\overset{\frown}{BO}$，$\overset{\frown}{CO}$ および辺 BC で囲まれた部分の面積を S cm² とするとき，斜線部分の面積を S と a で表せ。

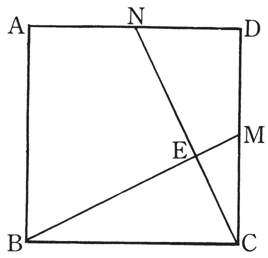


5 相似な図形(2)

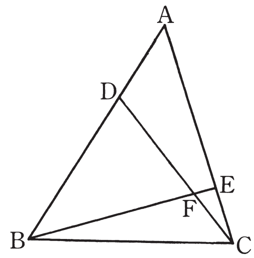
- 相似と線分比の利用
- 線分比と面積比
- 角の二等分線と線分比

基本演習

60 **[線分比]** 右の図で四角形 ABCD は正方形で, M, N はそれぞれ辺 CD, DA の中点である。また, E は BM と CN との交点である。このとき, 線分の長さの比 BE：EM を求めよ。



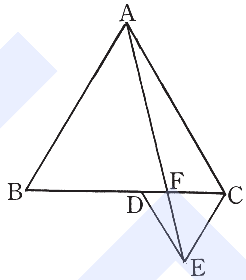
61 **[線分比の移動]** 右の図のように, △ABC があり, 点 D, E はそれぞれ辺 AB, AC 上の点で AD：DB＝1：2, AE：EC＝3：1 である。点 F は線分 BE と線分 CD との交点である。BE＝12 cm であるとき, 線分 FE の長さは何 cm か。



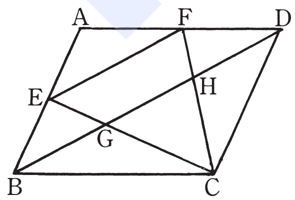
62 **[線分比と面積比]** 右の図のように, 1 辺 6 cm の正三角形 ABC と 1 辺 2 cm の正三角形 CDE がある。ただし, 頂点 D は辺 BC 上にある。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 頂点 A, E を結ぶ線分と辺 BC との交点を F とするとき, DF：FC を最も簡単な整数の比で答えよ。

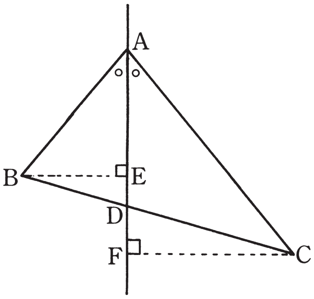
(2) △ABC の面積は △AFC の面積の何倍か。



63 **[重心の利用]** 右の図で, 四角形 ABCD は平行四辺形で, E, F はそれぞれ AB, AD の中点である。BD とCE の交点を G, BD と CF の交点を H とするとき, 四角形 EGHF の面積は, △ABD の面積の何倍か。



64［角の二等分線と線分比①］　次は「右の図の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，AB：AC＝BD：CD である。」ことを証明したものである。その証明を完成しなさい。



〔証明〕　頂点 B，C から ∠A の二等分線に垂線をひき，その交点をそれぞれ E，F とする。

△ABE と △ACF で

仮定から，∠BAE＝∠CAF　　また，∠AEB＝∠$\boxed{\text{ア}}$

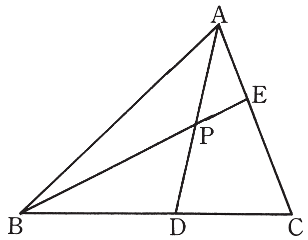
2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABE∽△ACF

したがって，AB：AC＝$\boxed{\text{イ}}$　　……①

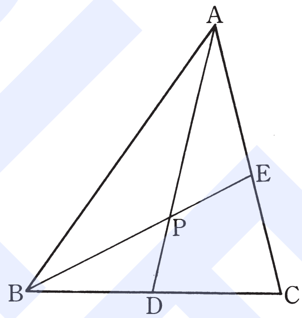
同様に，△BDE∽△$\boxed{\text{ウ}}$だから，$\boxed{\text{イ}}$＝BD：CD　　……②

①，②から　AB：AC＝BD：CD

65［角の二等分線と線分比②］　右の図のように，△ABC の∠BAC の二等分線と辺 BC の交点を D とし，辺 AC 上に 2：3 となる点 E をとり，AD と BE の交点を P とする。AB＝8 cm，AC＝6 cm とするとき，BP：PE を最も簡単な整数の比で答えよ。



66［角の二等分線と線分比③］　右の図のように，△ABC で，中線 AD と ∠ABC の二等分線 BE との交点を P とする。$\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{4}{3}$ であるとき，次の問いに答えよ。



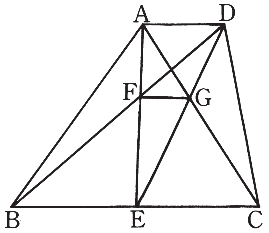
(1)　△ABD の面積は，△BCE の面積の何倍になるか，求めよ。

(2)　△ABC で，直線 BE が ∠ABC の二等分線であるときは，$\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{AE}{EC}$ が成り立つ。このことを用いて，$\dfrac{AP}{PD}$ の値を求めよ。

(3)　BP＝10 cm のとき，PE の長さはいくらになるか，図に適当な直線を補って求めよ。

応用演習

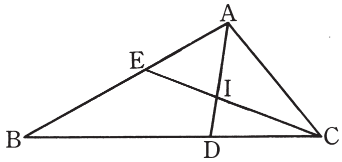
67 右の図で，四角形 ABCD は，AD∥BC の台形である。E は辺 BC の中点，F，G はそれぞれ AE と DB，AC と DE の交点である。AD＝2 cm，BC＝6 cm のとき，次の問いに答えよ。



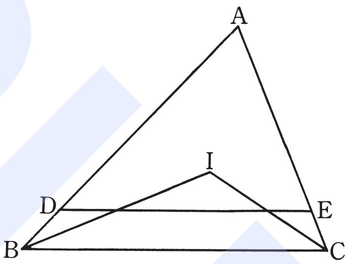
(1)　線分 FG の長さは何 cm か。

(2)　台形 AECD の面積は台形 ABCD の面積の何倍か。

68 AB＝8 cm，BC＝9 cm，CA＝4 cm の △ABC がある。AD，CE はそれぞれ ∠A，∠Cの二等分線で，その交点を I とする。△ABC の面積を S とするとき，△ACI の面積を S を用いて表せ。



69 右の図は，BC＝a cm，CA＝b cm，AB＝c cm の三角形である。△ABC の内接円の中心を I とし，BI，CI の中点を通る直線が辺 AB, AC と交わる点をそれぞれ D, E とするとき，△ADE の周の長さを a，b，c を用いた式で表せ。

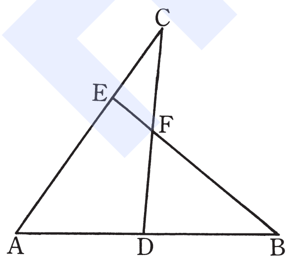


◆チャレンジ問題◆◆

70 右の図で，AE：EC＝2：1，AD：DB＝1：1 とする。次の比の値を求めよ。

(1)　$\dfrac{\mathrm{FD}}{\mathrm{CF}}$

(2)　$\dfrac{\mathrm{FE}}{\mathrm{BF}}$

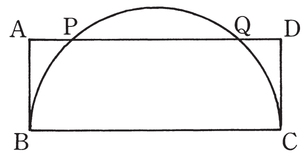


9 三平方の定理と円

- 弦の長さ
- 三角形，四角形と内接円
- 三角形の外接円

基本演習

120 **［弦の長さ①］** AB＝3 cm，BC＝8 cm の長方形 ABCD がある。右の図のように，BC を直径とする半円をかき，その弧と辺 AD の交点を P，Q とする。このとき，線分 PQ の長さを求めよ。



121 **［弦の長さ②］** 円柱が水に浮かんでおり，図 I のようにその一部分が水面上に出ている。円柱の 2 つの底面の水面上に出ている部分は，いずれも図 II のような弓形になっている。弓形の弦 AB の中点を M，M から AB にひいた垂線と弓形の弧との交点を P として，AB，PM の長さを測ったら，AB＝40cm，PM＝8cm であった。このとき，この円柱の底面の直径を求めよ。

図 I

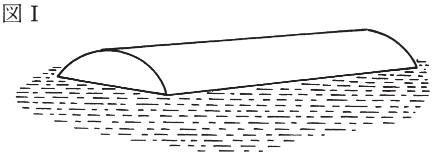
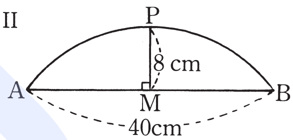
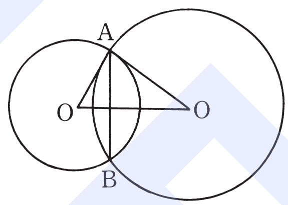


図 II

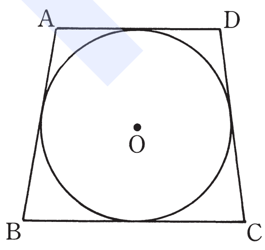


122 **［共通弦の長さ］** 右の図のように，半径 7 cm，11 cm の 2 つの円 O，O′ が 2 点 A，B で交わっている。線分 OO′ の長さが 12 cm であるとき，弦 AB の長さを求めよ。



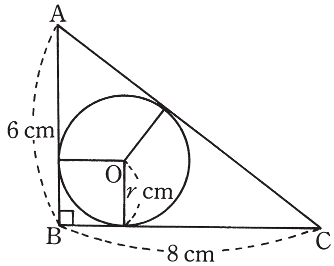
123 **［台形と内接円］** 右の図のように，四角形 ABCD は円 O に外接し，AD∥BC，AB＝DC の台形で，AD＝6cm，BC＝8cm である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 辺 AB の長さを求めよ。



(2) 台形 ABCD の高さを求めよ。

124 **［直角三角形と内接円］**　右の図の △ABC において, AB＝6 cm, BC＝8 cm, ∠ABC＝90° である。次の問いに答えよ。



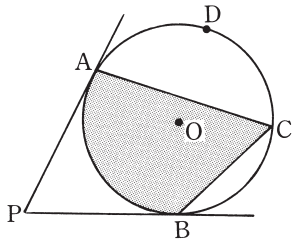
(1)　△ABC の面積を求めよ。

(2)　△ABC の内接円の中心を O とするとき,

△ABC＝△OAB＋△OBC＋△OCA

であることを利用して, △ABC の内接円の半径 r を求めよ。

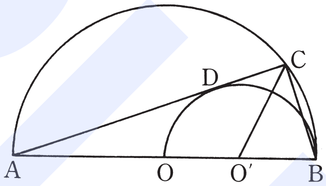
125 **［面積の最大値］**　右の図において, 点 A, B, C, D は半径 6 cm の円 O の円周上の点で, 点 P は A, B における接線の交点である。次の問いに答えよ。



(1)　∠APB＝x°, ∠ACB＝y° とするとき, x と y の関係を式で表せ。

(2)　∠APB＝60° で, 点 C が弧 $\overset{\frown}{\mathrm{ADB}}$ 上を動くとき, 影をつけた部分の面積の最大値を求めよ。

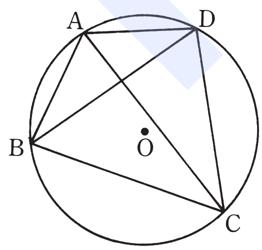
126 **［接線の長さ，相似］**　右の図で, C は AB を直径とする半円 O の周上の点で, 弦 AC は点 D で OB を直径とする半円 O′ に接している。OA＝6cm のとき, 次の問いに答えよ。



(1)　線分 AD の長さは何 cm か。

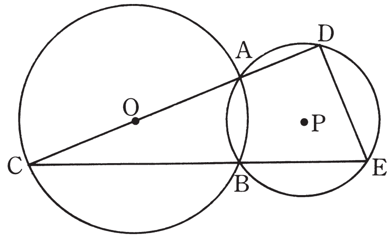
(2)　△CO′B の面積は何 cm² か。

127 **［三角形と外接円］**　右の図で, 四角形 ABCD は円 O に内接し, ∠BAD＝120°, ∠ACD＝30°, BD＝6cm である。△ABD の面積を求めよ。



応用演習

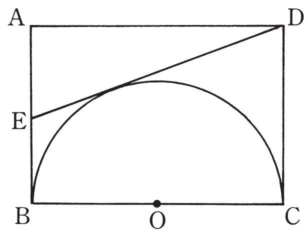
128　右の図で，半径 3 cm の円 O と半径 2 cm の円 P は 2 点 A，B で交わっている。また，中心 O と A を結ぶ直線と円 O，円 P と交わる点がそれぞれ C，D であり，CB の延長が円 P と交わる点が E である。このとき，次の問いに答えよ。



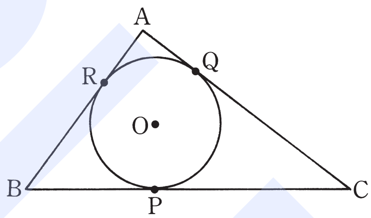
(1)　$\angle$BED＝69° のとき，$\angle$ACB は何度か。

(2)　2 点 A，B を結ぶ線分 AB の長さが 2 cm のとき，CE の長さはいくらか。

129　右の図で，四角形 ABCD は長方形で，E は辺 AB の中点である。直線 DE が辺 BC を直径とする半円 O に接するとき，$\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$ の値を求めよ。



130　$\angle$A＝90° の直角三角形 ABC で，AB＜AC，BC＝17cm とする。半径 3 cm の円 O が 3 辺 BC，CA，AB とそれぞれ点 P，Q，R で接している。次の問いに答えよ。

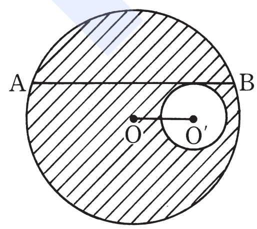


(1)　BR＝$x$cm とするとき，CQ の長さを x の 1 次式で表せ。

(2)　直角をはさむ 2 辺 AB，AC の長さを求めよ。

◆チャレンジ問題◆◆

131　右の図のような 2 つの円 O，O′ がある。円 O の弦 AB は円 O′ に接している。AB＝10cm，AB∥OO′ であるとき，斜線部分の面積を求めよ。



数学の完成　図形編　〈解答と解説〉

1　平面図形
（1～3ページ）

1 (1)　$2\pi\times3\times\frac{240}{360}=4\pi$　　答　4π cm

(2)　$\pi\times3^2\times\frac{120}{360}=3\pi$　　答　3π cm²

2 (1)　$\angle x=180^\circ-(50^\circ+53^\circ)=77^\circ$　　答　77°

(2)　$\angle x=125^\circ-30^\circ=95^\circ$　　答　95°

3　$\angle \mathrm{ABD}=(180^\circ-40^\circ)\div2\div2=35^\circ$

$\angle \mathrm{ADB}=180^\circ-(40^\circ+35^\circ)=105^\circ$　　答　105°

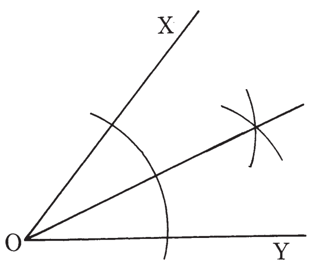
4 (1)　$\angle \mathrm{CBA}=180^\circ(6-2)\div6=120^\circ$ で，BA＝BC から，$\angle x=(180^\circ-120^\circ)\div2=30^\circ$　　答　30°

(2)　$\angle \mathrm{BAE}=180^\circ(5-2)\div5=108^\circ$ で，$\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{EAD}=(180^\circ-108^\circ)\div2=36^\circ$ より，

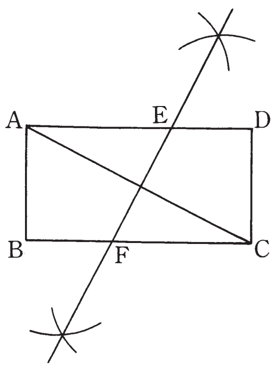
$\angle x=108^\circ-36^\circ\times2=36^\circ$　　答　36°

5　●を a，○を b とすると，$2a+2b=160^\circ$ から，$a+b=80^\circ$。$\angle x=180^\circ-80^\circ=100^\circ$　　答　100°

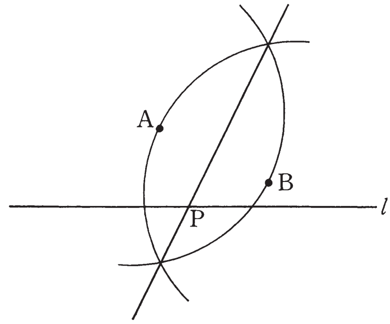
6　下図。O を中心とする適当な半径の円をかき，辺 OX，OY との交点をそれぞれ中心とする半径が等しい円の交点と O を結ぶ。



7　下図。対角線 AC の垂直二等分線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ E，F とする。



8　下図。2 点 A, B をそれぞれ中心とする半径が等しい 2 円の交点を結ぶ直線と直線 l との交点が P である。



9　半径 2 cm の半円から，半径 1 cm の半円とたて 1 cm，横 2 cm の長方形をひく。

$\pi\times2^2\div2-(\pi\times1^2\div2+1\times2)=\frac{3}{2}\pi-2$

答　$\left(\frac{3}{2}\pi-2\right)$ cm²

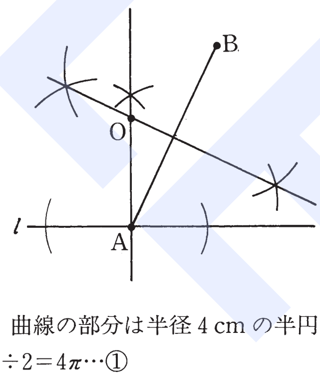
10 (1)　BD の延長と AC との交点を E とすると，$\angle \mathrm{BEC}=110^\circ-30^\circ=80^\circ$ より，

$\angle x=80^\circ-24^\circ=56^\circ$　　答　56°

(2)　二等辺三角形 ABD で，$\angle \mathrm{BDA}=(180^\circ-58^\circ)\div2=61^\circ$。$\angle \mathrm{ADE}=180^\circ-(94^\circ+61^\circ)=25^\circ$

$x+94^\circ=180^\circ-25^\circ\times2$ より，$x=36^\circ$　　答　36°

11　下図。A を通り，直線 l に垂直な直線と線分 AB の垂直二等分線との交点が円の中心 O になる。



12 (1)　曲線の部分は半径 4 cm の半円だから，

$2\pi\times4\div2=4\pi\cdots$①

直線の部分は $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さに等しいから，

$2\pi\times4\div4=2\pi\cdots$②

①＋②より，6π　　答　6π cm

(2)　半円の部分は，$\pi\times4^2\div2=8\pi$…①
長方形の部分は，$4\times2\pi=8\pi$…②
①＋②より，16π　　答　16π cm²

13　△AOD は正三角形だから，∠BAO＝30° で，AB＝AO から，∠ABO＝(180°－30°)÷2＝75°
(おうぎ形 ABD＋おうぎ形 DCA)－図形 ABOCD と考えて，$\left(\pi\times a^2\times\frac{1}{4}\right)\times2-(a^2-S)$
$=\frac{1}{2}\pi a^2-a^2+S$　　答　75°，$\left(\frac{1}{2}\pi a^2-a^2+S\right)$ cm²

2　空間図形
（4～6ページ）

14　(1)　$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times10=30\pi$　　答　30π cm³
(2)　$\pi\times6^2\times\frac{3}{6}=18\pi$　　答　18π cm²

15　立方体を半分にした三角柱になるから，
$(4\times4\times4)\div2=32$　　答　32 cm³

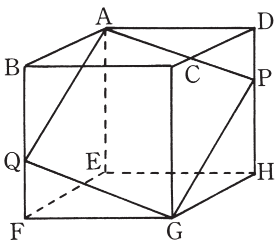
16　平行になる平面は，㋐と㋒，㋑と㋓，㋔と㋕になる。　　答　㋒

17　対角線 AB，CD を含む面を上底面とする直方体で考える。　　答　ア

18　アとエは「交わる」場合，ウは「ねじれの位置」にある場合がそれぞれ考えられる。
答　イ，オ

19　DC＝EF，DE＝CF の長方形　　答　長方形

20　下図。辺 BF 上に，PA∥GQ または，PG∥AQ となるような点 Q を考える。



21　辺 EH 上に，BP∥AQ となる点 Q をとり，三角柱 BFP－AEQ で考えると，
$\frac{1}{2}\times4\times6\times6=72$　　答　72 cm³

22　P から底面に垂線 PM をおろすと，
DH：PM＝DF：PF＝3：2 だから，
2：PM＝3：2 より，PM＝$\frac{4}{3}$
$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times5\right)\times\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$　　答　$\frac{10}{3}$ cm³

23　底面の半径を x cm とすると，
$\pi\times6^2\times\frac{x}{6}=12\pi$ より，$x=2$
よって，$\pi\times2^2=4\pi$　　答　4π cm²

24　底面の半径を x cm とすると，
球の体積は，$\frac{4}{3}\times\pi\times3^3=36\pi$ より，
$\pi\times x^2\times9=36\pi$ から，$x=2$　　答　2 cm

25　(三角すい F－ABC)－(三角すい F－IJC) と考えて，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times5\times9-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times5\times4$
$=35$　　答　35 cm³

26　立方体の半分から，三角すい C－ABJ と三角すい C－ADK をひく。
$6^3\times\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(6\times4\times6+6\times2\times6)=72$
答　72 cm³

27　(1)　A，B，C が一点で重なることにより，点 P，Q はそれぞれの辺の中点。　　答　90°
(2)　底面を △OPQ (△PBQ)，高さを DO (DA) とすると，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times12=72$　　答　72 cm³

3　三角形・四角形の性質
（7～10ページ）

28　角が等しいことに着目する。　　答　エ

29　△PAM と △PBM において，
AM＝BM…①，∠AMP＝∠BMP＝90°…②
PM は共通…③　①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△PAM≡△PBM
ゆえに，PA＝PB

30　△ABE と △CDF において，
AB＝CD…①，∠ABE＝∠CDF…②
BE＝DF…③　①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABE≡△CDF
ゆえに，AE＝CF

31　△BFM と △DEM において，
BM＝DM…①，∠MBF＝∠MDE (錯角)…②
∠BMF＝∠DME (対頂角)…③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△BFM≡△DEM，ゆえに，BF＝DE

32　∠DAB＝∠CAE＝60° であることに注意する。
答　ア　AE＝AC，イ　∠DAC＝∠BAC＋60°
ウ　2 組の辺とその間の角

から，$\triangle FDC=\frac{2}{3}\triangle FBC$，$\triangle FBC=\frac{1}{3}\triangle ABC$，

よって，$\triangle GDC=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{4}{27}\triangle ABC$　　答　$\frac{27}{4}$ 倍

58　E，F はそれぞれ辺 DB，AC の中点だから，

$EF=\frac{1}{2}(BC-AD)$ が成り立つ。

よって，$EF=\frac{1}{2}(12-5)=3.5$　　答　3.5 cm

59　P は △ABD の重心だから，AP：PO＝2：1

より，$\triangle PBO=\frac{1}{3}\triangle ABO$

$\triangle ABO=\frac{1}{4}$▱ABCD より，

$\triangle PBO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$▱$ABCD=\frac{1}{12}$▱ABCD

答　1：12

5　相似な図形(2)
(15〜17ページ)

60　BA の延長と CN の延長との交点を F とすると，△FAN≡△CDN から，FA＝CD，

FB＝2AB＝2CD＝4CM

△FBE∽△CME だから，

BE：EM＝FB：CM＝4CM：CM＝4：1

答　4：1

61　辺 AB 上に CD∥EG となるような点 G をとると，CE：CA＝1：4から，$DG=\frac{1}{4}DA$

$DA=\frac{1}{2}DB$ から，$DG=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}DB=\frac{1}{8}DB$

BF：EF＝8：1 だから

$EF=\frac{1}{9}BE=\frac{4}{3}$　　答　$\frac{4}{3}$ cm

62　(1)　△EDF∽△ACF だから，

DF：CF＝ED：AC＝1：3　　答　1：3

(2)　(1)より，$FC=\frac{3}{4}DC$，$DC=\frac{1}{3}BC$ から

$FC=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}BC=\frac{1}{4}BC$，BC：FC＝4：1

底辺を BC，FC とすると高さは共通だから，面積は 4 倍。　　答　4 倍

63　▱ABCD の面積を S とすると，

$\triangle EBC=\triangle FCD=\frac{1}{4}S$，$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}S=\frac{1}{8}S$

から，$\triangle ECF=S-\left(\frac{1}{4}S\times2+\frac{1}{8}S\right)=\frac{3}{8}S$…①

また，BG＝GH＝HD だから，

$\triangle GCH=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}S=\frac{1}{6}S$…②

①，②より，四角形 $EGHF=\frac{3}{8}S-\frac{1}{6}S=\frac{5}{24}S$

よって，$\frac{5}{24}S\div\frac{1}{2}S=\frac{5}{12}$　　答　$\frac{5}{12}$ 倍

64　相似条件は 2 組の角を使う。

答　ア　AFC　イ　BE：CF　ウ　CDF

65　$AE=\frac{2}{5}AC=\frac{12}{5}$

AP は ∠BAE の二等分線だから，

$BP:PE=8:\frac{12}{5}=10:3$　　答　10：3

66　(1)　$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC$，$\triangle BCE=$

$\frac{3}{7}\triangle ABC$ から，$\frac{1}{2}\div\frac{3}{7}=\frac{7}{6}$　　答　$\frac{7}{6}$ 倍

(2)　PD：AP＝BD：BA だから，

CE：AE＝3：4 より，

$\frac{AP}{PD}=\frac{4}{1.5}=\frac{8}{3}$　　答　$\frac{8}{3}$

(3)　D を通り，BE に平行な直線と AC との交点を F とする。

BE＝x とすると，$DF=\frac{x}{2}$，$PE=\frac{8}{11}DF=\frac{4}{11}x$

$BP=x-\frac{4}{11}x=\frac{7}{11}x$

7：4＝10：PE より，$PE=\frac{40}{7}$　　答　$\frac{40}{7}$ cm

67　(1)　△ADG∽△CEG から，AG：GC＝AD：CE＝2：3。△AFG∽△AEC から，FG：EC＝AG：AC，FG：3＝2：5 より，$FG=\frac{6}{5}$

答　$\frac{6}{5}$ cm

(2)　2 つの台形は高さは共通だから，面積は，

$\frac{AD+EC}{AD+BC}=\frac{2+3}{2+6}=\frac{5}{8}$　　答　$\frac{5}{8}$ 倍

68　CD：BD＝AC：AB＝1：2 から，CD＝3 cm

$\triangle ADC=\frac{1}{3}S$…①

AI：DI＝CA：CD＝4：3 から，

$\triangle ACI=\frac{4}{7}\triangle ADC$…②

①，②より，$\triangle ACI=\frac{4}{7}\times\frac{1}{3}S=\frac{4}{21}S$

答 $\dfrac{4}{21}S$

69 DE と IB, IC とのそれぞれの交点を P, Q とすると，PQ∥BC から，∠DPB＝∠PBC，I は内心だから，∠DBP＝∠PBC
よって，∠DPB＝∠DBP より，△DBP は二等辺三角形だから，DP＝DB…①
同様にして，△EQC は二等辺三角形だから，EQ＝EC…②。①，②より，AD＋DP＋PQ＋QE＋EA＝$(AD+DB)+\frac{1}{2}BC+(CE+EA)=\frac{1}{2}a+b+c$

答 $\left(\frac{1}{2}a+b+c\right)$ cm

70 (1) 辺 AC 上に，BE∥DG となる点 G をとると，中点連結定理より，AG：GE＝AD：DB＝1：1。$\frac{FD}{CF}=\frac{EG}{CE}=1$ 答 1

(2) (1)より，$EF=\frac{1}{2}GD$，$GD=\frac{1}{2}EB$

$EF=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}EB=\frac{1}{4}EB$

よって，$BF=EB-EF=\frac{3}{4}EB$ から

$\frac{FE}{BF}=\frac{1}{4}EB\div\frac{3}{4}EB=\frac{1}{3}$ 答 $\frac{1}{3}$

6 円周角・円と接線
（18～21ページ）

71 (1) $\angle x=(360^\circ-260^\circ)\div2=50^\circ$ 答 50°
(2) $\angle A=180^\circ-120^\circ=60^\circ$ だから，
$\angle x=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$ 答 40°
(3) $\angle A=180^\circ-115^\circ=65^\circ$ だから，
$\angle x=2\angle A=130^\circ$ 答 130°
(4) $\angle x=90^\circ-35^\circ=55^\circ$ 答 55°
(5) $\angle BAC=76^\circ\div2=38^\circ$ だから，
$x+38^\circ=76^\circ+30^\circ$ より，$x=68^\circ$ 答 68°
(6) $\angle BAC=25^\circ+30^\circ=55^\circ$ だから，
$\angle x=2\angle BAC=110^\circ$ 答 110°

72 (1) $\angle BAC=\angle CBT=52^\circ$ だから，
$\angle x=2\angle BAC=104^\circ$ 答 104°
(2) B と C を結ぶと，$\angle ACB=90^\circ$ だから，
$\angle ABC=64^\circ$ $\angle BCD=\angle BAC=26^\circ$ から
$x+26^\circ=64^\circ$ より，$x=38^\circ$ 答 38°
(3) $\angle CBD=\angle BAC=40^\circ$ だから
$\angle x=180^\circ-(40^\circ+40^\circ+35^\circ)=65^\circ$ 答 65°

73 TA＝TB から，$\angle TAB=\angle TBA=(180^\circ-38^\circ)\div2=71^\circ$。接弦定理より，$\angle x=\angle TAB=71^\circ$
答 71°

74 $\angle AOB=120^\circ$ だから
$\pi\times6^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=12\pi$ 答 12π cm²

75 D と C を結ぶと，$\angle ADC=180^\circ-115^\circ=65^\circ$
また，$\angle ACD=90^\circ$
$\angle CAD=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$ 答 25°

76 $\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$。O と P を結ぶと
$\angle y=\angle OPB=60^\circ-20^\circ=40^\circ$
答 $\angle x=60^\circ$，$\angle y=40^\circ$

77 接弦定理より，$\angle ABD=\angle DAE=53^\circ$
$\angle BAF=35^\circ$ だから，$\angle DAB=180^\circ-(53^\circ+35^\circ)=92^\circ$。$\angle BCD=180^\circ-92^\circ=88^\circ$
答 $\angle ABD=53^\circ$，$\angle BCD=88^\circ$

78 接弦定理より，$\angle ADB=\angle BAT=40^\circ$ で AD＝BD だから，$\angle DAB=(180^\circ-40^\circ)\div2=70^\circ$。
$\angle BCD=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ 答 110°

79 円の中心を O とすると，$\angle AOB=\angle COD=\angle EOA=2\angle BCA=68^\circ$。また，$\angle BOC=\angle EOD$ だから，$\angle EOD=(360^\circ-68^\circ\times3)\div2=78^\circ$。よって，$\angle EAD=78^\circ\div2=39^\circ$ 答 39°

80 AC と円との交点を B, D, 接点を P とすると接弦定理から，$\angle PBD=\angle DPT=73^\circ$ だから，$y+73^\circ=90^\circ$ より，$y=17^\circ$
$\angle BPA=\angle BDP$ だから，$x+17^\circ=73^\circ$ から，$x=56^\circ$
答 $x=56^\circ$，$y=17^\circ$

81 接弦定理から，$\angle QPC=\angle PRQ=54^\circ$ で，CP＝CQ から，$\angle PCQ=180^\circ-54^\circ\times2=72^\circ$
$\angle ABC=180^\circ-(56^\circ+72^\circ)=52^\circ$ 答 52°

82 A と D を結ぶ。△ABD で，$\angle ABD+\angle DAP=90^\circ-25^\circ=65^\circ$ $\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{DC}=2:3$ だから，
$\angle ABD=65^\circ\times\frac{2}{5}=26^\circ$。よって，$\angle APD=\angle PAB+\angle PBA=25^\circ+26^\circ=51^\circ$ 答 51°

83 D と B を結ぶと，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DC}$ から，$\angle DBC=\angle DCB=74^\circ$，$\angle CDB=180^\circ-74^\circ\times2=32^\circ$
$\angle ADE=90^\circ-32^\circ=58^\circ$。また，$\angle DAB=\angle DCB=74^\circ$ だから，$\angle x=180^\circ-(74^\circ+58^\circ)=48^\circ$
答 48°

84 $\angle BAD=x$ とすると，内接四角形の外角の関係から，$\angle DCF=\angle BCE=x$
$\angle ADC=x+28^\circ$，$\angle ABC=x+60^\circ$ から，
$\angle ADC+\angle ABC=x+28^\circ+x+60^\circ=180^\circ$ より
$x=46^\circ$ 答 46°

$\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4=8\sqrt{2}$

答　$AB=4\sqrt{2}$ cm,　$\triangle ACD=8\sqrt{2}$ cm²

108　C から AD に垂線 CH をおろすと，$\square ABCD=15\text{cm}^2$より，$CH=3$
$\triangle CHD$ は 3 辺の比が $1:\sqrt{3}:2$ だから，
$CD:2=3:\sqrt{3}$ より，$CD=2\sqrt{3}$
また，$\triangle ABE$ は，$EA=EB$ で，$\angle B=60^\circ$ から正三角形。よって，$AE=AB=CD$

答　$2\sqrt{3}$ cm

109　2 辺のうち，1 辺を x とすると他の 1 辺は $14-x$。$x(14-x)\div2=24$ より，$x=6,\ 8$
よって，$\sqrt{6^2+8^2}=10$　答　10 cm

110　$BC=\sqrt{13^2-12^2}=5$ で，$CD:BD=AC:AB=12:13$ だから，$CD=5\times\frac{12}{25}=\frac{12}{5}$

答　$\frac{12}{5}$

111　$BE=\sqrt{4^2+3^2}=5$ だから，$AH=x$ とすると，$\frac{1}{2}\times5\times x=\frac{1}{2}\times3\times4$ より，$x=\frac{12}{5}$

答　$\frac{12}{5}$ cm

112　$BC=BF=5$ だから，$AF=\sqrt{5^2-3^2}=4$より，$FD=1$。$EC=EF=x$ とすると，
$DE=3-x$。$\triangle DEF$ で，$x^2=(3-x)^2+1^2$
より，$x=\frac{5}{3}$。$DE=3-\frac{5}{3}=\frac{4}{3}$ から
$\triangle DEF=\frac{1}{2}\times1\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$　答　$\frac{2}{3}$ cm²

113　$\triangle QCD$ で，$QC=\sqrt{3^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{17}$
$\triangle PBC$で，$PC=QC=\sqrt{17}$ だから，
$BC=\sqrt{(\sqrt{17})^2-1^2}=4$ より，$AQ=4-2\sqrt{2}$
$\triangle PQC=$ 長方形 $ABCD-(\triangle APQ+\triangle PBC+\triangle QCD)=12-(4-2\sqrt{2}+2+3\sqrt{2})=6-\sqrt{2}$

答　$6-\sqrt{2}$

114　A, C が回転してできた点をそれぞれ A′, C′ とすると，求める面積は
おうぎ形 ABA′− おうぎ形 CBC′ となる。
$AB=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$ だから，
$\pi\times4^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}-\pi\times2^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=4\pi$　答　4π cm²

115　$\triangle PBQ\equiv\triangle CBQ$ (2組の辺とその間の角)から，$PB=CB=10$。$AP=\sqrt{10^2-8^2}=6$ より，$PD=10-6=4$。$QP=QC=x$ とすると，$DQ=8-x$，
$x^2=4^2+(8-x)^2$ より，$x=5$。よって，$\triangle BQC$ で，
$BQ=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$　答　$5\sqrt{5}$ cm

116　$\triangle EBF$ で，$BF=\sqrt{4^2+3^2}=5$ で，AD は BC の垂直二等分線だから，$CF=BF=5$
また，$\angle E=\angle D$ …①，$\angle BAD=90^\circ-\angle B$,
$\angle BCF=90^\circ-\angle B$ から，$\angle EAF=\angle BCF$ …②，
①，②より，$\triangle AEF\backsim\triangle CEB$ だから$AE=x$ とすると，$AE:CE=EF:EB$
$x:8=3:4$ より，$x=6$　答　6 cm

117　$BE=x$ とすると，$AE=\sqrt{5^2+x^2}$ …①
$EC=5-x$ で，$EC:EF=1:\sqrt{2}$ だから，
$EF=\sqrt{2}EC=\sqrt{2}(5-x)$ …②
また，$AE=EF$ だから，①，②より
$(\sqrt{5^2+x^2})^2=2(5-x)^2$ より，$x=10\pm5\sqrt{3}$
で，$0<x<5$　答　$(10-5\sqrt{3})$ cm

118　(1)　$\triangle ABE$ の 3 辺の比は $1:\sqrt{3}:2$ だから $8:BE=2:\sqrt{3}$ より，$BE=4\sqrt{3}$
$\angle EBC=75^\circ-30^\circ=45^\circ$ だから，
$\triangle EBC$ の 3 辺の比は $1:1:\sqrt{2}$
$1:4\sqrt{3}=\sqrt{2}:BC$ より，$BC=4\sqrt{6}$

答　$BE=4\sqrt{3}$ cm,　$BC=4\sqrt{6}$ cm

(2)　求める面積は，点 B を中心とし半径 BC の円から，点 B を中心とし半径 BE の円をひいたものになるから，
$\pi\times(4\sqrt{6})^2-\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$

答　48π cm²

119　$\triangle ACB\backsim\triangle APS$ だから，$AP:x=3:4$より，$AP=\frac{3}{4}x$ …①
また，$\triangle CBA\backsim\triangle QBR$ だから
$QB:x=4:3$ より，$QB=\frac{4}{3}x$ …②
①，②より，$\frac{3}{4}x+x+\frac{4}{3}x=5$ だから，
$x=\frac{60}{37}$　答　$\frac{60}{37}$

9　三平方の定理と円
(29〜31ページ)

120　BC の中点 O から PQ に垂線 OH をおろす。
$\triangle OPH$ で，OP は半径だから 4
$PH=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ よって，$PQ=2PH=2\sqrt{7}$

答　$2\sqrt{7}$ cm

121　底面は円だから，円の中心を O とする。

半径 OA＝OP＝r とすると，OM＝$r-8$

△OAM で，$r^2=(r-8)^2+20^2$ より，

$r=29$ から，直径は $29\times2=58$　　答　58 cm

122　AB と OO′ との交点を H とする。

OH＝x とすると，O′H＝$12-x$

△AOH で，$AH^2=7^2-x^2$ …①

△AO′H で，$AH^2=11^2-(12-x)^2$ …②

①，②から，$7^2-x^2=11^2-(12-x)^2$ より

$x=3$　$AH=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$

よって，$AB=2AH=4\sqrt{10}$　　答　$4\sqrt{10}$ cm

123　(1)　O から辺 AD，AB，BC に垂線 OP，OQ，OR をそれぞれおろすと，

直角三角形の合同から，△OAP≡△OAQ より，AQ＝AP …①，同様にして，

△OBQ≡△OBR から，BQ＝BR …②

①，②より AB＝AQ＋BQ＝AP＋BR

＝3＋4＝7　　答　7 cm

(2)　A から BC に垂線 AH をおろすと，

△ABH で，BH＝$(8-6)\div2=1$ だから

$AH=\sqrt{7^2-1^2}=4\sqrt{3}$　　答　$4\sqrt{3}$ cm

124　(1)　$6\times8\div2=24$　　答　24 cm²

(2)　$AC=\sqrt{6^2+8^2}=10$ だから，(1)より，

$\frac{1}{2}\times(6\times r+8\times r+10\times r)=24$ より

$r=2$　　答　2 cm

125　(1)　接弦定理から，∠PBA＝∠PAB＝y° だから，△PAB の内角の和を考えて

$x+2y=180$　　答　$x+2y=180$

(2)　3 点 P，O，C が一直線上にあるとき，面積が最大になる。$\angle y=(180^\circ-60^\circ)\div2=60^\circ$ から，∠AOB＝120°，∠ACO＝30°

O から AC に垂線 OH をおろすと，

△OAH の 3 辺の比は $1:\sqrt{3}:2$ だから，

2：6＝1：OH から，OH＝3

$2:6=\sqrt{3}:AH$ から，$AH=3\sqrt{3}$，$AC=6\sqrt{3}$

$\triangle OAC=\triangle OBC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3=9\sqrt{3}$

また，おうぎ形 OAB の面積は

$\pi\times6^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=12\pi$

よって，$12\pi+9\sqrt{3}\times2=12\pi+18\sqrt{3}$

答　$(12\pi+18\sqrt{3})$ cm²

126　(1)　O′ と D を結ぶと，OO′＝DO′＝3 から，$AD=\sqrt{AO'^2-O'D^2}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$

答　$6\sqrt{2}$ cm

(2)　∠ADO′＝∠ACO＝90° だから

△ADO′∽△ACB より，DC＝x とすると，

AO′：O′B＝AD：DC，$9:3=6\sqrt{2}:x$，

$x=2\sqrt{2}$，BC＝y とすると，

AB：AO′＝BC：O′D，12：9＝y：3，$y=4$

$\triangle CO'B=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$　答　$4\sqrt{2}$ cm²

127　四角形 ABCD は円に内接するから，

∠ACB＝180°－(120°＋30°)＝30°

$\overset{\frown}{AB}$ の円周角から，∠ACB＝∠ADB＝30°だから，∠ABD＝30° より，AC は直径で，AC⊥BD。

AC と BD との交点を H とすると，△ABH の 3 辺は $1:\sqrt{3}:2$ だから，

$\sqrt{3}:3=1:AH$ より，$AH=\sqrt{3}$

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$　　答　$3\sqrt{3}$ cm²

128　(1)　A と B を結ぶと，四角形 ABED は円に内接するから，∠BED＝∠BAC＝69°

また，∠ABC＝90° だから，

∠ACB＝180°－(90°＋69°)＝21°　　答　21°

(2)　$CB=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$，$BE=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

よって，$CE=CB+BE=4\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

答　$(4\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ cm

129　DE と半円との接点を P とする。

DC＝$2x$ とすると，EB＝x で，

DE＝DP＋EP＝DC＋EB＝$3x$

BC＝AD＝y とすると，

△AED で，$x^2+y^2=(3x)^2$ より，$y=2\sqrt{2}x$

$\frac{BC}{AB}=\frac{2\sqrt{2}x}{2x}=\sqrt{2}$　　答　$\sqrt{2}$

130　(1)　BP＝BR＝x，CQ＝CP＝$17-x$

答　$(17-x)$ cm

(2)　O と R，Q をそれぞれ結ぶ。

四角形 AROQ は正方形になるから，

(1)より，AB＝AR＋BR＝$3+x$

AC＝AQ＋CQ＝$3+17-x$

$AB^2+AC^2=BC^2$，$(x+3)^2+(20-x)^2=17^2$

より，$x=5$，12 で AB＜AC だから，

AB＝3＋5＝8，AC＝20－5＝15

答　AB＝8 cm，AC＝15 cm

131　AB の中点を M とすると，OM⊥AB，AM＝5，円 O の半径 OA＝a，円 O′ の半径 OM＝b とすると，$b^2+5^2=a^2$，$a^2-b^2=5^5$ …①

求める面積は　$\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)$ …②

①，②より，25π　　答　25π cm²