

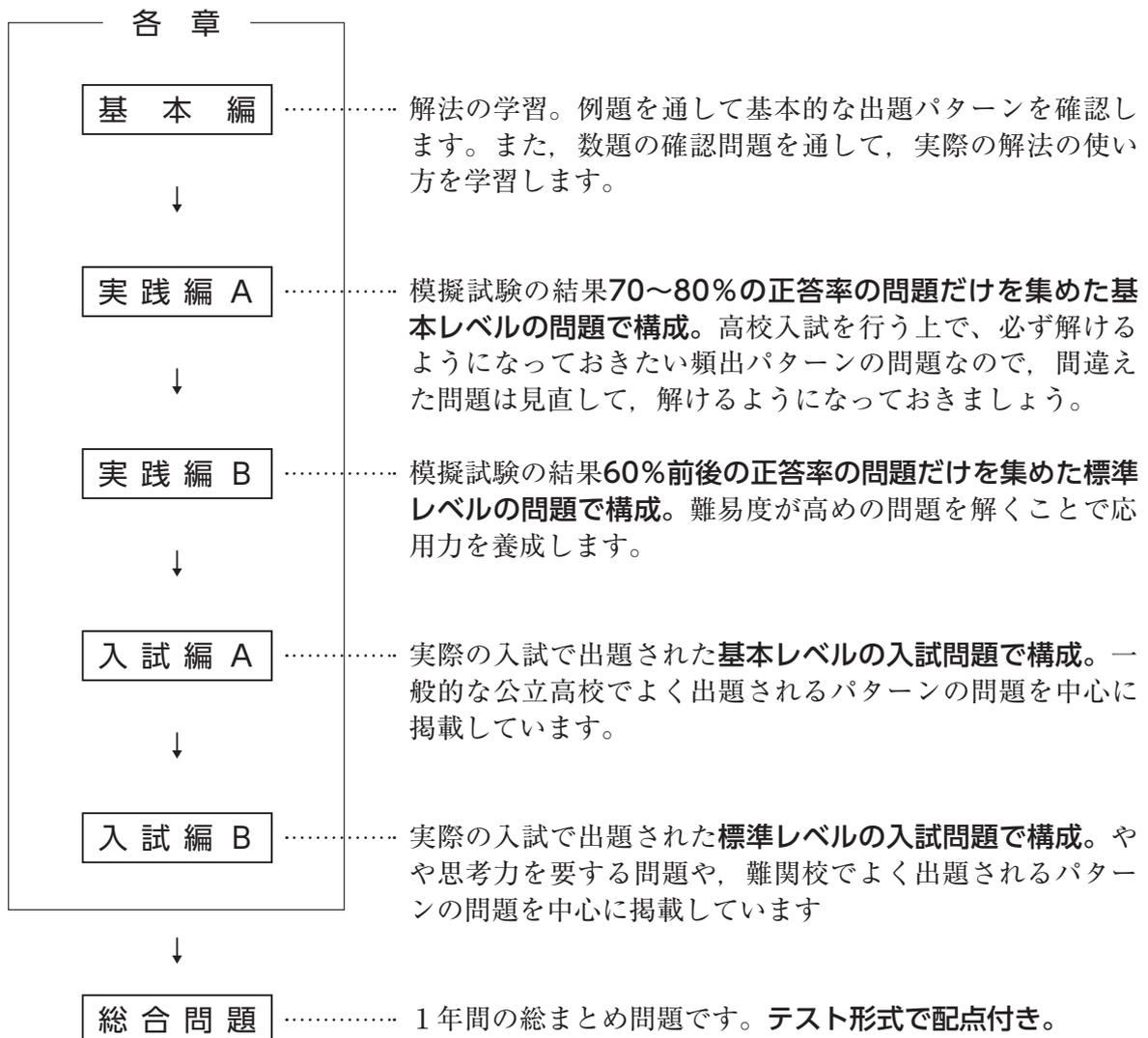
My Stage

数学 3

ねらいと特色

1. 本書は、「学習指導要領」の内容を中心にして、年間を通して学習すべき内容を深く理解することを学習目標に編集されています。
2. 本書は、「基本編」で例題を通して解法を学び、「実践編」で数多くの問題演習をこなすことで知識を定着させて、「入試編」で入試に向けた実践的な力を身に付ける構成となっています。
3. テキストに直接書き込めるよう、それぞれの問題ごとに十分な余白を取ってあります。
4. 一斉授業用テキストとしてはもちろん、個別指導用、家庭での宿題用としても十分に役立つ幅の広い用途を持ちます。

構成と使い方



1章 式の展開と因数分解

基本編 (式の展開)	4
I 多項式と単項式の乗法 II 多項式と単項式の除法 III 単項式と多項式 IV 多項式の乗法	
V 乗法公式 VI 乗法公式 VII 乗法公式 VIII 乗法公式 IX 乗法公式	
実践編 A	9
実践編 B	14
入試編	17
基本編 (因数分解)	19
I 共通因数でくくる II $x^2 + (a + b)x + ab$ の因数分解	
III $x^2 + 2ax + a^2 : x^2 - 2ax + a^2$ の因数分解 IV $x^2 - a^2$ の因数分解	
V 共通因数でくくってから因数分解 VI 式の値 VII おきかえによる因数分解 VIII 計算への利用	
IX 式による証明	
実践編 A	25
実践編 B	31
入試編 A	38
入試編 B	40

2章 平方根

基本編	42
I 平方根の意味 II 平方根の変形 III 分母の有理化 IV 平方根の乗除① V 平方根の乗除②	
VI 平方根のおよその値 VII 平方根の加減 VIII 平方根の四則計算 IX 乗法公式と平方根の計算	
X 式の値 XI 平方根の整数部分と小数部分 XII 平方根と整数	
実践編 A	50
実践編 B	60
入試編 A	65
入試編 B	71

3章 二次方程式

基本編	76
I $ax^2 = b$ の形 II 平方完成形 III 解の公式 IV 因数分解 V いろいろな二次方程式	
VI 解と二次方程式 VII 二次方程式の利用	
実践編 A	82
実践編 B	92
入試編 A	95
入試編 B	100

4章 二次関数

基本編	104
I 2乗に比例する関数 II $y = ax^2$ の式 III $y = ax^2$ のグラフ IV $y = ax^2$ の変域	
V 変化の割合 VI $y = ax^2$ の利用 VII 点の移動と二次関数 VIII 放物線と直線	
実践編 A	109
実践編 B	119
入試編 A	125
入試編 B	131

5章 図形と相似

基本編	134
I 相似な図形 II 三角形の相似条件 III 相似な三角形と辺の長さ IV 平行線と線分の比：三角形	
V 平行線と線分の比：台形① VI 平行線と線分の比：三角形 VII 平行線と線分の比：台形②	
VIII 角の二等分線と比 IX 中点連結定理 X 相似比と面積比：相似比と体積比	
実践編 A	142
実践編 B	152
入試編 A	155
入試編 B	161

6章 円の性質

基本編	164
I 円周角の定理：基本 II 円周角の定理① III 円周角の定理② IV 円周角の定理の逆	
V 円に内接する四角形 VI 円と相似：証明 発展：円と相似	
実践編 A	171
実践編 B	180
入試編 A	183
入試編 B	189

7章 三平方の定理

基本編	186
I 三平方の定理 II 正方形・長方形の対角線の長さ III 三角形の組み合わせ	
IV 三平方の定理の逆 V 特別な直角三角形の辺の比 VI 円と三平方の定理	
VII 二等辺三角形と正三角形の面積 VIII ひし形と台形の面積 IX 2点間の距離	
X 球・立体の切り口 XI 直方体・立方体の対角線の長さ XII 円すい・正四角すいの体積	
XIII 最短経路 XIV 3辺が与えられた三角形の面積 発展：円と接線	
実践編 A	204
実践編 B	212
入試編 A	217
入試編 B	222

8章 標本調査

基本編	226
I 全数調査と標本調査 II 標本調査の活用	
実践編	227
入試編	228

総合問題	232~237
------------	---------

第4章

二次関数

基本編

I 2乗に比例する関数

y を x の式で表し、比例定数をいいなさい。

- (1) たて x cm, 横 $2x$ cmの長方形の面積は y cm²である。

$$y = 2x^2 \quad 2$$

- (2) 1辺の長さが x cmの立方体の表面積は y cm²である。

$$y = 6x^2 \quad 6$$

- (3) 直角をはさむ2辺の長さが x cmの直角二等辺三角形の面積は y cm²である。

$$y = \frac{1}{2}x^2 \quad \frac{1}{2}$$

- (4) 底面が一辺 x cmの正方形で、高さが4cmの正四角柱の体積は y cm³である。

$$y = 4x^2 \quad 4$$

y を x の式で表し、比例定数をいいなさい。

- (1) 半径 x cmの円の面積 y cm²
- (2) 対角線の長さが x cmの正方形の面積 y cm²
- (3) 底面の半径が x cmで高さが5cmの円柱の体積 y cm³
- (4) 半径が x cmで中心角が90°の扇形の面積 y cm²

II $y = ax^2$ の式

- (1) y が x^2 に比例し $x=3$ のとき $y=12$ 。 y を x の式で書きなさい。

$$y = \frac{4}{3}x^2$$

- (2) y が x^2 に比例し $x=2$ のとき $y=-8$ 。 $x=-3$ のとき y はいくらか。

$$y = -2x^2$$

$$y = -18$$

- (1) y が x^2 に比例し、比例定数は5である。 x , y の関係を式で表しなさい。
- (2) y が x^2 に比例し、 $x=3$ のとき $y=-9$ である。 x , y の関係を式で表しなさい。
- (3) y が x^2 に比例し、 $x=2$ のとき $y=8$ である。 $x=5$ のとき、 y はいくらか求めなさい。
- (4) y が x^2 に比例し、 $x=4$ のとき $y=-80$ である。 y が -180 となるのは x がいくらのときか、求めなさい。

Ⅲ $y = ax^2$ のグラフ

- (1) $y = x^2$ のグラフは原点を通る放物線で、上に開いている。またグラフは y 軸に対して線対称である。
- (2) $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフでは a の値が大きいほど、グラフの開き方は小さくなる。

次の文の()に適切な語を書き入れなさい。

- (1) $y = -x^2$ のグラフは()を通る()線で、()に開いている。またグラフは()に対して線対称である。
- (2) $y = ax^2 (a < 0)$ のグラフでは a の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は()くなる。

Ⅳ $y = ax^2$ の変域

- (1) $y = 2x^2$ で $1 < x < 5$ のときの y の変域を書きなさい。 $2 < y < 50$
- (2) $y = 3x^2$ で $-3 < x < 1$ のときの y の変域を書きなさい。 $0 \leq y < 27$

(1) $y = 3x^2$ について、次の x の変域に対する y の変域を書きなさい。

- ① $-3 < x \leq -1$
- ② $2 \leq x < 4$
- ③ $-2 \leq x \leq 3$
- ④ $-4 \leq x < 2$

(2) $y = -2x^2$ について、次の x の変域に対する y の変域を書きなさい。

- ① $-2 < x \leq -1$
- ② $3 \leq x < 5$
- ③ $-1 \leq x < 3$
- ④ $-4 \leq x \leq 2$

V 変化の割合

- (1) $y=2x^2$ で x が1から5まで変化するときの変化の割合を求めなさい。

$$\frac{50-2}{5-1} = \frac{48}{4} = 12$$

- (2) $y=-3x^2$ で x が-1から5まで変化するときの変化の割合を求めなさい。

$$\frac{-75-(-3)}{5-(-1)} = \frac{-72}{6} = -12$$

- (1) $y=3x^2$ で x が2から5まで変化するときの変化の割合を求めなさい。

- (2) $y=ax^2$ で x が1から4まで変化するときの変化の割合が15。 a の値を求めなさい。

- (3) $y=2x^2$ で x が t から $t+5$ まで変化するときの変化の割合が26。 t の値を求めなさい。

VI $y=ax^2$ の利用

物体が落下するとき x 秒後には $5x^2$ m落下する。

- (1) 1秒後から5秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\frac{125-5}{5-1} = 30 \qquad 30 \text{ m}$$

- (2) 6秒後から10秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\frac{500-180}{10-6} = 80 \qquad 80 \text{ m}$$

ある物体が静止の状態から落下するとき、落ち始めてから x 秒間に落下する距離を y mとすると、 $y=5x^2(x \geq 0)$ と表せる。

- (1) 落ち始めてから4秒後には何m落下しているか、答えなさい。

- (2) 500mの高さから落としたとき、何秒後に地上に落ちるか、答えなさい。

- (3) 2秒後から6秒後までの平均の速さを求めなさい。

Ⅶ 点の移動と二次関数

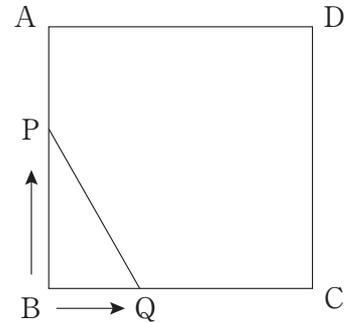
1辺10cmの正方形ABCDがある。点P, Qは同時に頂点Bを出発し, Pは1秒間に2cmの速さで辺上をAを通過してDまで動き, Qは1秒間に1cmの速さで辺上をCまで動く。2点P, Qが出発してから x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ として, 次の問いに答えなさい。

- (1) $0 < x \leq 5$ における $\triangle PBQ$ の面積 $y\text{cm}^2$ を x の式で表しなさい。

$$y = \frac{2x \times x}{2} = x^2$$

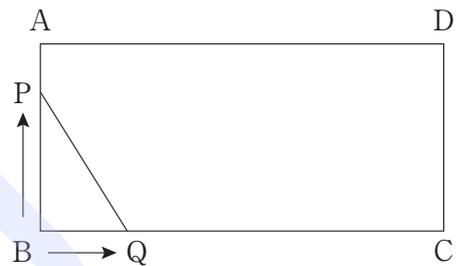
- (2) $5 < x \leq 10$ における $\triangle PBQ$ の面積 $y\text{cm}^2$ を x の式で表しなさい。

$$y = \frac{10 \times x}{2} = 5x$$



たて6cm, 横12cmの長方形がある。点P, Qは同時に頂点Bを出発し, Pは1秒間に3cmの速さで辺上をAを通過してDまで動き, Qは1秒間に2cmの速さで辺上をCまで動く。2点P, Qが出発してから x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ として, 次の問いに答えなさい。

- (1) $0 < x \leq 2$ のときの y と x の関係を式に書きなさい。
 (2) $2 < x \leq 6$ のときの y と x の関係を式に書きなさい。



Ⅷ 放物線と直線

図のように $y = x^2$ と $y = x + 2$ のグラフが交点をA, Bで交わっている。Aの x 座標は -1 , Bの x 座標は 2 である。

- (1) A, Bの座標を求めなさい。

$$A(-1, 1) \quad B(2, 4)$$

- (2) $\triangle ABO$ の面積を求めなさい。

$$\frac{2 \times 1}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = 3$$

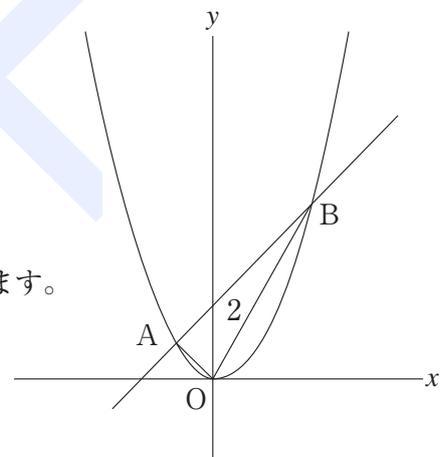
- (3) Oを通り, $\triangle ABO$ の面積を二等分する直線の式を求めます。

- ① 点Aと点Bの中点の座標を求めなさい。

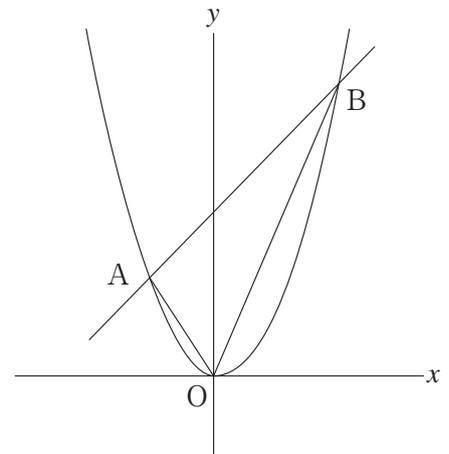
$$\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

- ② 原点Oと中点を通る直線の式を求めなさい。

$$y = 5x$$



図のように $y=x^2$ と $y=ax+6$ のグラフが交点を A, B で交わっている。A の x 座標は -2 , B の x 座標は 3 である。



- (1) a の値を求めなさい。
- (2) A, B の座標を求めなさい。
- (3) $\triangle ABO$ の面積を求めなさい。
- (4) O を通り, $\triangle ABO$ の面積を二等分する直線の式を求めます。
 - ① 点 A と点 B の中点の座標を求めなさい。
 - ② 原点 O と中点を通る直線の式を求めなさい。

発展：放物線と直線の交点〔連立方程式にして求める〕

放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ のグラフの交点の座標を求めなさい。

$$x^2=2x+3 \text{ より } x=-1 \quad x=3$$

よって 交点の座標は

$(-1, 1)(3, 9)$

交点の座標を求めなさい。

- (1) $y=x^2$ と $y=3x-2$
- (2) $y=x^2$ と $y=x+12$
- (3) $y=3x^2$ と $y=-6x$
- (4) $y=2x^2$ と $y=3x-1$

実 践 編 A**1** 次の問いに答えなさい。

- ① 二次関数 $y=2x^2$ がある。 x が2から8まで変化するときの変化の割合を求めなさい。
- ② 二次関数 $y=ax^2$ がある。 $-3<x<5$ のときの y の変域は $-50<y\leq b$ となった。 a と b の値を求めなさい。
- ③ 関数 $y=ax^2$ で $x=3$ のとき、 $y=18$ になった。 a の値を求めなさい。
- ④ 関数 $y=ax^2$ で、 x が2から5まで変化するときの変化の割合が21になった。このとき a の値を求めなさい。
- ⑤ 関数 $y=ax^2$ で、 $-1<x<4$ のときの y の変域が $-48<y\leq 0$ である。 a の値を求めなさい。
- ⑥ $y=2x^2$ で、 x が t から $t+2$ まで変化するときの変化の割合は12である。 t の値を求めなさい。

2 ボールがある斜面を転がり始めてからの時間を x 秒, その間に転がる距離を y mとすると, x と y の関係は表のようになった。 x と y の関係を式で表すと $y=ax^2$ の形で表せることが分かっている。次の問いに答えなさい。

x (秒)	0	2	4	6	...
y (m)	0	3	b	27	...

(1) a の値を求めなさい。

(2) 表中 b の値を求めなさい。

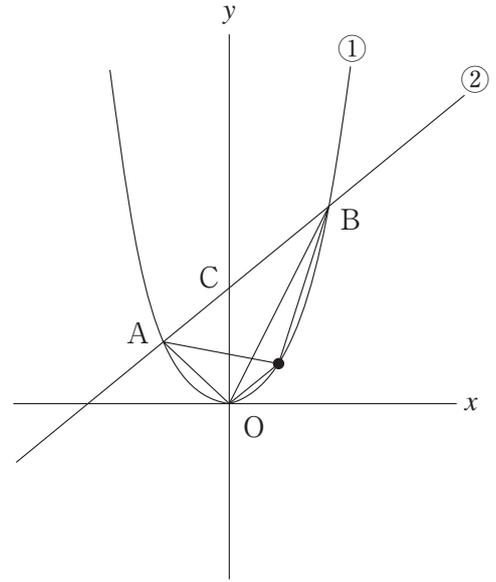
(3) 5秒後から7秒後までの間の平均の速さ(変化の割合)を求めなさい。

(4) p 秒後から $p+2$ 秒後までの間の平均の速さが18m/秒であった。 p の値を求めなさい。

3 図のように放物線 $y=x^2$ …①と直線 $y=ax+b$ …②が2点A, Bで交わっている。直線②のy軸との交点をCとする。また、点Aのx座標は-1である。

(1) 点Aの座標を求めなさい。

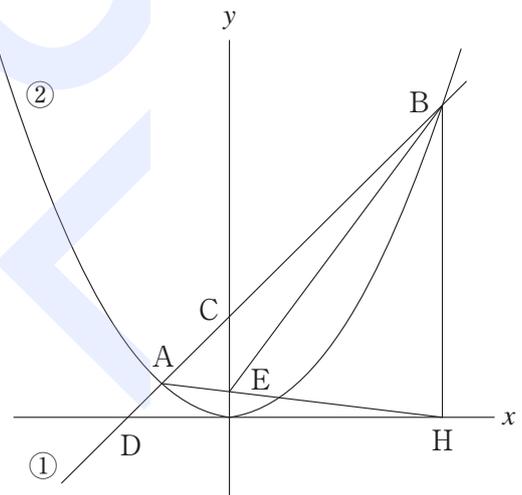
(2) 直線②の式を求めなさい。



(3) $y=x^2$ の曲線OB上に点Pをとって、 $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の面積が等しくなるようにしたい。直線OPの式を求めなさい。

4 図のように、直線 $y=x+p$ …①と放物線 $y=qx^2$ …②が2点A, Bで交わっていて、点Aのx座標は-2、点Bのx座標は6である。次の問いに答えなさい。

(1) p, q の値をそれぞれ求めなさい。

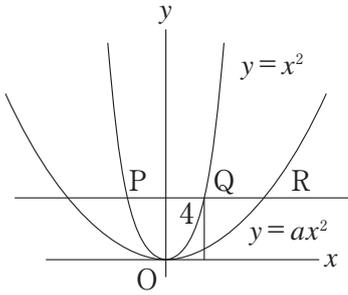


(2) 点Bからx軸に下ろした垂線をBHとします。 $\triangle ABH$ の面積を求めなさい。単位をつけずに答えなさい。

(3) 直線①とx軸との交点をD、線分AHとy軸との交点をEとする。 $\triangle ADH$ と $\triangle ABE$ の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

5 図は $y=x^2$ と $y=ax^2$ のグラフと、 $(0, 4)$ を通り x 軸と平行な直線の交点を表したものである。

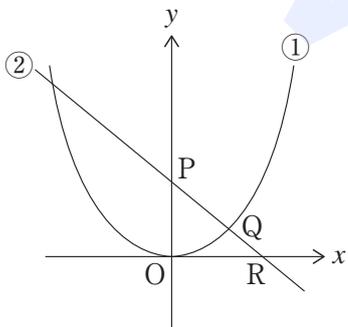
(1) $PQ=QR$ であるとき、 a を求めなさい。



(2) (1)のグラフで Q から x 軸に垂線を下ろし、 x 軸との交点を S 、 $y=ax^2$ との交点を T として、 $QT:QS$ を求めなさい。

6 図は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ …①と直線 $y=-x$ と平行に動く直線②が交わっている様子を表している。

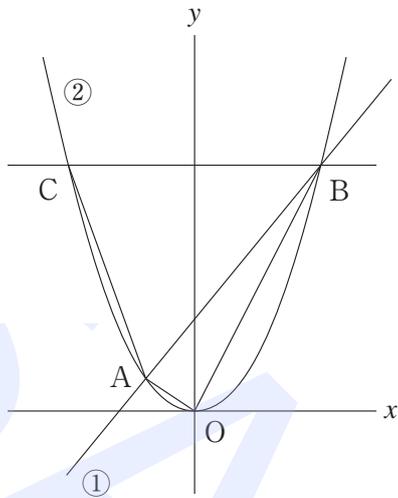
点 P 、 R は直線②と y 軸、 x 軸との交点、点 Q は①と②の交点を表している。下の各問いに答えなさい。



(1) 点 Q の x 座標が4のとき、直線②の切片を求めなさい。

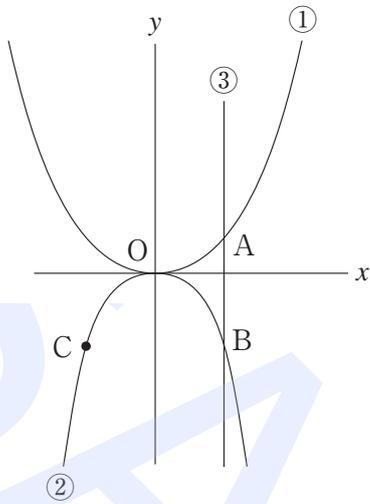
(2) 点 Q が点 P と点 R の中点になるとき点 Q の座標を求めなさい。

- 7 図のように、直線①： $y=ax+b$ と放物線②： $y=x^2$ が2点A, Bで交わっていて、点Cは点Bを通りx軸に平行な直線と放物線との交点である。点Aのx座標は-1, 点Bのx座標は3である。次の問いに答えなさい。



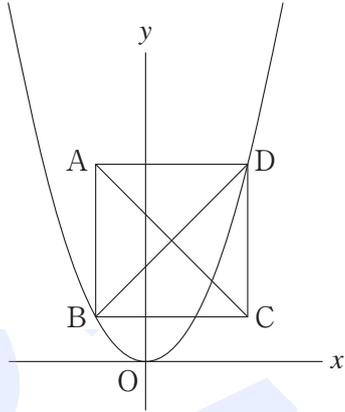
- (1) 点Aの座標を求めなさい。
- (2) a , b の値をそれぞれ求めなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。
- (4) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

8 図で、放物線①, ②はそれぞれ $y = \frac{1}{3}x^2$, $y = -x^2$, 直線③は $x = t$ (ただし, $t > 0$)のグラフである。いま、直線③と放物線①, ②との交点をそれぞれA, Bとし、点Bとy軸に関して対称な点をCとする。次の問いに答えなさい。



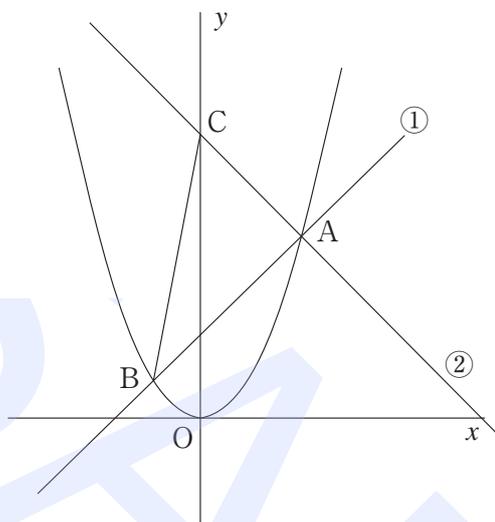
- (1) 放物線①について、 x が3から6まで変化するときの変化の割合を求めなさい。
- (2) 点Aの y 座標が12のとき、点Cの座標を求めなさい。
- (3) ABCが二等辺三角形になるときの t の値を求めなさい。

- 9 図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフと正方形ABCDがある。2点B, Dは $y=ax^2$ のグラフ上にあり、点Bの座標は $(b, 1)$ 、点Dの座標は $(2, 4)$ である。次の問いに答えなさい。ただし、 $a > 0$ 、 $b < 0$ とする。



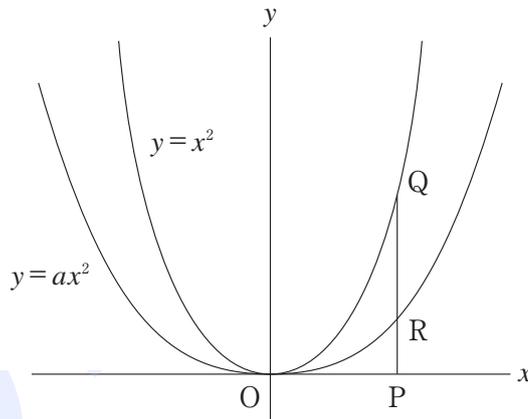
- (1) a , b の値を求めなさい。
- (2) ACを結ぶ直線の式を求めなさい。
- (3) ACを結ぶ直線, BDを結ぶ直線, y 軸の3本の直線で囲まれる三角形の面積を求めなさい。単位をつけずに答えなさい。

10 図のように、放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と、2直線 $y = x + a \cdots \textcircled{1}$, $y = -x + 12 \cdots \textcircled{2}$ が点Aで交わっている。放物線と直線①のもう1つの交点をB, y 軸と直線②の交点をCとする。点Aの x 座標が4, 点Bの x 座標が -2 のとき、次の問いに答えなさい。

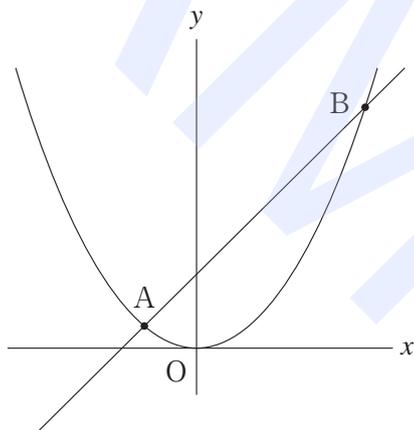


- (1) 点Aの y 座標を求めなさい。
- (2) a の値を求めなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。単位をつけずに答えなさい。
- (4) 点Bを通過して $\triangle ABC$ の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- 11 $y=x^2$ と $y=ax^2$ のグラフと $x=b$ との交点をQ, Rとし, $x=b$ と x 軸との交点をPとするとき, $QR:RP=2:1$ となった。 a を求めなさい。



- 12 図のように, 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に, 2点A, Bがある。A, Bの x 座標はそれぞれ -2 , 6 である。次の問いに答えなさい。



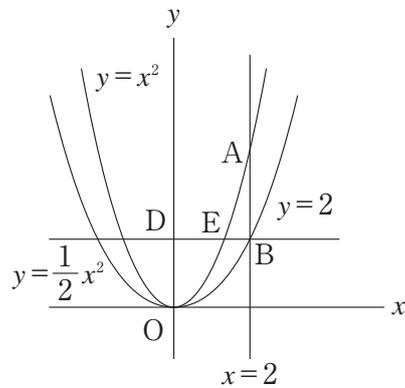
- (1) 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について, x の値が0から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
- (2) 直線ABの式を求めなさい。
- (3) 原点Oを通り直線ABと平行な直線mと $y=\frac{1}{4}x^2$ との交点のうち, 原点Oではない点をPとする。四角形OPBAの面積を求めなさい。単位をつけずに答えなさい。

13 図のグラフは $y=x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと, $x=2$, $y=2$ の2つの直線との交点を表したものである。それぞれの交点を図のように定める。

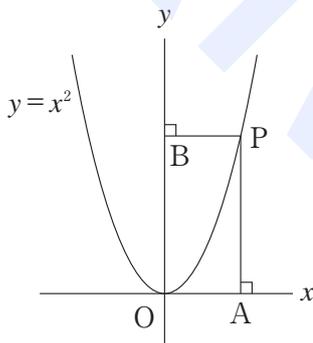
(1) AとBの座標を求めなさい。

(2) Eの座標を求めなさい。

(3) DE:EBを求めなさい。



14 $y=x^2$ のグラフの上の1点P(第一象限)から x 軸, y 軸に垂線を下ろし, 交点をそれぞれA, Bとする。AP+BP=12となると, Pの座標を求めなさい。



15 次の問いに答えなさい。

(1) $y=ax^2$ について, x が p から q まで変化するときの y の変化の割合を式で表したものである。①~⑦の空欄をうめなさい。

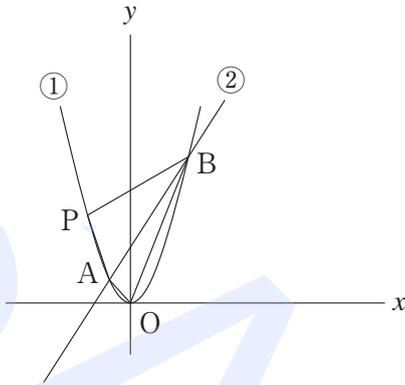
$$\text{変化の割合} = \frac{(\text{②}) \text{の増加量}}{(\text{①}) \text{の増加量}} = \frac{aq^2 - (\text{⑤})}{(\text{③}) - (\text{④})} = \frac{a(q+p)(q-p)}{(\text{⑥})} = a(\text{⑦})$$

(2) $y=3x^2$ と $y=4x+1$ で, x が p から q まで変化するときの変化の割合が等しいとき, p と q の関係を式で書きなさい。

(3) $y=x^2$ について, x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が4であった。このとき, a の値を求めなさい。

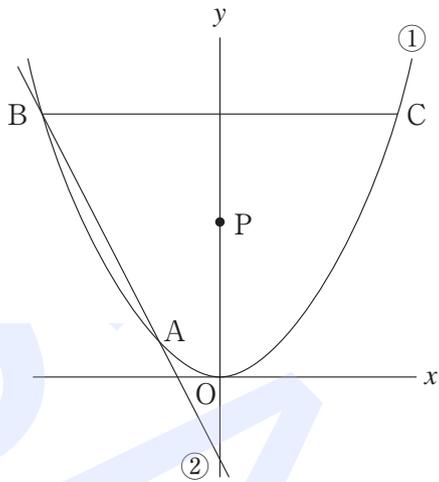
実践編 B

- 1 図のように $y=x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y=ax+b \cdots \textcircled{2}$ がある。2つのグラフの交点を A, B とし放物線①上の点を P とする。点 A の x 座標は -2 , 点 B の x 座標は 4 である。



- (1) 放物線①で x が 1 から 4 まで変化するときの変化の割合を求めなさい。
- (2) 点 A の座標を求めなさい。
- (3) 直線②の式を求めなさい。
- (4) $\triangle APB$ の面積と $\triangle AOB$ の面積が等しいとき、点 P は②と平行な直線 $y=ax+c$ 上にある。 c の値を求めなさい。ただし、点 P の x 座標は負である。

2 図のように、関数 $y = ax^2 \cdots$ ①のグラフと直線②が2点 $A(-2, 1)$ $B(-6, b)$ で交わっている。点 B から y 軸に垂線を引き、その延長線と①との交点を C とする。点 P は y 軸上の点である。次の問いに答えなさい。



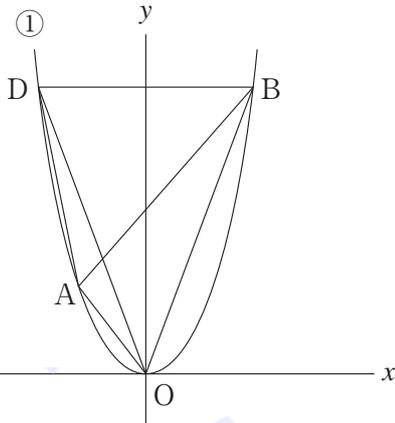
(1) a, b の値を求めなさい。

(2) 線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となるように点 P をとる。

① 点 P の座標を求めなさい。

② $\triangle ABC$ の面積と $\triangle APB$ の面積の比を求めなさい。

- 3 図のように $y=ax^2$ …①(ただし $a>0$ とする)のグラフ上に、 x 座標が -1 である点Aと x 座標が 2 である点Bがある。点Bと y 軸について対称な点をDとする。各問いに答えなさい。

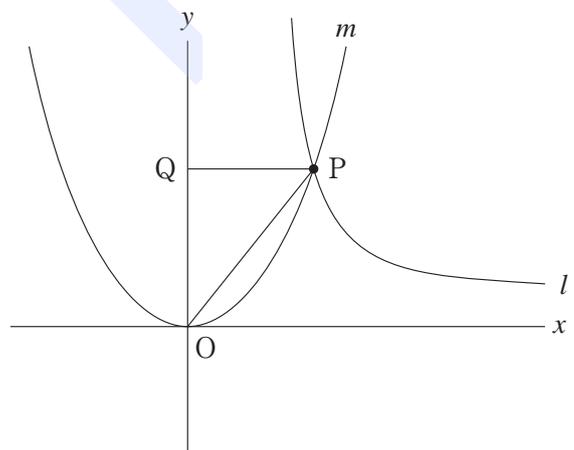


- (1) 点Aが $(-1, 2)$ であるとき、 a の値を求めなさい。
- (2) a の値がどんなときでも $\triangle ABD$ の面積と $\triangle AOB$ の面積の比は一定である。 $\triangle ABD$ の面積と $\triangle AOB$ の面積の比をできるだけ簡単な整数の比で書きなさい。

- 4 図で、双曲線 l は $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0, x > 0$)のグラフであり、放物線 m は $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。

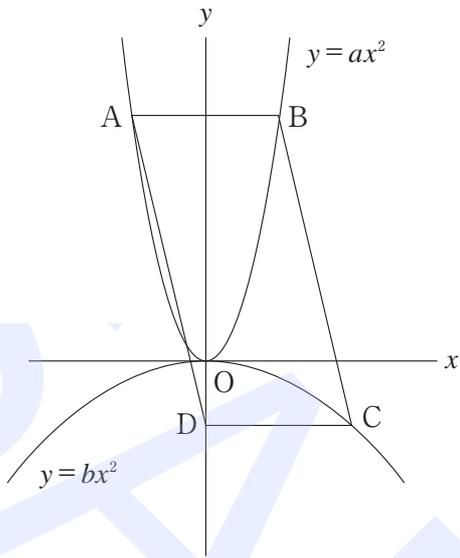
放物線 m 上に x 座標が正である点Pをとり、点Pから y 軸に垂線PQをひき、これと原点Oとで直角三角形PQOをつくる。 $\triangle PQO$ が直角二等辺三角形になるとき、頂点Pが l と m の交点と重なった。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) PQの長さを求めなさい。



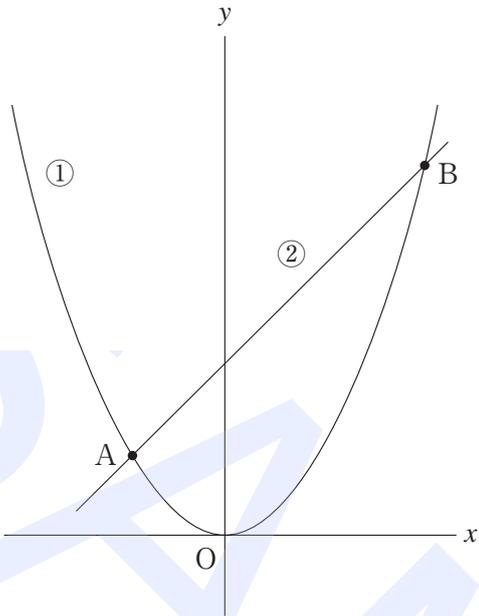
- (2) a の値を求めなさい。

- 5 図で、2点A, Bは関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点であり、 y 座標が等しい。点Cは $y=bx^2$ のグラフ上の点である。 y 軸上に点Dをとり四角形ABCDが平行四辺形になるようにした。点Aの座標が $(-2, 7)$ 、四角形ABCDの面積が36のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 図から判断できる a の値と b の値の符号について、正しい組み合わせを次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。
- | | | | |
|-----------|---------|-----------|---------|
| ア $a > 0$ | $b > 0$ | イ $a < 0$ | $b < 0$ |
| ウ $a < 0$ | $b > 0$ | エ $a > 0$ | $b < 0$ |
- (2) a の値を求めなさい。
- (3) 点Dの座標を求めなさい。
- (4) b の値を求めなさい。
- (5) 原点Oを通り、平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

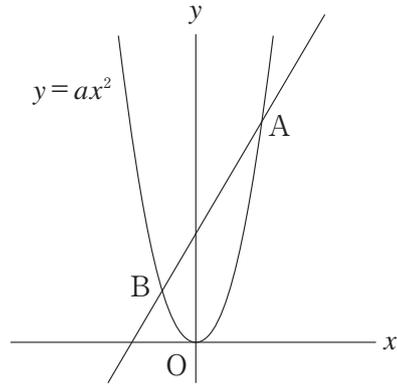
- 6 図の放物線①は $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフである。放物線①と直線②の交点をA, Bとする。Aのx座標が-3, Bのx座標が6である。次の問いに答えなさい。



- (1) 点Aのy座標を求めなさい。
- (2) 四角形ASOBが平行四辺形になるように、x座標、y座標がともに負である点Sをとった。
- ① 点Sの座標を求めなさい。
- ② 原点より上側のy軸上に点Tをとり、 $\triangle ABT$ をつくる。 $\triangle ABT$ と平行四辺形ASOBの面積が等しくなるとき、点Tのy座標を求めなさい。

7 図のように、放物線 $y=ax^2$ のグラフ上に、2点A, Bがある。点Aの座標が(2, 8)で、点Bの x 座標は負で、 y 座標が2のとき、次の問いに答えなさい。

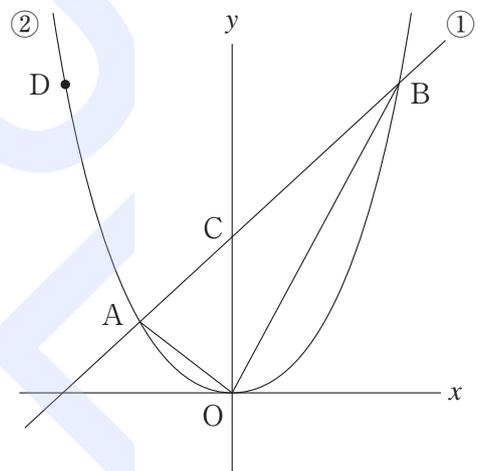
(1) 直線ABの式を求めなさい。



(2) 放物線と直線ABで囲まれた部分の中で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点の個数を求めなさい。ただし、放物線上や直線AB上の点はこのぞく。

8 図は、直線 $y=x+2$ …①と関数 $y=x^2$ …②を表している。点A, 点Bは①, ②の交点である。

(1) 点Aの座標を求めなさい。

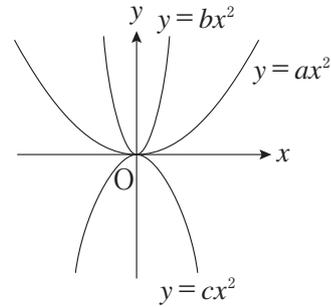


(2) 直線①と y 軸との交点をCとするととき $\triangle AOC$ の面積を求めなさい。

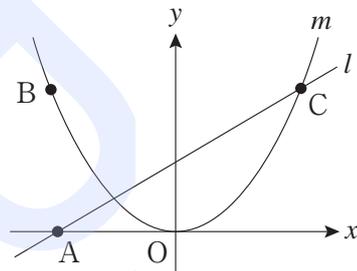
(3) 関数 $y=x^2$ 上の $x < 0$ の部分に $\triangle ABD$ の面積が $\triangle AOB$ の面積の2倍となる点Dをとった。点Dの座標を求めなさい。

入試編 A

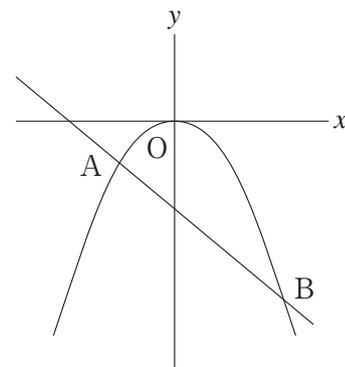
- 1 図は、3つの関数 $y=ax^2$ 、 $y=bx^2$ 、 $y=cx^2$ のグラフを、同じ座標軸を使ってかいたものである。3つの関数について、比例定数 a 、 b 、 c を小さい順に左から並べて書きなさい。(長野)



- 2 図において、 m は $y=ax^2$ (a は正の定数)のグラフを表す。Aは x 軸上の点であり、Aの x 座標は -5 である。B、Cは m 上の点であり、Bの x 座標はAの x 座標と等しく、Cの y 座標はBの y 座標と等しい。 l は2点A、Cを通る直線であり、その傾きは $\frac{3}{5}$ である。 a の値を求めなさい。(大阪)



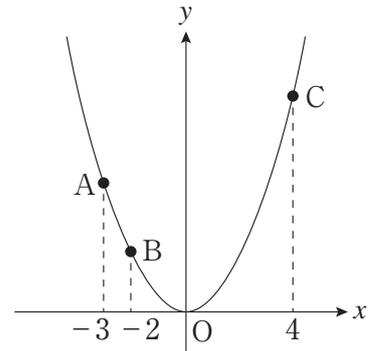
- 3 図のように、関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に2点A、Bがあり、A、Bの x 座標はそれぞれ -2 、 4 である。直線AB上に点Pがあり、直線OPが $\triangle OAB$ の面積を2等分しているとき、点Pの座標を求めよ。(鹿児島)



4 図は、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで、点A, B, Cはこのグラフ上の点である。点A, B, Cの x 座標はそれぞれ -3 , -2 , 4 である。このとき、次の問いに答えなさい。(高知)

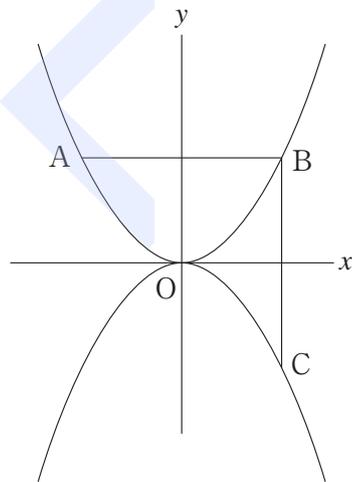
(1) 点Bの座標を求めよ。

(2) 2点A, Cを通る直線の式を求めよ。

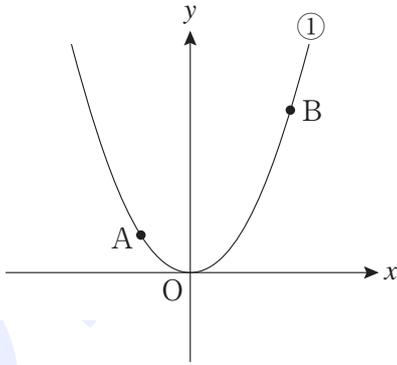


(3) このグラフ上に、 x 座標が 3 である点Dをとる。このとき、直線BDの傾きは $\frac{1}{2}$ である。このことからわかる2直線ACとBDの位置関係を利用すると、三角形ABDの面積と三角形CBDの面積は等しいと言える。その理由を、2直線ACとBDの位置関係を述べたうえで、言葉で説明せよ。

5 図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に2点A, Bがあり、関数 $y = -ax^2$ のグラフ上に点Cがあります。線分ABは x 軸に平行、線分BCは y 軸に平行です。点Bの x 座標が 1 、 $AB + BC = \frac{16}{3}$ のとき、 a の値を求めなさい。ただし、 $a > 0$ とします。(広島)



- 6 図のように、関数 $y=ax^2$ (a は正の定数)…① のグラフ上に、2点、A、Bがあります。点Aの x 座標を -2 、点Bの x 座標を 4 とします。点Oは原点とします。次の問いに答えなさい。(北海道)

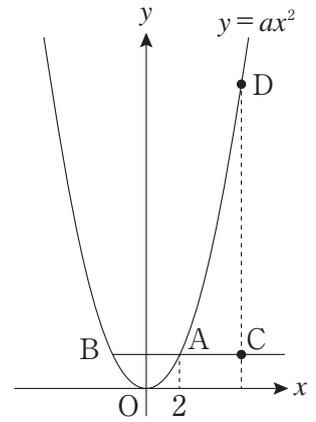


- (1) $a=2$ とします。①について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。
- (2) 2点A、Bを通る直線の傾きが1となるとき、 a の値を求めなさい。
- (3) $a=1$ とします。点Bと y 座標が等しい y 軸上の点をCとします。①のグラフ上に点Pをとり、点Pの x 座標を t とします。 $\triangle BCP$ の面積が14となるとき、 t の値を求めなさい。
ただし、 $-2 < t < 4$ とします。

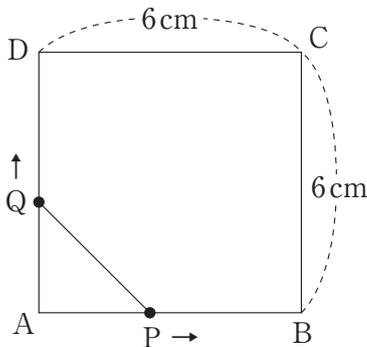
7 図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に、 x 座標が2である点Aと、点Aと y 座標が等しく x 座標が異なる点Bをとります。また、半直線BA上に $BC=2BA$ となる点Cをとり、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に、点Cと x 座標が等しい点Dをとります。ただし、 $a>0$ とします。次の問いに答えなさい。(宮城)

(1) 点Cの x 座標を求めなさい。

(2) 2点B, Dを通る直線の傾きが3のとき、 a の値を求めなさい。



8 図の正方形ABCDは、1辺の長さが6cmである。点P, Qは、同時に点Aを出発し、点Pは正方形の辺上を点B, Cの順に通って点Dまで毎秒1cmの速さで進んで止まる。点Qは正方形の辺上を点Dまで毎秒1cmの速さで進んで止まる。点P, Qが出発してから、 x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とする。点PがAB上にあるとき、 x と y の関係は、 $y=\frac{1}{2}x^2$ という式で表される。次の問いに答えなさい。(青森)

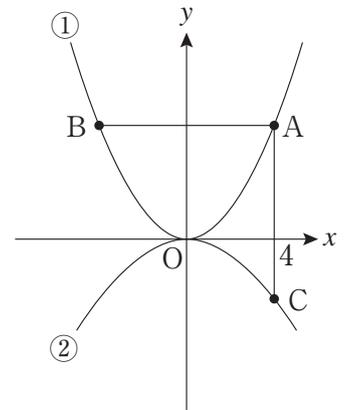


(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) $x=14$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $\triangle APQ$ の面積が16になるときの x の値をすべて求めなさい。

- 9 図で、点Oは原点であり、放物線①は関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフである。放物線②は関数 $y = ax^2$ のグラフで、 $a < 0$ である。2点A, Bは放物線①上の点で、点Aのx座標は4であり、線分ABはx軸に平行である。また、点Aを通り、y軸に平行な直線をひき、放物線②との交点をCとする。これについて、次の問いに答えなさい。(香川)

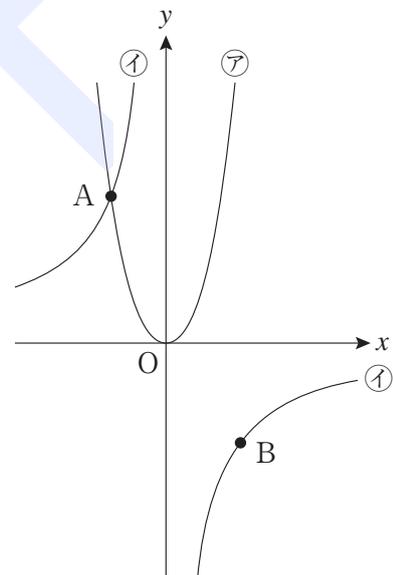


- (1) 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について、 x の値が1から5まで増加するときの変化の割合を求めよ。

- (2) 線分ABの長さと、線分ACの長さが等しくなるとき、 a の値を求めよ。

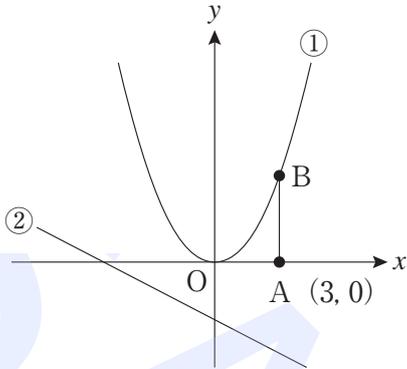
- 10 図において、㉞は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$)、㉟は関数 $y = -12x$ のグラフである。2点A, Bは㉟上の点であり、x座標はそれぞれ-2, 3である。また、㉞と㉟は点Aで交わっている。(秋田)

- (1) a の値を求めなさい。



- (2) 2点A, Bを通る直線の式を求めなさい。

11 図で、点Oは原点であり、点Aの座標は(3, 0)である。放物線①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフであり、直線②は関数 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ のグラフである。点Bは、放物線①上の点で、線分ABはy軸に平行である。これについて、次の問いに答えなさい。(香川)



(1) 次のア～オの関数のうち、そのグラフが、線分ABと交わるものはどれか。2つ選んで、その記号を書きなさい。

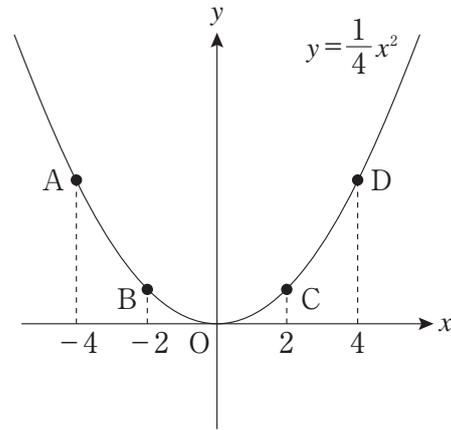
ア $y = -\frac{1}{2}x^2$ イ $y = \frac{1}{4}x^2$ ウ $y = x^2$ エ $y = -\frac{1}{x}$ オ $y = \frac{3}{x}$

(2) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq n$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$ となる整数 n の値をすべて求めなさい。

(3) 放物線①上に点Pをとり、その x 座標を a とする。また、点Pを通り、y軸に平行な直線をひき、直線②との交点をQとする。点P、点Qの y の座標がともに整数で、線分PQ上に、 y 座標が整数である点が点P、点Qを含めて全部で10個あるとき、 a の値を求めなさい。

入試編 B

- I 図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に4点A, B, C, Dがあり、それぞれの x 座標は -4 , -2 , 2 , 4 である。このとき、次の問いに答えなさい。(富山)

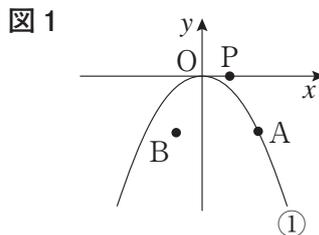


- (1) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
- (2) 直線CDと y 軸との交点の座標を求めなさい。
- (3) y 軸と直線AD, BCとの交点をそれぞれ点E, Fとする。四角形ABFEを y 軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

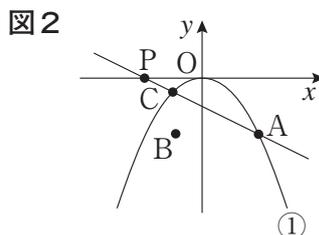
2 図1のように、関数 $y = -\frac{1}{4}x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフ上に点A(4, -4)があり、 x 軸上に点Pがある。

また、点B(-2, -4)がある。次の問いに答えなさい。(和歌山)

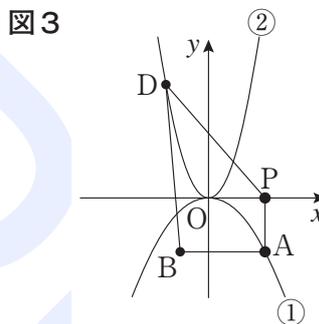
(1) $\triangle PAB$ が二等辺三角形となるPはいくつあるか、求めなさい。



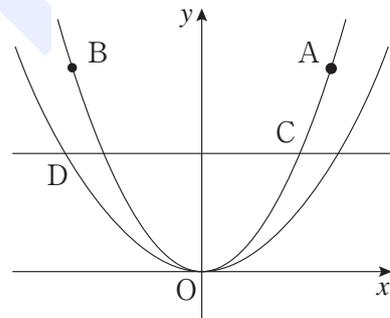
(2) 図2のように、①のグラフと直線APが、2点A, Cで交わっている。Cの x 座標が-2のとき、Pの座標を求めなさい。



(3) 図3のように、関数 $y = ax^2 (a > 0) \cdots \textcircled{2}$ のグラフ上に、 x 座標が-3である点Dがある。Pの x 座標が4のとき、四角形PABDの面積が50となるような a の値を求めなさい。



3 図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に、2点A(2, 4), B(-2, 4)と $0 < x < 2$ の範囲で動く点Cがあります。点Cを通り x 軸に平行な直線と、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフとの2つの交点のうち、 x 座標が小さい方をDとします。これについて、次の問いに答えなさい。(広島)



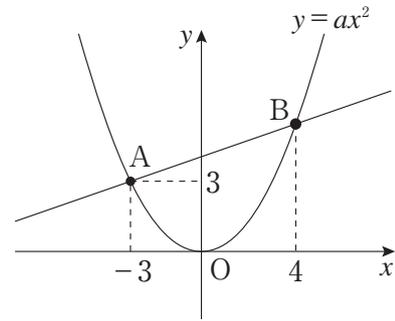
(1) 四角形BDCAが平行四辺形になるとき、線分CDの長さを求めなさい。

(2) $\triangle BDC$ と $\triangle DOC$ の面積が等しくなるとき、直線ODの式を求めなさい。

4 図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A, Bがあり、点Aの座標は $(-3, 3)$ 、点Bの x 座標は4である。直線AB上の点で、 x 座標と y 座標の値が等しい点をCとすると、次の問いに答えなさい。(兵庫)

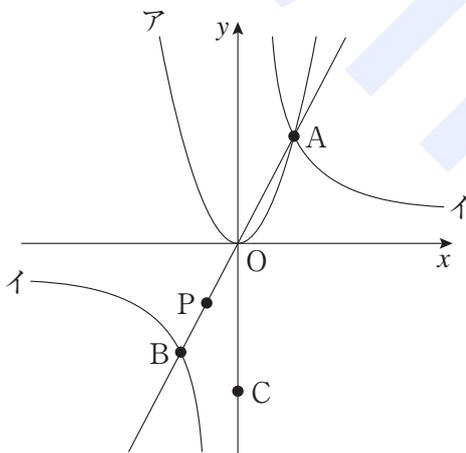
(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線ABの式を求めなさい。



(3) 点Cの座標を求めなさい。

5 図において、曲線アは関数 $y=x^2$ のグラフであり、曲線イは関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフである。曲線アと曲線イとの交点をA、原点を通る直線OAと曲線イとの交点のうち、点Aと異なる点をBとする。 y 軸上に点Cをとり、線分OB上に点Pをとる。点Aの x 座標が2、点Cの y 座標が -5 であるとき、次の問いに答えなさい。ただし、Oは原点とする。(茨城)



(1) a の値を求めなさい。

(2) $\angle BPC = 2\angle BOC$ であるとき、点Pの座標を求めなさい。

基本編

104~108 ページ

- I (1) $y=\pi x^2$ π (2) $y=\frac{1}{2}x^2$ $\frac{1}{2}$
 (3) $y=5\pi x^2$ 5π (4) $y=\frac{\pi}{4}x^2$ $\frac{\pi}{4}$
- II (1) $y=5x^2$ (2) $y=-x^2$
 (3) 50 (4) ± 6
- III (1) 原点 放物 下 y 軸
 (2) 小さい
- IV (1) ① $3 \leq y < 27$ ② $12 \leq y < 48$
 ③ $0 \leq y \leq 27$ ④ $0 \leq y \leq 48$
 (2) ① $-8 < y \leq -2$ ② $-50 < y \leq -18$
 ③ $-18 < y \leq 0$ ④ $-32 \leq y \leq 0$
- V (1) 21 (2) $a=3$ (3) $t=4$
- VI (1) 80m (2) 10秒後 (3) 40m
- VII (1) $y=3x^2$ (2) $y=6x$
- VIII (1) $a=1$ (2) A(-2, 4) B(3, 9)
 (3) 15 (4) ① $(\frac{1}{2}, \frac{13}{2})$ ② $y=13x$
- 発展(1) (2, 4)(1, 1)
 (2) (4, 16)(-3, 9)
 (3) (0, 0)(-2, 12)
 (4) $(1, 2)(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

実践編 A

109~118 ページ

- 1 ① 20 ② $a=-2, b=0$
 ③ $a=2$ ④ $a=3$
 ⑤ $a=-3$ ⑥ $t=2$
- 2 (1) $a=\frac{3}{4}$ (2) $b=12$
 (3) 9m/秒 (4) $p=11$
- 3 (1) (-1, 1) (2) $y=x+2$
 (3) $y=x$

解説

$\triangle AOB = \triangle APB$ より, $AB \parallel OP$ となる。直線OPの傾きは1。

- 4 (1) $p=3$ $q=\frac{1}{4}$

解説

2点A, Bのx座標を①②の式に代入。
 $-2+p=4q, 6+p=36q$ 。

連立方程式を解いて $p=3$ $q=\frac{1}{4}$

- (2) 36

解説

$\triangle AHB$ の面積 = (点Bのy座標) \times {(点Bのx座標) - (点Aのx座標)} $\div 2 = (6+3) \times (6 - (-2)) \div 2 = 36$ 。

- (3) $\triangle ADH : \triangle ABE = 1 : 2$

解説

$\triangle ABE = \triangle ABH - \triangle BEH = 36 - (6 \times 9 \times \frac{1}{2}) = 9$ 。

$\triangle ADH = (6+3) \times 1 \times \frac{1}{2} = 4.5$ 。

$\triangle ADH : \triangle ABE = 1 : 2$ です。

- 5 (1) $a=\frac{1}{9}$

解説

Pの座標は, (-2, 4), Qの座標は, (2, 4)とPQ = QRから, Rの座標は, (6, 4)となり

$$36a = 4 \quad a = \frac{1}{9}$$

- (2) 8 : 9

解説

Sのx座標をtとすると, Sの座標は(t, 0), Qの座標は(t, t²), Tの座標は(t, $\frac{1}{9}t^2$)となり,

$$QT : QS = \frac{8}{9}t^2 : t^2 = 8 : 9$$

- 6 (1) 12 (2) (2, 2)
 7 (1) (-1, 1) (2) $a=2, b=3$
 (3) 24 (4) 6
 8 (1) 3 (2) (-6, -36)
 (3) $t=\frac{3}{2}$

解説

$\angle ABC = 90^\circ$ なので, $AB = BC$ の二等辺三角形になります。ABの長さは, $\frac{1}{3}t^2 - (-t^2) = \frac{4}{3}t^2$ で,

$BC = B$ のx座標 $\times 2 = 2t$ です。

$\frac{4}{3}t^2 = 2t$ を解くと, $t=0, \frac{3}{2}$ となり, $t > 0$ より, $t = \frac{3}{2}$ です。

- 9 (1) $a=1$ $b=-1$

解説

$y=ax^2$ が点D(2, 4)を通るので代入すると $a=1$ です。 $1=b^2$ より $b < 0$ なので $b=-1$ です。 $y=ax^2$ が点D(2, 4)を通るので代入すると $a=1$ です。 $1=b^2$ より $b < 0$ なので $b=-1$ です。

- (2) $y=-x+3$

解説

(1)の結果より, 点Aの座標は(-1, 4)と分かりま

す。ACを結ぶ直線は傾き -1 なので $y=-x+k$ とおくことができ点A $(-1, 4)$ を通るので代入すると $k=3$ となります。

(3) $\frac{1}{4}$

解説

$y=x+2$ …①, $y=-x+3$ …②, y 軸とで囲まれた三角形を求めます。①②の交点の x 座標は $\frac{1}{2}$ 。①と②の y 切片の差は 1 なので、三角形の面積は $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ です。

- 10** (1) 8 (2) $a=4$
(3) 24 (4) $y=2x+6$

解説

点Bの座標は $(-2, 2)$ 。ACの中点をEとすると点Eの座標は $(2, 10)$ 。2点B, Eを通る直線が面積を2等分します。

11 $a=\frac{1}{3}$

解説

Pの座標を $(t, 0)$ とすると、
Rの座標は (t, at^2) 、Qの座標は (t, t^2) より、
 $QR:RP=(t^2-at^2):at^2=2:1$ より

$$t^2-at^2=2at^2 \quad t^2-3at^2=0 \quad t^2(1-3a)=0 \quad a=\frac{1}{3}$$

- 12** (1) 1 (2) $y=x+3$
(3) 18

解説

(1)の変化の割合1と(2)の直線の傾き1が等しいので、原点Oを通り直線ABと平行な直線 m と $y=\frac{1}{4}x^2$ との交点Pの x 座標は4と分かります。直線ABと y 軸との交点をQとすると、
四角形OPBAの面積 $=\triangle OPA+\triangle APB=\triangle OPQ+\triangle OAB=3 \times 4 \div 2 + 3 \times \{6 - (-2)\} \div 2 = 18$ 。

- 13** (1) A(2, 4) B(2, 2)
(2) $(\sqrt{2}, 2)$
(3) $\sqrt{2}:(2-\sqrt{2})$

14 (3, 9)

解説

Aの座標を $(t, 0)$ とすると、Pの座標は (t, t^2) となる。 $t^2+t=12$
 $t=3, -4$ Pは第一象限より $t=3$ よって座標は(3, 9)である。

- 15** (1) ① x ② y ③ q ④ p ⑤ ap^2
⑥ $q-p$ ⑦ $q+p$
(2) $p+q=\frac{4}{3}$ (3) $a=1$

実践編 B

119~124 ページ

- 1** (1) 5 (2) $(-2, 4)$
(3) $y=2x+8$ (4) 16

解説

点Oは $y=2x$ 上にある。等積変形の考え方から $y=2x, y=2x+8, y=2x+16$ の3つの直線を並べると点Pは $y=2x+16$ の上にあることがわかる。

ポイント 等積変形を利用しましょう。

2 (1) $a=\frac{1}{4} \quad b=9$

解説

関数 $y=ax^2$ の式に点A $(-2, 1)$ を代入。

$$1=a \times (-2)^2 \text{より } a=\frac{1}{4}$$

$y=\frac{1}{4}x^2$ の式に $x=-6$ を代入すると $b=9$ が分かります。

- (2) (0, 3)

解説

点Cは y 軸について点Bと対称な点です。線分APと線分BPの長さの和が最小となるのは点Pが直線ACと y 軸との交点にくるときです。点Cの座標は(6, 9)より、ACの直線の式は $y=cx+d$ に $(-2, 1)$ (6, 9)を代入して c, d の値を求めます。 $c=1 \quad d=3$ になります。直線ACと y 軸との交点は(0, 3)です。

- (3) 4:1

解説

線分BCを底辺として考えると、 $\triangle ABC$ の面積 $=BC \times \{(Bのy座標) - (Aのy座標)\} \div 2 = 12 \times (9-1) \div 2 = 48$ 。同様に $\triangle PBC$ の面積 $=BC \times \{(Bのy座標) - (Pのy座標)\} \div 2 = 12 \times (9-3) \div 2 = 36$ 。 $\triangle APB$ の面積 $=\triangle ABC$ の面積 $-\triangle PBC$ の面積 $=48-36=12$ となり求める比は4:1です。

- 3** (1) $a=2$ (2) 2:1

解説

点Aの座標は $(-1, a)$ 点Bの座標は $(2, 4a)$ です。このことから直線ABの式を求めると $y=ax+2a$ となります。直線ABと y 軸との交点をEとすると点Eの座標は $(0, 2a)$ になります。 $\triangle AOB$ の面積は $\triangle AOE+\triangle BOE$ で、また、 $BD=4$ 。 $\triangle ABD$ でBDを底辺としたときの高さは点Bの y 座標-点Aの y 座標 $=3a$ となることから
 $\triangle ABD:\triangle AOB=4 \times 3a \div 2 : (2a \times 1 \div 2 + 2a \times 2 \div 2) = 2:1$

- 4** (1) 4

解説

PQ=QOとなればよいので、 $y=\frac{1}{4}x^2$ のx座標とy座標が等しくなります。

$x=\frac{1}{4}x^2$ を解くと $x=0, 4$ 。PQの長さは4です。

(2) 16

解説

$y=\frac{a}{x}$ に、 $x=4, y=4$ を代入して $a=16$ です。

5 (1) 工 (2) $a=\frac{7}{4}$

(3) (0, -2)

解説

点AとBはy座標が等しいので、点Bの座標は(2, 7)です。ABの長さは4となります。ABの中点をEとすると、Eの座標は(0, 7)で平行四辺形ABCDの面積が36なのでEDの長さは $36 \div 4 = 9$ です。よってDの座標は(0, -2)です。

ポイント 平行四辺形の面積を二等分する直線は、平行四辺形の2つの対角線の交点を通ります。

(4) $b=-\frac{1}{8}$ (5) $y=\frac{5}{2}x$

解説

求める直線は、平行四辺形の対角線の交点(BDの中点)を通ります。BDの中点は

$(\frac{0+2}{2}, \frac{-2+7}{2})$ より $(1, \frac{5}{2})$ よって $y=\frac{5}{2}x$ 。

6 (1) 3

解説

点Aは点Bからみるとx座標が9、y座標が9それぞれ小さい点なので、同様に点Sは原点Oからみるとx座標が9、y座標が9それぞれ小さくなる点になります。

(2) ① (-9, -9) ② 18

解説

直線②とy軸との交点をC(0, 6)とします。平行四辺形ASOBの面積は△OABの面積の2倍であるから、△ABTの面積が△OABの面積の2倍になればよい。

△ABTの面積=CT×(Bのx座標-Aのx座標)÷2=CT×(6-(-3))÷2=CT×9÷2。△OABの面積=OC×(Bのx座標-Aのx座標)÷2=OC×9÷2。よってCT=2OCと分かります。

7 (1) $y=2x+4$ (2) 6個

解説

直線AB： $y=2x+4$ は点(0, 4)(1, 6)を通ります。放物線： $y=2x^2$ は点(-1, 2)(0, 0)(1, 2)(2, 8)を通ります。よって放物線と直線ABで囲まれた

部分の中で、x座標、y座標がともに整数であるのは(0, 1)(0, 2)(0, 3)(1, 3)(1, 4)(1, 5)の6つの点です。

8 (1) (-1, 1)

解説

$y=x+2$ と $y=x^2$ の連立方程式を解きます。

(2) 1 (3) (-2, 4)

解説

点Dは $y=x+6$ の上にあることを見つけよう。

$y=x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めればよい。

入試編 A

125~130ページ

1 c, a, b

2 $a=\frac{6}{25}$

解説

A(-5, 0), B(-5, 25a), C(5, 25a)である。

直線ACの傾きから、 $\frac{25a-0}{5-(-5)}=\frac{3}{5}$

これをといて、 $a=\frac{6}{25}$

3 (1, -5)

解説

△OAP=△OPBだから、AP=PBで、点Pは線分ABの中点である。A(-2, -2), B(4, -8)よりP(1, -5)である。

4 (1) (-2, 2) (2) $y=\frac{1}{2}x+6$

(3) 直線ACの傾きは $\frac{1}{2}$ であるから、2直線ACとBDの傾きは等しい。このことから、AC//BDがいえる。

△ABDと△CBDについて、辺BDを底辺とみると、AC//BDより、△ABDと△CBDの高さは等しい。したがって、底辺が共通で、高さの等しい2つの三角形の面積は等しいので、△ABD=△CBDがいえる。

5 $a=\frac{5}{3}$

解説

A(-1, a), B(1, a), C(1, -a)より、AB+BC=2+2a= $\frac{16}{3}$ よって、 $a=\frac{5}{3}$

6 (1) $0 \leq y \leq 32$ (2) $a=\frac{1}{2}$

(3) $t=3$

解説

B(4, 16), C(0, 16), P(t, t^2)

だから、 $\triangle BCP$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (16 - t^2) = 14$$

$$t^2 = 9 \quad -2 < t < 4 \text{より}, t = 3$$

7 (1) 6 (2) $a = \frac{3}{4}$

解説

$B(-2, 4a)$, $D(6, 36a)$ 直線 BD の傾きが 3 であるから、 $\frac{36a - 4a}{6 + 2} = 3$

よって、 $a = \frac{3}{4}$

8 (1) 4 (2) $y = 12$

(3) $4\sqrt{2}$ $\frac{38}{3}$

解説

面積が 16 のとき、 P は AB および CD 上にある。 AB 上にあるとき、 $\frac{1}{2}x^2 = 16$ より、 $x = \pm\sqrt{32}$ $x > 0$ より、 $x = 4\sqrt{2}$ CD 上にあるとき、 $y = 3(18 - x)$ であるから、 $3(18 - x) = 16$ これを解くと、 $x = \frac{38}{3}$

9 (1) 2 (2) $a = -\frac{1}{6}$

解説

$A(4, \frac{16}{3})$, $B(-4, \frac{16}{3})$, $C(4, 16a)$ であるから、

$AB = AC$ より、 $8 = \frac{16}{3} - 16a$ これより、 $a = -\frac{1}{6}$

10 (1) $a = \frac{3}{2}$ (2) $y = -2x + 2$

11 (1) $\text{イ} \cdot \text{オ}$ (2) 0, 1, 2, 3

(3) $a = -4$

解説

点 P , Q の y 座標はそれぞれ $\frac{1}{2}a^2$, $-\frac{1}{2}a - 3$ となる。

線分 PQ 上の y 座標が整数である点の個数が点 P , Q を含めて全部で 10 個あるから、

$$\frac{1}{2}a^2 - \left(-\frac{1}{2}a - 3\right) + 1 = 10 \quad \text{整理すると,}$$

$a^2 + a - 12 = 0$ これより $a = -4, 3$ 点 P と点 Q の y 座標はともに整数だから、 $a = 3$ は問題に合わない。よって、 $a = -4$ である。

ポイント 最後に解の確認を忘れないようにしましょう。

入試編 B

131~132 ページ

I (1) $-\frac{3}{2}$ (2) (0, -2)

(3) 28π

解説

直線 AB と y 軸との交点は (0, -2) よって、求める

体積は、 $\frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 3 = 28\pi$

2 (1) 5 個

解説

$PA = PB$ のとき... 1 個

$AP = AB$ のとき... 2 個 ($\angle BAP$ が鋭角のときと鈍角のとき)

$BP = BA$ のとき... 2 個 ($\angle ABP$ が鋭角のときと鈍角のとき)

(2) $P(-4, 0)$

解説

C の座標は、(-2, -1), 直線 AP の傾きは $-\frac{1}{2}$

より 直線 $AP: y = -\frac{1}{2}x - 2$ $y = -\frac{1}{2}x - 2$ に

$y = 0$ を代入すると、 $x = -4$ よって、 $P(-4, 0)$

(3) $a = \frac{8}{9}$

解説

点 D から x 軸にひいた垂線と、直線 AB との交点を E とする。点 $D(-3, 9a)$, 四角形 $PABD =$ 台形 $PAED -$ 三角形 BED より、

$$(4 + 9a + 4) \times (6 + 1) \times \frac{1}{2} - (9a + 4) \times 1 \times \frac{1}{2} = 50$$

これを解いて、 $a = \frac{8}{9}$

3 (1) 4 (2) $y = -x$

解説

辺 CD を共通な底辺とみれば、高さが等しいとき面積が等しくなる。直線 CD が $y = 2$ のときであるから、 $D(-2, 2)$ である。よって、直線 OD は、 $y = -x$

4 (1) $a = \frac{1}{3}$ (2) $y = \frac{1}{3}x + 4$

(3) $C(6, 6)$

解説

$C(d, d)$ とおくと、点 C は直線 AB 上にあるから

$$d = \frac{1}{3}d + 4 \quad \text{よって, } d = 6$$

5 (1) $a = 8$ (2) $(-\frac{5}{4}, -\frac{5}{2})$

解説

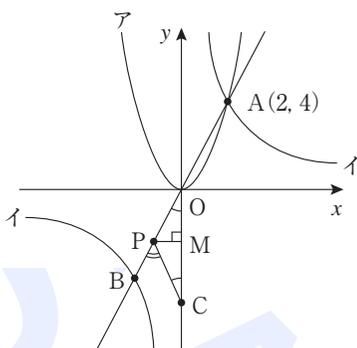
$\triangle OPC$ において、 $\angle POC + \angle OCP = \angle BPC$ よって、 $\angle OCP = \angle BPC - \angle POC =$

$$2\angle BOC - \angle BOC = \angle BOC$$

これより、 $\triangle OPC$ は $OP = CP$ の二等辺三角形であり、 P から OC に垂線 PM をおろすと、 M は OC の中点である。

したがって、P、Mのy座標は $-5 \div 2 = -\frac{5}{2}$

直線OA: $y=2x$ に $y=-\frac{5}{2}$ を代入して、 $x=-\frac{5}{4}$



ポイント $\triangle OPC$ は $OP=CP$ の二等辺三角形となります。

基本編

131~141 ページ

I (1) 2:3 (2) 15cm (3) 8cm (4) 110°

II (1) $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ において、

$\angle ADO = \angle CBO$ (錯角) …①

$\angle OAD = \angle OCB$ (錯角) …②

[$\angle AOD = \angle COB$ (対頂角)] ①, ②より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AOD \sim \triangle COB$

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、

$\angle ABC = \angle DEF$ …①

$AB:DE = 6:4 = 3:2$ …②

$BC:EF = 9:6 = 3:2$ …③ ①~③より2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

(3) $\triangle ABC$ と $\triangle ADB$ において、

$\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ …①

$\angle BAC = \angle DAB$ (共通) …②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \sim \triangle ADB$

III (1) 8cm (2) 6cm (3) 4cm

IV (1) 9cm (2) 4cm

V (1) 3cm (2) 20cm

VI (1) $x = \frac{18}{5}$ $y = \frac{36}{5}$ (2) $x = 12$

VII $x = 16$

VIII (1) $x = 9$ (2) $x = 25$

IX (1) $\triangle ABD$ と $\triangle CBD$ において、点E、F、G、Hは各辺の中点であるから、中点連結定理より、 $EH \parallel BD$ かつ $BD = 2EH$ $FG \parallel BD$ かつ、 $BD = 2FG$ これより、 $EH \parallel FG$ かつ $EH = FG$ よって、1組の向かい合う辺が平行で等しいから、四角形EFGHが平行四辺形である。

(2) $\triangle ABD$ と $\triangle BCD$ において、点E、F、Gは各辺の中点であるから中点連結定理により、 $AB = 2EG$ 、 $CD = 2FG$ ここで、 $AB = DC$ より、2辺の長さが等しいから、 $\triangle EFG$ が二等辺三角形である。

X (1) 64cm^2 (2) 50cm^2

(3) ① 240cm^3 ② 54cm^3

実践編 A

142~151 ページ

1 (1) ① $\triangle CBD$ ② 6cm

(2) ① 二組の辺の比が等しくその間の角が等しい