数学I

数学 I

特　色

本書は，学習指導要領をふまえ，各単元の標準的なレベルの問題を，年間を通じてじっくり完全マスターし，あわせて，受験への基礎対策用としても使用できるように編集されています。

数学は体系が整然としている学問ですから，1つの単元を把握するためには，それを構成している基本事項を正確に理解し，さらに，その単元における典型的な問題の解法パターンを習得することが必要です。

そこで本書では，各単元において，基本事項や重要事項を習得するための基本レベルの問題を取り上げ，それらを反復練習することでまず基礎を固め，続いて，単元の内容をより深く理解する上で必須となる標準レベルの問題を精選して，その解き方をパターンとして学ぶことによって，幅広い応用力が定着するようにしました。

構　成

○数学 I で学習する事項を，4 章 38 セクションに分けました。
○各セクションは原則として見開き 2 ページ構成で，年間計画がたてやすいよう配慮されています。

☆1セクションの構成

（セクション）

学習の要点	言葉による基本事項の説明。 公式や計算法則の例示。
↓	
基本問題	新しく学習する内容についての理解度をチェックする。 基本レベルの問題で構成。
↓	
例　題	単元を代表する標準レベルの問題を，解き方のパターンをも含めて学習する。
↓	
標準問題 発展問題	例題の関連問題を解きながら，応用範囲の広い実戦力の養成をめざす。
↓	
章末問題	章全体のまとめと，程度の高い問題で応用力を養う。

もくじ

1章 数と式

2章 2次関数

3章 図形と計量

4章 データの分析

第 1 章　数と式

1　整式の加法・減法，指数法則

★学習の要点★

❶ **整式の整理**

　ある文字について加減乗の範囲内の演算を含むもの（単項式と多項式を合わせたもの）を**整式**という。整式を整理するとき，ある文字について次数の高い項から順に並べることを，その文字について**降べきの順**に整理するという。

❷ **計算の基本法則**

(1)　交換法則　$a+b=b+a$，$ab=ba$

(2)　結合法則　$(a+b)+c=a+(b+c)$，$(ab)c=a(bc)$

(3)　分配法則　$a(b+c)=ab+ac$

❸ **指数法則**

(1)　m，n が正の整数のとき，$a^m\times a^n=a^{m+n}$，$(a^m)^n=a^{mn}$，$(ab)^n=a^nb^n$

(2)　m，n が正の整数で，$a\neq 0$ のとき，$\dfrac{a^m}{a^n}=\begin{cases} m>n \text{ のとき} & a^{m-n} \\ m=n \text{ のとき} & 1 \\ m<n \text{ のとき} & \dfrac{1}{a^{n-m}} \end{cases}$

●基本問題●●

1　［**整式**］　次の問いに答えよ。

(1)　a，b の単項式 $-4a^2b$ の次数と係数をいえ。

(2)　整式 x^3y+xy^2-6x+4 を x についての整式とみたとき，その次数と各項の係数をいえ。

(3)　次の式を x について降べきの順に整理せよ。

①　$x^2-9x-3+6x-x^3-2x^2$　　②　$abx-4a+cx^2-6x-x^2$

2　［**整式の加法・減法**］　次の計算をせよ。

(1)　$(2x^2-x+1)+(x^2+3x-2)$　　(2)　$3x^3-4x^2-5-(2x^3+3x^2-x+7)$

(3)　$2(x-2y+3)$　　(4)　$3x^2-2(x-x^2)$

3　［**指数法則**］　次の計算をせよ。

(1)　$a^2\times a^3\times a$　　(2)　$\{(a^3)^2\}^3$

(3)　$(-2x^3y)^3$　　(4)　$(-6ab^2)^2\div(-3a^2b)$

例題 1 整式の加減

$A=3x^2-xy+6y^2$，$B=4x^2-2xy$，$C=2x^2+4xy+2y^2$ のとき，次の式を計算せよ。

(1)　$A-B+C$　　　　(2)　$3(A-2B)-\{A-3(B+C)\}$

着眼点 (1)　$-B$ は $-(4x^2-2xy)$ と(　)をつけて代入する。　(2)　式を簡単にしてから代入する。

解 (1)　$A-B+C=3x^2-xy+6y^2-(4x^2-2xy)+2x^2+4xy+2y^2$

$=3x^2-4x^2+2x^2-xy+2xy+4xy+6y^2+2y^2=x^2+5xy+8y^2$……答

(2)　$3(A-2B)-\{A-3(B+C)\}=2A-3B+3C$

$=2(3x^2-xy+6y^2)-3(4x^2-2xy)+3(2x^2+4xy+2y^2)$

$=6x^2-2xy+12y^2-12x^2+6xy+6x^2+12xy+6y^2$

$=6x^2-12x^2+6x^2-2xy+6xy+12xy+12y^2+6y^2=16xy+18y^2$……答

4 類題 $A=x^2-3xy+2y^2$，$B=x^2-2xy-3y^2$，$C=2x^2-5y^2$ のとき，次の式を計算せよ。

(1)　$2A-3B$　　　　(2)　$A-B-(B-3C)$

▶ 標準問題 ◀◀

5 次の各組で，2 式の和を求めよ。また，左の式から右の式を引け。

(1)　$2x^3-x^2+4$，$-14x^3+2x+1$　　　　(2)　$\frac{1}{2}x^2-3xy+\frac{1}{4}y^2$，$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}xy+y^2$

6 次の問いに答えよ。

(1)　$2x^2-3x-5$ を引くと x^2-1 になる整式を求めよ。

(2)　$-3x^2+5x-1$ から引くと $-2x^2$ になる整式を求めよ。

7 次の計算をせよ。

(1)　$(-2a)^3\times(3a^2b^3)^3\div(6a^2b)^2$　　　　(2)　$\frac{1}{15}xy\div\left(-\frac{49}{25}x^2y^3z\right)\times(-7xyz^2)^2$

◆ 発展問題 ◆◆

8 $A+2B=x^2-3x-4$，$A-B=5-2x^2$ のとき，整式 A，B を求めよ。

ヒント A，B についての連立方程式と考える。

2 展開の公式

★学習の要点★

❶ 整式の乗法公式

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(4) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(5) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

(6) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$　(7) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(8) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$　(9) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

●基本問題●●

9 ［$(a\pm b)^2$ の展開］ 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+3)^2$　(2) $(-a+4)^2$

(3) $(3a+2b)^2$　(4) $(ax-by)^2$

10 ［$(a+b)(a-b)$，$(x+a)(x+b)$ の展開］ 次の式を展開せよ。

(1) $(5+x)(5-x)$　(2) $(2a-3b)(2a+3b)$

(3) $(x+2y)(x+y)$　(4) $(a+b)(a-3b)$

11 ［$(ax+b)(cx+d)$ の展開］ 次の式を展開せよ。

(1) $(a+4)(2a+1)$　(2) $(2x-3)(3x+1)$

(3) $(x-3y)(3x-4y)$　(4) $(3a+4b)(5a-2b)$

12 ［$(a\pm b)^3$，$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$ の展開］ 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^3$　(2) $(x-3y)^3$

(3) $(2x+y)^3$　(4) $(3x-4y)^3$

(5) $(a+3)(a^2-3a+9)$　(6) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$

(7) $(2t+1)(4t^2-2t+1)$　(8) $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

例題 ② 式の展開

次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)(x-1)(x^2+1)$　　(2)　$(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

着眼点 (1)　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を利用する。　(2)　$a^2+b^2=A$ とおくとよい。

解 (1)　与式$=(x^2-1)(x^2+1)=(x^2)^2-1=x^4-1$……答

(2)　$a^2+b^2=A$ とおくと，与式$=(A+ab)(A-ab)=A^2-(ab)^2=(a^2+b^2)^2-a^2b^2$

$=a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2=a^4+a^2b^2+b^4$……答

13 **類題** 次の式を展開せよ。

(1)　$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$　　(2)　$(2x^2-3x+3)(2x^2+x+3)$

▶ 標準問題 ◀◀

14 次の式を展開せよ。

(1)　$(3x-4)(x-2)$　　(2)　$(4a+b)(2a-3b)$

(3)　$(2x-3)^3$　　(4)　$(a+4b)^3$

(5)　$(x+5)(x^2-5x+25)$　　(6)　$(4a-5b)(16a^2+25b^2+20ab)$

15 次の式を展開せよ。

(1)　$(a+b+c)^2$　　(2)　$(x^2-2x-3)^2$

(3)　$(a-2b+c)(a+2b+c)$　　(4)　$(2x^2-3x+1)(2x^2+3x-1)$

16 次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)(x-2)(x+2)(x-1)$　　(2)　$(x+1)(x-2)(x-3)(x-6)$

(3)　$(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$　　(4)　$(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$

◆ 発展問題 ◆◆

17 $x+y=a$，$xy=b$ とするとき，次の式を a，b で表せ。

(1)　x^2+y^2　　(2)　x^3+y^3　　(3)　x^4+y^4

ヒント (3)は，$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ と変形して求める。

3 因数分解(1)

★学習の要点★

❶ 因数分解

整式を，2つ以上の整式の積の形に表すことを，**因数分解する**という。

❷ 因数分解の公式

(1) $ma+mb=m(a+b)$

(2) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$　　(3) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

(4) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(5) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(6) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

(7) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$　　(8) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

●基本問題●●

18 [2次式の因数分解①]　次の式を因数分解せよ。

(1) x^2+6x+9　　(2) $9x^2+6xy+y^2$

(3) $a^2-10a+25$　　(4) $8a^2-24ab+18b^2$

(5) $9x^2y^2-25z^2$　　(6) x^3y-xy

(7) $a^2+4a-12$　　(8) $a^3-15a^2b-54ab^2$

19 [2次式の因数分解②]　次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2+7x+6$　　(2) $2x^2+5x-3$

(3) $3x^2-10x+8$　　(4) $3x^2-2x-8$

(5) $6x^2-35x-6$　　(6) $6a^2+5a-6$

(7) $5a^2+12ab+4b^2$　　(8) $6a^2+ab-2b^2$

(9) $4x^2-8xy+3y^2$　　(10) $10a^2-9ab-9b^2$

20 [3次式の因数分解]　次の式を因数分解せよ。

(1) x^3+8　　(2) a^3-1

(3) $8a^3+27b^3$　　(4) $125-27x^3$

(5) $9a^3+72b^3$　　(6) $54x^3-16y^3$

例題 3 いろいろな因数分解①

次の式を因数分解せよ。

(1)　$(a^2-a+1)(a^2-a+2)-12$　　(2)　x^3+x^2+x+1

着眼点 (1)　$a^2-a=A$ とおきかえる。　(2)　組み合わせをくふうして，共通因数を見つける。

解 (1)　$a^2-a=A$ とおく。

与式$=(A+1)(A+2)-12=A^2+3A-10=(A-2)(A+5)$

$=(a^2-a-2)(a^2-a+5)=(a+1)(a-2)(a^2-a+5)$……答

(2)　与式$=(x^3+x^2)+(x+1)=x^2(x+1)+(x+1)$

$=(x+1)(x^2+1)$……答

21 類題 次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-16$　　(2)　$(x+y)(x+y-1)-12$

(3)　x^3-3x^2-x+3　　(4)　x^2-y^2+2y-1

▶ 標準問題 ◀◀

22 次の式を因数分解せよ。

(1)　$7x^2-12x-4$　　(2)　$5a^2-7a+2$

(3)　x^3-3x^2-18x　　(4)　a^3b-ab^3

(5)　$(a-b)^2-(c-d)^2$　　(6)　$ax^2-(a^2+5)x+5a$

(7)　x^6-y^6　　(8)　a^6-26a^3-27

23 次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x+y)^2-5(x+y)-14$　　(2)　$2(a-2b)^2+9(a-2b)-5$

(3)　$(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)+6$　　(4)　$x(x+1)(x+2)(x+3)-8$

(5)　$x^3-4x^2-5x+20$　　(6)　$x^2-y^2-z^2+2yz$

(7)　$4x^2-y^2-4x+1$　　(8)　$(a^2+b^2-1)^2-4a^2b^2$

◆ 発展問題 ◆◆

24 次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x^2-5x+6)(x^2+3x+2)-60$　　(2)　$4(ab+cd)^2-(a^2+b^2-c^2-d^2)^2$

ヒント (1)まず，x^2-5x+6，x^2+3x+2 をそれぞれ因数分解する。　(2)$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ の利用。

4 因数分解(2)

★学習の要点★

❶ 因数分解の基本

(1) 共通因数をくくり出す。

(2) 公式にあてはめる。

(3) 式の中に同じ形をしている部分があれば，その部分を A などとおきかえる。

(4) 項を組み合わせることにより，共通因数を導き出すか，a^2-b^2 の形の式を導く。

❷ やや複雑な因数分解

(1) 2つ以上の文字を含む式では，最も次数の低い文字について式を整理する。
このことにより，共通因数が現れたり，公式を適用できる形になる。

(2) ax^4+bx^2+c の形(複2次式)の因数分解では，$x^2=X$ などとおきかえて，X の2次式を因数分解する。もし，おきかえても因数分解できないときは，式を変形して A^2-B^2 の形に導く。

● 基本問題 ●●

25 **[1文字について整理する因数分解①]**　次の式を因数分解せよ。

(1) $xy+x+y+1$　　(2) $x^2-y^2+xz+yz$

(3) ab^2-b^2+a-1　　(4) $a^2b-b^3+b^2c-a^2c$

26 **[1文字について整理する因数分解②]**　次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+(3y+1)x+y(2y+1)$　　(2) $x^2-(2y-1)x+(y+2)(y-3)$

(3) $2x^2+(5y-3)x+(y-1)(2y-1)$　　(4) $2x^2-(3y-1)x+(y+1)(y-1)$

27 **[複2次式の因数分解①]**　次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-x^2-6　　(2) $x^4-3x^2y^2-4y^4$

(3) $4x^4+7x^2-2$　　(4) $4x^4+15x^2y^2-4y^4$

28 **[複2次式の因数分解②]**　次の式を，例にならって因数分解せよ。

例　$x^4+x^2+1=(x^2+1)^2-x^2=(x^2+1+x)(x^2+1-x)=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(1) x^4+7x^2+16　　(2) a^4+4

(3) x^4-6x^2+1　　(4) $a^4-11a^2b^2+b^4$

例題 4 いろいろな因数分解②

次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2b-2a^2c-ab^2+2b^2c$　　(2) $2x^2+xy-3y^2+5x+10y-3$

着眼点 最も次数が低い文字について整理する。次数が同じときは，どれか 1 つの文字について整理。

解 (1) a と b は 2 次，c は 1 次だから，c について整理する。

与式$=(-2a^2+2b^2)c+(a^2b-ab^2)=-2(a+b)(a-b)c+ab(a-b)$

$=(a-b)\{-2(a+b)c+ab\}=(a-b)(ab-2bc-2ca)$……答

(2) 与式$=2x^2+(y+5)x-(3y^2-10y+3)$

$=2x^2+(y+5)x-(3y-1)(y-3)$

$=(2x+3y-1)(x-y+3)$……答

$$\begin{array}{llcr} 2 & 3y-1 & \longrightarrow & 3y-1 \\ 1 & -(y-3) & \longrightarrow & -2y+6 \\ \hline & & & y+5 \end{array}$$

29 類題 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3+(1-a)x^2-(a+2)x+2a$　　(2) $2x^2+5xy-3y^2-9x+y+4$

▶ 標準問題 ◀◀

30 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3+x^2-(a^2+1)x+a^2-1$　　(2) $a^2-b^2+2bc+2ca+4a+2b+2c+3$

(3) $x^2+(2a+1)x+(a-1)(a+2)$　　(4) $3x^2-5(y-1)x-(2y^2+3y-2)$

(5) $3a^2-5ab-2b^2+5a+4b-2$　　(6) $6x^2+5xy+y^2+x+y-2$

31 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-5x^2+4　　(2) x^4-8x^2-9

(3) x^4-7x^2+1　　(4) $a^4-7a^2b^2+9b^4$

32 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$　　(2) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$

(3) $(xy+1)(x+1)(y+1)+xy$　　(4) $(a+b)(b+c)(c+a)+abc$

(5) $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$　　(6) $(b-c)^3+(c-a)^3+(a-b)^3$

◆ 発展問題 ◆◆

33 $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$ を因数分解せよ。

ヒント $(a+b+c)^3=\{(a+b)+c\}^3$ と考えるとよい。$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$ を利用する。

章末問題

A

1　次の計算をせよ。

(1) $(x+2y-5z)^2$　　(2) $(x^2-2xy+4y^2)(x^2+2xy+4y^2)$

(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$　　(4) $(2x-y+1)(4x^2+2xy+y^2-2x+y+1)$

2　次の式を因数分解せよ。

(1) a^4-a^2+16　　(2) $a^2-b^2+3a+b+2$

(3) $x(x+1)(x+2)(x+3)-3$　　(4) $x^3+3x^2y+zx^2+2xy^2+3xyz+2y^2z$

3　$x+y=-1$，$xy=-1$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) x^2+y^2　　(2) x^4+y^4　　(3) x^9+y^9　　(4) $x^{17}+y^{17}$

4　次の式を簡単にせよ。

(1) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$　　(2) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

5　不等式 $2<x<2k-1$ を満たす整数 x が 3 と 4 だけになるように，定数 k の値の範囲を定めよ。

6　$X=\{x\,|\,x$ は 20 以下の自然数$\}$ を全体集合とする。X の部分集合 $A=\{x\,|\,x$ は 3 の倍数$\}$，$B=\{x\,|\,x$ は 5 の倍数$\}$ について，次の集合を，要素を書き並べる方法で表せ。

(1) $A\cup B$　　(2) $A\cap B$　　(3) $\overline{A}\cap B$　　(4) $\overline{A}\cap\overline{B}$

7　次の条件 p は q であるためのどんな条件か。

(1) p：$x=3$，$y=7$　　q：$xy=21$　　(2) p：$x>0$　　q：$x=1$

(3) p：△ABC において AB＝AC　　q：△ABC において ∠B＝∠C

8　次の命題の逆・裏・対偶を述べよ。また，その真偽を調べよ。

(1) $x=2$ ならば，$x^2-4=0$

(2) $a>0$ かつ $b>0$ ならば，$ab>0$

B

9　$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a^2+ab+2b^2$ の値を求めよ。

10　次の方程式，不等式を解け。

(1)　$|x-3|+|2x+1|=10$　　(2)　$|x-5|-2|x|<2$

11　$a+b+c=2$，$a^2+b^2+c^2=6$，$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$　　(2)　$a^4+b^4+c^4$

12　$a>1$，$b>1$ とする。$x=a+\dfrac{1}{a}$，$y=b+\dfrac{1}{b}$ のとき，$xy+\sqrt{x^2-4}\sqrt{y^2-4}$ を a，b の式で表せ。

13　3つの整数の集合 $M=\{a,\ b,\ c\}$ に対して，$S=\{x^2-1\,|\,x\in M\}=\{-1,\ 0,\ 3\}$，$P=\{xy\,|\,x,\ y\in M\}=\{-2,\ 0,\ 1,\ 4\}$ となるような M を求めよ。

14　実数 a，b について，条件 $a=b$　……(＊)を考える。次の①～⑥の条件のうち，条件(＊)と同値であるものはどれか。また，(＊)の必要条件でも十分条件でもないものはどれか。

①　$a=b$ または $a=-b$　　②　$a=b$ かつ $a+b=0$　　③　$a^2+b^2=0$

④　$a^2+b^2\leqq 2ab$　　⑤　$ab=0$　　⑥　$a^2=b^2$

15　x，y を正の整数として，次の命題(p)を考える。

(p)　x が3の倍数であるならば，$y^3+(x-1)y$ は3の倍数である。

(1)　命題(p)の逆，裏，対偶を述べよ。

(2)　命題(p)が真であれば証明を与え，偽であれば反例をあげよ。

16　m，n を整数とするとき，m^2+n^2 が4の倍数ならば，m，n はともに偶数であることを証明せよ。

ヒント　**11** 3文字の基本対称式 $a+b+c$，$ab+bc+ca$，abc の値を求める。　**12** $A\geqq 0$ のとき，$\sqrt{A^2}=A$，$A<0$ のとき，$\sqrt{A^2}=-A$ となる。　**13** $-1\in S$，$-2\in P$ から M の要素を調べる。　**14** 同値な命題に直して考える。　**15** (2)連続する3整数の積が6の倍数であることを使う。　**16** 対偶を使った証明か，背理法による証明を考える。

第 2 章　2次関数

1　関数とグラフ

★学習の要点★

❶ **関数の値**

関数 $y=f(x)$ において，x の値 a に対応する y の値を $f(a)$ で表す。

❷ **定義域と値域**

定義域……x のとりうる値の範囲(x の変域のこと)

値域　……y のとりうる値の範囲(y の変域のこと)

❸ **関数の増加と減少**

単調増加……関数 $f(x)$ に対して，$x_1<x_2$ のとき，$f(x_1)<f(x_2)$ が成り立つ。

単調減少……関数 $f(x)$ に対して，$x_1<x_2$ のとき，$f(x_1)>f(x_2)$ が成り立つ。

❹ **関数のグラフ**

関数 $y=f(x)$ が与えられるとき，この対応によって定まる値の組 $(x,\ f(x))$ を座標にもつ点の集合を $y=f(x)$ のグラフという。

❺ **関数の最大値と最小値**

関数の値域に最大の値があるとき，これをこの関数の**最大値**といい，値域に最小の値があるとき，これをこの関数の**最小値**という。

● 基本問題 ●●

1　[**関数の値**]　関数 $f(x)=x^2-2x-3$ について，次の値を求めよ。

(1)　$f(0)$　　(2)　$f(1)$　　(3)　$f(-1)$

2　[**定義域と値域**]　定義域が $1\leqq x\leqq 3$ のとき，次の関数の値域を求めよ。

(1)　$y=x+1$　　(2)　$y=x^2$　　(3)　$y=\dfrac{1}{x}$

3　[**関数の増加と減少**]　値域が $-1\leqq y\leqq 2$ のとき，次の関数の定義域を求めよ。

(1)　$y=x-2$　　(2)　$y=2x+3$　　(3)　$y=-x+1$

4　[**関数のグラフ**]　次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=2x-3$　　(2)　$y=-x+3$　$(1\leqq x\leqq 4)$

例題 1　絶対値のついた関数のグラフ

関数 $y=|x-1|$　$(-1 \leqq x \leqq 4)$ のグラフをかき，その増加，減少を調べよ。

着眼点　$A \geqq 0$ のとき $|A|=A$，$A<0$ のとき $|A|=-A$ を用いて，絶対値の記号をはずす。

解　i) $x-1 \geqq 0$，すなわち $x \geqq 1$ のとき，$y=x-1$

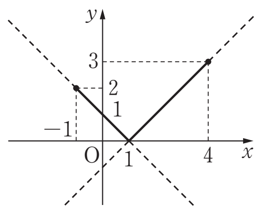
ii) $x-1<0$，すなわち $x<1$ のとき，$y=-x+1$

また，$x=4$ のとき，i) より，$y=4-1=3$

$x=-1$ のとき，ii) より，$y=-(-1)+1=2$

よって，グラフは右図の実線部分。

また，$-1 \leqq x \leqq 1$ で単調に減少，$1 \leqq x \leqq 4$ で単調に増加……答



5　類題　関数 $y=|x|$　$(-3 \leqq x \leqq 2)$ のグラフをかき，その増加，減少を調べよ。

▶ 標準問題 ◀◀

6　次の関数 $f(x)$ について，$f(0)$，$f(-1)$，$f(a)$ を求めよ。

(1)　$f(x)=2x+3$　　(2)　$f(x)=-x+1$

(3)　$f(x)=x^2-2$　　(4)　$f(x)=3-x^2$

7　次の関数の値域を求めよ。また，最大値と最小値を求めよ。

(1)　$y=2x-3$　$(0 \leqq x \leqq 2)$　　(2)　$y=-x+2$　$(-2 \leqq x \leqq 3)$

(3)　$y=x^2$　$(-2<x \leqq 1)$　　(4)　$y=-x^2$　$(-2 \leqq x \leqq 0)$

8　次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=x^2-2$　$(-1 \leqq x \leqq 2)$　　(2)　$y=-x^2+3$　$(-2 \leqq x \leqq 1)$

(3)　$y=|x|$　$(-2 \leqq x \leqq 2)$　　(4)　$y=|x-1|+|x+2|$

◆ 発展問題 ◆◆

9　関数 $y=ax+2a+1$ について，$-1<x<1$ で y が常に正となるように定数 a の値の範囲を定めよ。

ヒント　$f(-1) \geqq 0$ と $f(1) \geqq 0$ が同時に成り立てばよい。

2　２次関数のグラフ(1)

★学習の要点★

❶ グラフの平行移動

$y=f(x)$ のグラフを，x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したグラフの方程式は，

$$y-q=f(x-p)$$

❷ グラフの対称移動

$y=f(x)$ のグラフを対称移動したグラフの方程式は，次のようになる。

(1)　x 軸対称…… $y=-f(x)$　　(2)　y 軸対称…… $y=f(-x)$

(3)　原点対称…… $y=-f(-x)$　　(4)　直線 $y=x$ について対称…… $x=f(y)$

❸ ２次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ

(1)　$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したもの

(2)　頂点の座標は $(p,\ q)$，軸の方程式は $x=p$

❹ ２次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフ

(1)　基本変形：$y=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

(2)　頂点の座標は $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$，軸の方程式は $x=-\dfrac{b}{2a}$

●基本問題●●

10　［グラフの平行移動］　放物線 $y=2x^2$ を次のように平行移動したグラフの方程式を求めよ。

(1)　x 軸方向に 3　　(2)　x 軸方向に 2，y 軸方向に -1

11　［グラフの対称移動］　直線 $y=2x+3$ を次のものに関して対称移動したグラフの方程式を求めよ。

(1)　x 軸　　(2)　y 軸

(3)　原点　　(4)　直線 $y=x$

12　［２次関数のグラフ］　次の放物線の軸の方程式，頂点の座標を求め，そのグラフをかけ。

(1)　$y=x^2-4x-3$　　(2)　$y=-x^2+2x-2$

(3)　$y=2x^2-8x+7$　　(4)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+1$

例題 ②　2次関数のグラフ

　放物線 $y=x^2-4x+5$ について，次の問いに答えよ。

(1)　このグラフは $y=x^2$ のグラフをどのように平行移動したものかをいえ。

(2)　このグラフを原点に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

着眼点　(1)　与式を $y=(x-p)^2+q$ の形にする。　(2)　x，y のかわりに $-x$，$-y$ を代入する。

解　(1)　$y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$ だから，このグラフは $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に 1 だけ平行移動したもの。

(2)　x のかわりに $-x$ を，y のかわりに $-y$ を代入すると

$-y=(-x)^2-4(-x)+5$ より，$y=-x^2-4x-5$

答　(1)　x 軸方向，y 軸方向にそれぞれ 2，1 だけ平行移動　(2)　$y=-x^2-4x-5$

13 **類題**　放物線 $y=-x^2$ を次のように平行移動して得られるグラフの方程式を求めよ。

(1)　x 軸方向に -2，y 軸方向に 1　　(2)　頂点が $(-1,\ 3)$ になる。

▶ 標準問題 ◀◀

14　放物線 $y=x^2-2x+16$ は直線 $x=\square$ に関して対称であり，その頂点は $(\square,\ \square)$ である。

15　関数 $y=(x-3)(x-5)$ のグラフは，関数 $y=x^2$ のグラフをどのように平行移動したグラフか。

16　放物線 $y=5x-x^2$ について，次の問いに答えよ。

(1)　頂点の座標と軸の方程式を求めよ。

(2)　x 軸に関して対称な放物線の方程式を求めよ。

(3)　y 軸に関して対称な放物線の方程式を求めよ。

◆ 発展問題 ◆◆

17　放物線 $y=ax^2+bx+5$ を原点に関して対称に移動し，さらに y 軸方向に c だけ平行移動したところ，この放物線は点 $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$ で x 軸に接し，点 $\left(\frac{1}{2},\ 4\right)$ を通ることになったという。このとき，a，b および c の値を求めよ。

ヒント　2つの放物線の方程式を別々に求め，それらが同一な放物線になることから，係数を比較する。

3　2次関数のグラフ(2)

★学習の要点★

❶ **2次関数の決定**

次の3つの形の式を利用する。

(i)　$y=ax^2+bx+c$　　（通る3点の座標がわかっているとき）

(ii)　$y=a(x-p)^2+q$　　（頂点の座標がわかっているとき）

(iii)　$y=a(x-\alpha)(x-\beta)$　（x軸との交点の座標がわかっているとき）

❷ **絶対値記号のついた関数のグラフ**

$|f(x)|$は，$f(x)\geqq 0$，$f(x)<0$にわけて考える。

$f(x)\geqq 0$のとき，$|f(x)|=f(x)$

$f(x)<0$のとき，$|f(x)|=-f(x)$

●基本問題●●

18　［2次関数の決定①］　次の問いに答えよ。

(1)　グラフが3点$(0,\ 6)$，$(1,\ 0)$，$(2,\ -2)$を通る2次関数を求めよ。

(2)　グラフが3点$(2,\ 0)$，$(1,\ -4)$，$(-2,\ -4)$を通る2次関数を求めよ。

19　［2次関数の決定②］　次の問いに答えよ。

(1)　頂点が$(1,\ -3)$で，点$(-2,\ -8)$を通る放物線の方程式を求めよ。

(2)　頂点が$(-1,\ 2)$で，点$(1,\ 6)$を通る放物線の方程式を求めよ。

20　［2次関数の決定③］　次の問いに答えよ。

(1)　グラフがx軸と$(-1,\ 0)$，$(2,\ 0)$で交わり，y軸と$(0,\ 4)$で交わるような2次関数を求めよ。

(2)　頂点がx軸上にあり，2点$(4,\ 1)$，$(0,\ 9)$を通るような放物線の方程式を求めよ。

21　［絶対値記号のついた関数のグラフ］　次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=x^2-|x|$　　(2)　$y=-x^2+2|x|$

(3)　$y=x^2-2|x|-3$　　(4)　$y=(x+2)(|x|-1)$

例題 ③　2 次関数の決定

2 次関数 $y=x^2+2ax+b$ のグラフは点 $(2,\ 4)$ を通り，かつその頂点は直線 $y-2x-1=0$ の上にあるという。このとき，a，b の値を求めよ。

着眼点　グラフの頂点が $(m,\ n)$ である 2 次関数は，$y=a(x-m)^2+n$ の形で表される。

解　2 次関数のグラフの頂点が $y-2x-1=0$ の上にあるから，$y=2x+1$ より，
頂点の座標は $(\alpha,\ 2\alpha+1)$ とおける。
よって，2 次関数は，$y=(x-\alpha)^2+2\alpha+1$　……①　と表せる。
①が，点 $(2,\ 4)$ を通るので，$4=(2-\alpha)^2+2\alpha+1$，$\alpha^2-2\alpha+1=0$
$(\alpha-1)^2=0$　よって，$\alpha=1$
①より，$y=(x-1)^2+3=x^2-2x+4$　これと $y=x^2+2ax+b$ は一致するから
$2a=-2$ より，$a=-1$　また，$b=4$　　答　$a=-1$，$b=4$

22　類題　2 つの放物線 $y=ax^2-2x$，$y=-\dfrac{1}{2}x^2+bx-12$ の頂点が一致するという。定数 a，b の値を求めよ。

▶ 標準問題 ◀◀

23　次の問いに答えよ。

(1)　x 軸との交点が $(-1,\ 0)$，$(3,\ 0)$ で，かつ点 $(2,\ -1)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

(2)　軸の方程式が $x=3$ で，かつ 2 点 $(2,\ -2)$，$(5,\ 4)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

24　放物線 $y=-x^2$ を平行移動した放物線で，頂点が直線 $y=-x+2$ 上にあり，点 $(-1,\ 3)$ を通るものの方程式を求めよ。

25　関数 $y=x|x-2|$ のグラフをかけ。

◆ 発展問題 ◆◆

26　放物線 $y=x^2-4ax+a$ の頂点が放物線 $y=-x^2+4ax+a-2$ の上にあるようにしたい。a の値を求めよ。

ヒント　第 1 の放物線の頂点の座標を求め，その値を第 2 の放物線の方程式に代入する。

4　2次関数の最大・最小(1)

★学習の要点★

❶ **2次関数の最大・最小**

$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

$a>0$ ならば，$x=-\frac{b}{2a}$ のとき，最小値 $-\frac{b^2-4ac}{4a}$

$a<0$ ならば，$x=-\frac{b}{2a}$ のとき，最大値 $-\frac{b^2-4ac}{4a}$

❷ **変域に制限のある関数の最大・最小**

グラフを利用して，最大値，最小値を求める。

❸ **文字係数の2次関数の最大・最小**

文字の値による場合分けをして，グラフを利用する。

● 基本問題 ●●

27　［**2次関数の最大・最小**］　次の2次関数の最大値または最小値と，そのときの x の値を求めよ。

(1)　$y=x^2-3$　　(2)　$y=x^2-4x+10$

(3)　$y=(x-3)(x-1)$　　(4)　$y=-2x^2+4x-1$

(5)　$y=x(2-x)$　　(6)　$y=(x-1)(x+4)$

28　［**変域に制限のある1次関数の最大・最小**］　次の1次関数の，(　)内に示す範囲における最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(1)　$y=x-2$　$(-1\leqq x\leqq 3)$　　(2)　$y=|x-1|$　$(-1\leqq x\leqq 2)$

29　［**変域に制限のある2次関数の最大・最小**］　次の2次関数の，(　)内に示す範囲における最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(1)　$y=x^2-4$　$(1\leqq x\leqq 3)$　　(2)　$y=-x^2-4x+5$　$(-3\leqq x\leqq 2)$

30　［**文字係数の2次関数の最大・最小**］　$y=-x^2+2ax$　$(0\leqq x\leqq 1)$ の最大値を求めよ。ただし，a は定数とする。

例題 ④ 文字係数の 2 次関数の最大・最小

関数 $y=x^2-2ax+2a^2$ の区間 $0 \leqq x \leqq 2$ における最大値および最小値を求めよ。

着眼点　軸の方程式に着目し，対称軸が変域内にあるかどうかで場合分けし，グラフで考える。

解　$f(x)=x^2-2ax+2a^2=(x-a)^2+a^2$　　軸の方程式は $x=a$

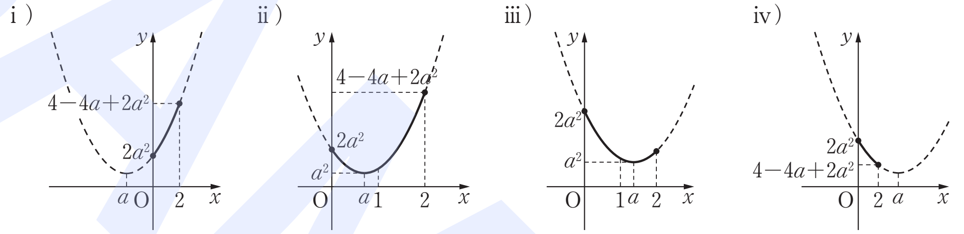
$f(x)$ の最大値を $M(a)$，最小値を $m(a)$ とおく。

i）$a \leqq 0$ のとき　$x=2$ で最大値 $M(a)=f(2)=4-4a+2a^2$，$x=0$ で最小値 $m(a)=f(0)=2a^2$

ii）$0<a \leqq 1$ のとき　$x=2$ で最大値 $M(a)=f(2)=4-4a+2a^2$，$x=a$ で最小値 $m(a)=f(a)=a^2$

iii）$1<a \leqq 2$ のとき　$x=0$ で最大値 $M(a)=f(0)=2a^2$，$x=a$ で最小値 $m(a)=f(a)=a^2$

iv）$2<a$ のとき　$x=0$ で最大値 $M(a)=f(0)=2a^2$，$x=2$ で最小値 $m(a)=f(2)=4-4a+2a^2$



31　類題　$0 \leqq x \leqq 2$ における関数 $y=x^2-2ax\ (a>0)$ の最大値，最小値を求めよ。

▶ 標準問題 ◀◀

32　次の関数の最大値および最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(1)　$y=-3x^2+6x-1\quad(-2 \leqq x \leqq 2)$　　(2)　$y=x|x-2|-3\quad(0 \leqq x \leqq 3)$

33　次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1)　$y=|x-2|\quad(a \leqq x \leqq a+1)$　　(2)　$y=-x^2+2x\quad(a \leqq x \leqq a+1)$

34　関数 $y=ax^2-4ax+b\ (-1 \leqq x \leqq 3)$ の最大値が 15 で，最小値が -3 であるとき，定数 a，b の値を求めよ。ただし，$a>0$ とする。

◆ 発展問題 ◆◆

35　$0 \leqq x \leqq 1$ における関数 $y=x|x-a|$ の最大値を $f(a)$ とする。$f(a)$ を a の式で表し，そのグラフをかけ。

ヒント　$a>0$，$a \leqq 0$ の場合分けをする。

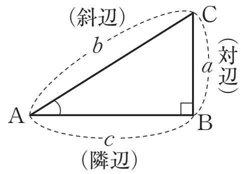
第 3 章　図形と計量

1　鋭角の三角比

★学習の要点★

❶ **鋭角の三角比**

$\sin A=\dfrac{a}{b}$（正弦）　$\cos A=\dfrac{c}{b}$（余弦）　$\tan A=\dfrac{a}{c}$（正接）

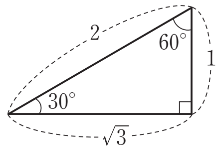


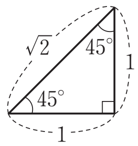
❷ **30°，45°，60° の三角比**

$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$，$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\tan 45^\circ=1$

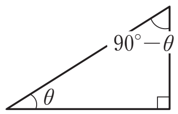
$\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$，$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$





❸ **90°−θ の三角比**

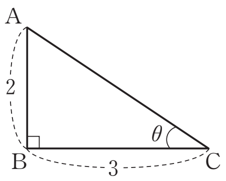
$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$，$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$，$\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$



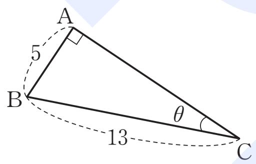
● 基本問題 ●●

1　［**三角比の値**］　下の図において，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

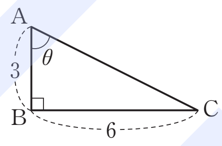
(1)



(2)



(3)



2　［**三角比の表の利用**］　三角比の表を用いて，次の x の値を求めよ。

(1)　$\sin 43^\circ=x$　　(2)　$\cos x=0.7880$　　(3)　$\tan 70^\circ=x$

3　［**90°−θ の三角比**］　次の三角比を，45° より小さい角の三角比で表せ。

(1)　$\sin 68^\circ$　　(2)　$\cos 49^\circ$　　(3)　$\tan 82^\circ$

例題 ① 三角比の利用

ある地点で塔の仰角を測ると 30° であった。いま，この地点から塔に向かって 80 m 歩いたところ，仰角は 45° になった。この塔の高さを小数第 1 位まで求めよ。ただし，目の高さを 1.6 m とする。

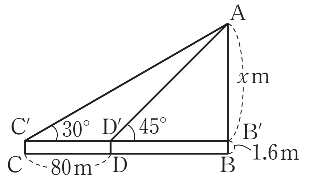
着眼点 作図して，正接を考える。

解 右の図のように，目の位置を C′，D′，塔の高さを AB，AB′$=x$(m) とすると，∠AD′B′$=45°$ より，

$\tan 45° = \dfrac{AB'}{D'B'} = \dfrac{x}{D'B'} = 1$ より，D′B′$=x$

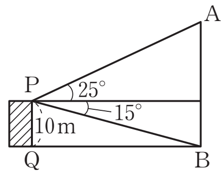
また，△AC′B′ において，

$\tan 30° = \dfrac{AB'}{C'B'} = \dfrac{x}{80+x} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より



$x = \dfrac{80}{\sqrt{3}-1} = 40(\sqrt{3}+1) \fallingdotseq 109.3$ ゆえに，AB$=109.3+1.6=110.9$ **答** 110.9 m

4 **類題** 高さ 10 m の屋上の端から，図のように前方にある塔の先端 A の仰角を測ったら 25° であった。また，塔の真下 B のふ角は 15° であった。このとき，次の問いに答えよ。(三角比の表を利用し，答は小数第 1 位まで求めよ。)



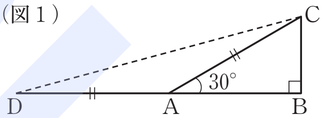
(1) 建物から塔の真下までの距離 QB を求めよ。

(2) 塔の高さを求めよ。

▶ 標準問題 ◀◀

5 次の問いに答えよ。

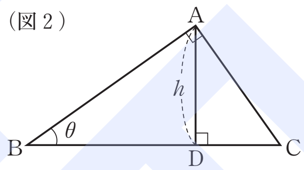
(図 1)



(1) (図 1)から，$\sin 15°$，$\cos 15°$，$\tan 15°$ の値を求めよ。

(2) (図 2)において，AB，BD，BC の長さを，h と θ を用いて表せ。

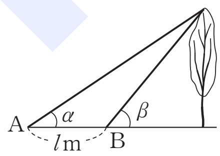
(図 2)



(3) $\sin 10° - \cos 20° + \sin 70° - \cos 80°$ の値を求めよ。

◆ 発展問題 ◆◆

6 平地に立っている木の高さを知るために，木の前方の地点 A から測った木の先端の仰角が α，A から木に向かって l m 進んだ地点 B から測った仰角が β であった。木の高さを h m として，次の問いに答えよ。



(1) h を α，β，l を使って表せ。

(2) $\alpha=30°$，$\beta=45°$，$l=10$ のとき，h を求めよ。

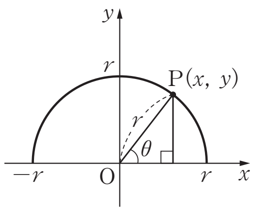
ヒント 直角三角形において，正接を考える。

2　鈍角の三角比

★学習の要点★

❶ 三角比の定義

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ の範囲にある角 θ の三角比を，右の図から，座標を用いて次のように定義する。



$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$，$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$，$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$

❷ $180°-\theta$ の三角比

$\sin(180°-\theta)=\sin\theta$，$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$，

$\tan(180°-\theta)=-\tan\theta$

❸ 三角比の値の範囲

$0° \leqq \theta < 90°$ のとき，$0 \leqq \sin\theta < 1$，$0 < \cos\theta \leqq 1$，$\tan\theta \geqq 0$

$\theta=90°$ のとき，$\sin\theta=1$，$\cos\theta=0$，$\tan 90°$ の値はない。

$90° < \theta \leqq 180°$ のとき，$0 \leqq \sin\theta < 1$，$-1 \leqq \cos\theta < 0$，$\tan\theta \leqq 0$

❹ 直線の傾きと正接

直線 $y=mx$ と x 軸の正の方向とのなす角を θ とすると，傾き $m=\tan\theta$

● 基本問題 ●●

7　［**180°−θ の三角比**］　次の三角比を鋭角の三角比で表せ。

(1)　$\sin 135°$　　(2)　$\cos 150°$　　(3)　$\tan 165°$

8　［**三角比の表の利用**］　三角比の表を用いて，次の値を求めよ。

(1)　$\sin 113°$　　(2)　$\cos 125°$　　(3)　$\tan 137°$

9　［**等式を満たす θ**］　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1)　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(3)　$\tan\theta=-\sqrt{3}$

10　［**直線の傾き**］　直線 $x-\sqrt{3}y=0$ と x 軸の正の方向とのなす角 θ の値を求めよ。

例題 ② 不等式を満たす θ の範囲

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\sin\theta \leqq \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

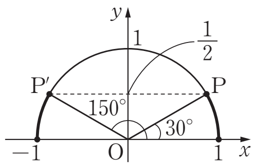
着眼点　三角比の定義で，$r=1$ とすると，$\sin\theta = y$，$\cos\theta = x$ となる。

半径 1 の半円をかき，半円周上で，$y=\dfrac{1}{2}$ となる点 P をとって θ の範囲を考える。

解　右の図から，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ は，$\theta = 30^\circ$，150°

$\sin\theta \leqq \dfrac{1}{2}$ となるのは，P が図の太線の範囲にあるときだから，

求める θ の範囲は，$0^\circ \leqq \theta \leqq 30^\circ$，$150^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$



答　$0^\circ \leqq \theta \leqq 30^\circ$，$150^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$

11 **類題**　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sin\theta \geqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(3)　$\tan\theta > 1$

▶ 標準問題 ◀◀

12　次の式を計算せよ。

(1)　$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$　　(2)　$\sin 45^\circ \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \sin 60^\circ$

(3)　$\tan 150^\circ - \cos 135^\circ$　　(4)　$\sin 78^\circ + \cos 12^\circ + 2\cos 168^\circ$

13　次の等式を満たす θ の値を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。

(1)　$2\sin\theta - 1 = 0$　　(2)　$2\cos\theta + \sqrt{3} = 0$　　(3)　$\tan\theta + 1 = 0$

14　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1)　$\sqrt{2}\sin\theta - 1 \leqq 0$　　(2)　$-\dfrac{1}{2} < \cos\theta < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3)　$-\sqrt{3} \leqq \tan\theta \leqq \sqrt{3}$

15　直線 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ と直線 $y = x$ のなす鋭角を求めよ。

◆ 発展問題 ◆◆

16　2 直線 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$，$\sqrt{3}x - y - 1 = 0$ の交点を通り，この 2 直線のなす鋭角を 2 等分する直線の式を求めよ。

ヒント　なす角を考えるときは，原点を通るように平行移動して考えてよい。

第 4 章　データの分析

1　データの散らばり

★学習の要点★

❶　**範囲**

データの最大値から最小値を引いた差を，データの**範囲**という。

❷　**四分位数**

(1)　データを値の大きさの順に並べたとき，4 等分する位置にくる数を**四分位数**という。

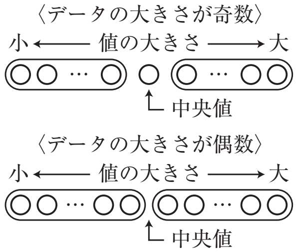
四分位数は，小さい方から順に，**第 1 四分位数**，**第 2 四分位数**，**第 3 四分位数**という。

第 2 四分位数は，データの中央値に等しい。

また，中央値を境界にしてデータの個数を 2 等分したとき，

最小値を含む方の中央値が第 1 四分位数，

最大値を含む方の中央値が第 3 四分位数である。



(2)　データの第 3 四分位数と第 1 四分位数の差を，**四分位範囲**という。また，四分位範囲の半分を**四分位偏差**という。

四分位範囲は，中央に並ぶ約 50% のデータの散らばりの度合を表している。

❸　**外れ値**

他のデータと比べて，値が大きく異なるデータを**外れ値**という。

一般に，データの値 x が以下の区間にあるとき，そのデータを外れ値と判断する。

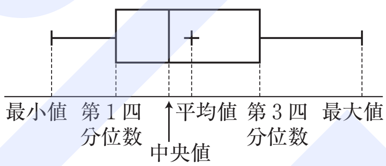
$x<$(第1四分位数)$-$(四分位範囲)$\times1.5$，(第3四分位数)$+$(四分位範囲)$\times1.5<x$

❹　**箱ひげ図**

データの分布の特徴を，最小値，最大値，四分位数を用いて 1 つの図に表したものを，**箱ひげ図**という。

箱の長さは，四分位範囲を表す。

注　箱ひげ図に平均値を加える場合もある。



●基本問題●●

1　［**四分位数・外れ値**］　次のデータの四分位数，四分位範囲，四分位偏差をそれぞれ求めよ。また，外れ値があれば求めよ。

(1)　33，34，37，38，43，46，46，50，53，54，56

(2)　55，57，61，66，67，69，72，74，92，94

2　［**箱ひげ図**］　次のデータは，A 市と B 市の，ある年の月ごとの雨の日数を調べた結果である。

A 市　16，19，11，10，6，13，16，　7，13，7，　9，14

B 市　　5，　6，11，　8，5，15，14，11，13，8，10，　8　(日)

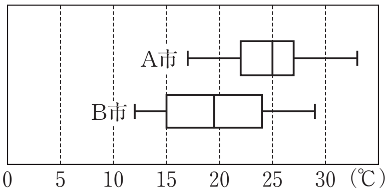
これらのデータの箱ひげ図を並べてかけ。また，データの散らばりの度合を比較せよ。

例題 1　箱ひげ図

右の図は，ある月の A 市と B 市の日ごとの最高気温を 30 日間調べた結果を表した箱ひげ図である。

(1)　A 市では，この月のほぼ半分の日の最高気温は何℃以上であったか。また，B 市では，この月，最高気温が 15℃以下であった日の割合はほぼ何%か。

(2)　右の箱ひげ図から，A 市，B 市の最高気温の分布を比較せよ。



着眼点　箱の中の線分(中央値)，箱の両端(四分位範囲)，ひげの両端(範囲)それぞれの位置を読み取る。

解　(1)　A 市の箱ひげ図で，第 2 四分位数(中央値)は 25℃であるから，ほぼ半分の日の最高気温は 25℃以上であったといえる。また，B 市の箱ひげ図で，第 1 四分位数は 15℃であり，これは，データを値の小さい順に並べたときのほぼ 25% の点を表す。

(2)　箱ひげ図から，中央のほぼ 50% のデータの散らばりの度合は，A 市の方が小さく，A 市の方が値の大きい方にデータが分布していることなどが読み取れる。……**答**

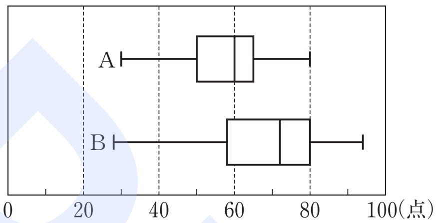
答　(1)　25℃以上，ほぼ 25%

3　**類題**　右の図は，100 人の生徒に対して行った 2 種類のテスト A，B の得点の箱ひげ図である。

(1)　テスト A の範囲，中央値を求めよ。

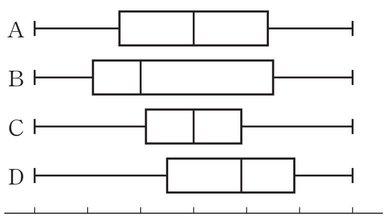
(2)　テスト B では，80 点以上の人はほぼ何人いたか。

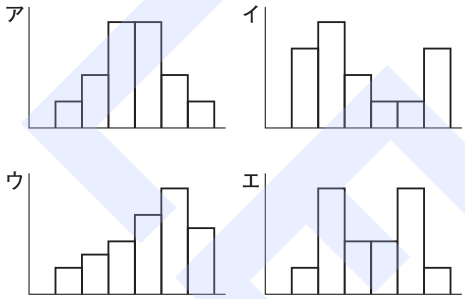
(3)　右の箱ひげ図から，A，B の得点の分布を比較せよ。



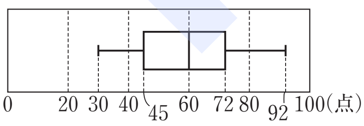
▶ 標準問題 ◀◀

4　下の A～D の箱ひげ図について，それぞれ対応するヒストグラムを右の**ア**～**エ**から選べ。





5　右の図は，15 人の生徒の数学のテストの得点の箱ひげ図である。このデータに，右下の 3 人の得点のデータを追加した 18 個のデータをつくるとき，中央値，四分位範囲，範囲はどのようになるか。次の**ア**～**ウ**から選べ。ただし，同じ得点の人はいなかったものとする。



40，62，67 (点)

ア　大きくなる　　**イ**　小さくなる　　**ウ**　変わらない

高校ゼミ
Essence

数学Ⅰ

解答編

第 1 章　数と式

【p. 4】　❶ 整式の加法・減法，指数法則

1 (1)　次数は 3，係数は -4

(2)　x について整理する。$yx^3+(y^2-6)x+4$

次数は 3，$\boldsymbol{x^3}$ の係数は $\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{x^2}$ の係数は 0，$\boldsymbol{x}$ の係数は $\boldsymbol{y^2-6}$，定数項は 4

(3)　①　$-x^3-x^2-3x-3$

②　$(c-1)x^2+(ab-6)x-4a$

2 (1)　$3x^2+2x-1$

(2)　x^3-7x^2+x-12

(3)　$2x-4y+6$

(4)　$5x^2-2x$

3 (1)　a^6　　(2)　a^{18}

(3)　$-8x^9y^3$　　(4)　$-12b^3$

【p. 5】

4 類題 (1)　$-x^2+13y^2$　　(2)　$5x^2+xy-7y^2$

5 (1)　和 $-12x^3-x^2+2x+5$

差 $16x^3-x^2-2x+3$

(2)　和 $\dfrac{5}{6}x^2-\dfrac{7}{2}xy+\dfrac{5}{4}y^2$

差 $\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{5}{2}xy-\dfrac{3}{4}y^2$

6 (1)　$A-(2x^2-3x-5)=x^2-1$ より

$A=\boldsymbol{3x^2-3x-6}$

(2)　$-3x^2+5x-1-A=-2x^2$ より

$A=\boldsymbol{-x^2+5x-1}$

7 (1)　$-6a^5b^7$　　(2)　$-\dfrac{5}{3}xz^3$

8 $A+2B=x^2-3x-4$……①

$A-B=-2x^2+5$……②

①−②より，$3B=3x^2-3x-9$

$B=\boldsymbol{x^2-x-3}$，$A=\boldsymbol{-x^2-x+2}$

【p. 6】　❷ 展開の公式

9 (1)　$4x^2+12x+9$　　(2)　$a^2-8a+16$

(3)　$9a^2+12ab+4b^2$

(4)　$a^2x^2-2abxy+b^2y^2$

10 (1)　$25-x^2$　　(2)　$4a^2-9b^2$

(3)　$x^2+3xy+2y^2$　　(4)　$a^2-2ab-3b^2$

11 (1)　$2a^2+9a+4$　(2)　$6x^2-7x-3$

(3)　$3x^2-13xy+12y^2$

(4)　$15a^2+14ab-8b^2$

12 (1)　$x^3+6x^2+12x+8$

(2)　$x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$

(3)　$8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3$

(4)　$27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$

(5)　a^3+27　　(6)　$8a^3-b^3$

(7)　$8t^3+1$　　(8)　$8x^3-27y^3$

【p. 7】

13 類題 (1)　前から順に展開していく。

$(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=(a^4-b^4)(a^4+b^4)$

$=\boldsymbol{a^8-b^8}$

(2)　$\{(2x^2+3)-3x\}\{(2x^2+3)+x\}$

$=(2x^2+3)^2-2x(2x^2+3)-3x^2$

$=\boldsymbol{4x^4-4x^3+9x^2-6x+9}$

14 (1)　$3x^2-10x+8$　(2)　$8a^2-10ab-3b^2$

(3)　$8x^3-36x^2+54x-27$

(4)　$a^3+12a^2b+48ab^2+64b^3$

(5)　x^3+125　　(6)　$64a^3-125b^3$

15 (1)　$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(2)　$x^4-4x^3-2x^2+12x+9$

(3)　$\{(a+c)-2b\}\{(a+c)+2b\}=(a+c)^2-4b^2$

$=\boldsymbol{a^2-4b^2+c^2+2ac}$

(4)　$\{2x^2-(3x-1)\}\{2x^2+(3x-1)\}$

$=4x^4-(3x-1)^2=\boldsymbol{4x^4-9x^2+6x-1}$

16 (1)　$\{(x+1)(x-1)\}\{(x+2)(x-2)\}$

$=(x^2-1)(x^2-4)=\boldsymbol{x^4-5x^2+4}$

(2)　$\{(x+1)(x-6)\}\{(x-2)(x-3)\}$

$=(x^2-5x-6)(x^2-5x+6)$

$=(x^2-5x)^2-36=\boldsymbol{x^4-10x^3+25x^2-36}$

(3)　$\{(x-y)(x+y)\}^2(x^2+y^2)^2$

$=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2$

$=(x^4-y^4)^2=\boldsymbol{x^8-2x^4y^4+y^8}$

(4)　$\{(b+c)+a\}\{(b+c)-a\}$

$\times\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$

$=\{(b+c)^2-a^2\}\{a^2-(b-c)^2\}$

$=-\{a^4-(2b^2+2c^2)a^2+(b+c)^2(b-c)^2\}$

$=-a^4+2a^2b^2+2a^2c^2-b^4+2b^2c^2-c^4$

$=\boldsymbol{-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2}$

17 (1)　$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=\boldsymbol{a^2-2b}$

(2)　$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=\boldsymbol{a^3-3ab}$

(3)　$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$

$=(a^2-2b)^2-2b^2=\boldsymbol{a^4-4a^2b+2b^2}$

注　$(x+y)^4=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$

より，$x^4+y^4=(x+y)^4-2xy(2x^2+3xy+2y^2)$

$=(x+y)^4-2xy\{2(x+y)^2-xy\}$

$=(x+y)^4-4xy(x+y)^2+2x^2y^2$　となる。

【p. 8】　❸ 因数分解(1)

18 (1)　$(x+3)^2$　　(2)　$(3x+y)^2$

(3)　$(a-5)^2$　　(4)　$2(2a-3b)^2$

(5)　$(3xy+5z)(3xy-5z)$

(6)　$xy(x+1)(x-1)$

(7)　$(a-2)(a+6)$

(8)　$a(a+3b)(a-18b)$

19 (1)　$(2x+3)(x+2)$

(2)　$(2x-1)(x+3)$

(3)　$(3x-4)(x-2)$

(4)　$(3x+4)(x-2)$

(5) $(6x+1)(x-6)$
(6) $(2a+3)(3a-2)$
(7) $(5a+2b)(a+2b)$
(8) $(3a+2b)(2a-b)$
(9) $(2x-y)(2x-3y)$
(10) $(5a+3b)(2a-3b)$

20 (1) $(x+2)(x^2-2x+4)$
(2) $(a-1)(a^2+a+1)$
(3) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$
(4) $(5-3x)(25+15x+9x^2)$
(5) $9(a^3+8b^3)=\mathbf{9(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)}$
(6) $2(27x^3-8y^3)$
$=\mathbf{2(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)}$

【p. 9】

21 類題 (1) $x^2+3x=X$ とおく。
$(X-2)(X+4)-16=X^2+2X-24$
$=(X+6)(X-4)$
$=(x^2+3x+6)(x^2+3x-4)$
$=\mathbf{(x^2+3x+6)(x+4)(x-1)}$
(2) $x+y=X$ とおく。
$X(X-1)-12=X^2-X-12=(X-4)(X+3)$
$=\mathbf{(x+y-4)(x+y+3)}$
(3) $x^2(x-3)-(x-3)=(x-3)(x^2-1)$
$=\mathbf{(x-3)(x+1)(x-1)}$
(4) $x^2-(y^2-2y+1)=x^2-(y-1)^2$
$=\mathbf{(x+y-1)(x-y+1)}$

22 (1) $(7x+2)(x-2)$
(2) $(5a-2)(a-1)$
(3) $x(x^2-3x-18)=\mathbf{x(x-6)(x+3)}$
(4) $ab(a^2-b^2)=\mathbf{ab(a+b)(a-b)}$
(5) $\{(a-b)+(c-d)\}\{(a-b)-(c-d)\}$
$=\mathbf{(a-b+c-d)(a-b-c+d)}$
(6) $(ax-5)(x-a)$
(7) $(x^3+y^3)(x^3-y^3)$
$=\mathbf{(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)}$
(8) $(a^3-27)(a^3+1)$
$=\mathbf{(a-3)(a+1)(a^2+3a+9)(a^2-a+1)}$

23 (1) $x+y=X$ とおく。
$X^2-5X-14=(X-7)(X+2)$
$=\mathbf{(x+y-7)(x+y+2)}$
(2) $a-2b=A$ とおく。
$2A^2+9A-5=(2A-1)(A+5)$
$=\mathbf{(2a-4b-1)(a-2b+5)}$
(3) $\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}+6$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)+6$
$x^2-2x=X$ とおく。
$(X-3)(X-8)+6=X^2-11X+30$
$=(X-5)(X-6)$
$=\mathbf{(x^2-2x-5)(x^2-2x-6)}$
(4) $\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-8$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-8$
$x^2+3x=X$ とおく。
$X(X+2)-8=X^2+2X-8$
$=(X+4)(X-2)$
$=\mathbf{(x^2+3x+4)(x^2+3x-2)}$
(5) $x^2(x-4)-5(x-4)=\mathbf{(x-4)(x^2-5)}$
(6) $x^2-(y^2-2yz+z^2)$
$=x^2-(y-z)^2=\mathbf{(x+y-z)(x-y+z)}$
(7) $(4x^2-4x+1)-y^2=(2x-1)^2-y^2$
$=\mathbf{(2x-1+y)(2x-1-y)}$
(8) $(a^2+b^2-1+2ab)(a^2+b^2-1-2ab)$
$=\{(a^2+2ab+b^2)-1\}\{(a^2-2ab+b^2)-1\}$
$=\{(a+b)^2-1\}\{(a-b)^2-1\}$
$=\mathbf{(a+b+1)(a+b-1)(a-b+1)(a-b-1)}$

24 (1) $(x-2)(x-3)(x+1)(x+2)-60$
$=\{(x-2)(x+1)\}\{(x-3)(x+2)\}-60$
$=(x^2-x-2)(x^2-x-6)-60$
$x^2-x=X$ とおく。
$(X-2)(X-6)-60=X^2-8X-48$
$=(X-12)(X+4)$
$=(x^2-x-12)(x^2-x+4)$
$=\mathbf{(x-4)(x+3)(x^2-x+4)}$
(2) $\{2(ab+cd)+(a^2+b^2-c^2-d^2)\}$
$\times\{2(ab+cd)-(a^2+b^2-c^2-d^2)\}$
$=\{(a^2+2ab+b^2)-(c^2-2cd+d^2)\}$
$\times\{(c^2+2cd+d^2)-(a^2-2ab+b^2)\}$
$=\{(a+b)^2-(c-d)^2\}\{(c+d)^2-(a-b)^2\}$
$=(a+b+c-d)(a+b-c+d)$
$\times(c+d+a-b)(c+d-a+b)$
$=\mathbf{-(a+b+c-d)(a+b-c+d)}$
$\mathbf{\times(a-b+c+d)(a-b-c-d)}$

【p. 10】 4 因数分解(2)

25 (1) x について，整理する。
$x(y+1)+(y+1)=\mathbf{(y+1)(x+1)}$
(2) z について整理する。
$z(x+y)+(x+y)(x-y)=\mathbf{(x+y)(x-y+z)}$
(3) a について整理する。
$a(b^2+1)-(b^2+1)=\mathbf{(b^2+1)(a-1)}$
(4) c について整理する。
$c(b^2-a^2)-b(b^2-a^2)=(b^2-a^2)(c-b)$
$=\mathbf{(b+a)(b-a)(c-b)}$

26 (1) $x^2\underbrace{+(3y+1)}_{\text{2つの式の和}}x+\underbrace{y(2y+1)}_{\text{2つの式の積}}$
$=\mathbf{(x+y)(x+2y+1)}$
(2) $x^2-(2y-1)x+(y+2)(y-3)$
$=\mathbf{(x-y-2)(x-y+3)}$
(3) $(2x+y-1)(x+2y-1)$
(4) $(2x-y-1)(x-y+1)$

27 (1) $(x^2-3)(x^2+2)$

(2) $(x^2+y^2)(x^2-4y^2)$
$=\boldsymbol{(x^2+y^2)(x+2y)(x-2y)}$

(3) $(4x^2-1)(x^2+2)=\boldsymbol{(2x+1)(2x-1)(x^2+2)}$

(4) $(4x^2-y^2)(x^2+4y^2)$
$=\boldsymbol{(2x+y)(2x-y)(x^2+4y^2)}$

28 (1) $x^4+8x^2+16-x^2$
$=(x^2+4)^2-x^2=\boldsymbol{(x^2+x+4)(x^2-x+4)}$

(2) $a^4+4a^2+4-4a^2=(a^2+2)^2-(2a)^2$
$=\boldsymbol{(a^2+2a+2)(a^2-2a+2)}$

(3) $x^4-2x^2+1-4x^2=(x^2-1)^2-(2x)^2$
$=\boldsymbol{(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)}$

(4) $(a^4-2a^2b^2+b^4)-9a^2b^2$
$=(a^2-b^2)^2-(3ab)^2$
$=\boldsymbol{(a^2+3ab-b^2)(a^2-3ab-b^2)}$

【p. 11】

29 類題 (1) a について整理する。
$a(2-x-x^2)-(2x-x^2-x^3)$
$=(2-x-x^2)(a-x)$
$=(x-a)(x^2+x-2)=\boldsymbol{(x-a)(x-1)(x+2)}$

(2) x について整理する。
$2x^2+(5y-9)x-(3y^2-y-4)$
$=2x^2+(5y-9)x-(3y-4)(y+1)$
$=\boldsymbol{(2x-y-1)(x+3y-4)}$

30 (1) a について整理する。
$a^2(1-x)+(x^3+x^2-x-1)$
$=-a^2(x-1)+(x^2-1)(x+1)$
$=-a^2(x-1)+(x-1)(x+1)^2$
$=(x-1)\{(x+1)^2-a^2\}$
$=\boldsymbol{(x-1)(x+a+1)(x-a+1)}$

(2) c について整理する。
$c(2a+2b+2)+a^2+4a-(b^2-2b-3)$
$=2c(a+b+1)+a^2+4a-(b-3)(b+1)$
$=2c(a+b+1)+(a-b+3)(a+b+1)$
$=\boldsymbol{(a+b+1)(a-b+2c+3)}$

(3) $(x+a+2)(x+a-1)$

(4) $3x^2-5(y-1)x-(2y-1)(y+2)$
$=\boldsymbol{(3x+y+2)(x-2y+1)}$

(5) a について整理する。
$3a^2-(5b-5)a-2(b-1)^2$
$=\boldsymbol{(3a+b-1)(a-2b+2)}$

(6) x について整理する。
$6x^2+(5y+1)x+y^2+y-2$
$=\boldsymbol{(3x+y+2)(2x+y-1)}$

31 (1) $(x^2-1)(x^2-4)$
$=\boldsymbol{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)}$

(2) $(x^2-9)(x^2+1)=\boldsymbol{(x+3)(x-3)(x^2+1)}$

(3) $x^4-7x^2+1=x^4+2x^2+1-9x^2$
$=(x^2+1)^2-(3x)^2$
$=\boldsymbol{(x^2+3x+1)(x^2-3x+1)}$

(4) $a^4-6a^2b^2+9b^4-a^2b^2$
$=(a^2-3b^2)^2-(ab)^2$
$=\boldsymbol{(a^2+ab-3b^2)(a^2-ab-3b^2)}$

32 (1) $(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$
$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a-b)(a-c)$
$=\boldsymbol{-(a-b)(b-c)(c-a)}$

(2) $a^2(c-b)-(c^2-b^2)a+bc^2-b^2c$
$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$
$=(c-b)(a-b)(a-c)$
$=\boldsymbol{(a-b)(b-c)(c-a)}$

(3) $(xy+1)\{(xy+1)+x+y\}+xy$
$=(xy+1)^2+(x+y)(xy+1)+xy$
$=\{(xy+1)+x\}\{(xy+1)+y\}$
$=\boldsymbol{(xy+x+1)(xy+y+1)}$

(4) $(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)+abc$
$=(b+c)a^2+(b^2+3bc+c^2)a+bc(b+c)$
$=\{(b+c)a+bc\}\{a+(b+c)\}$
$=\boldsymbol{(a+b+c)(ab+bc+ca)}$

(5) 展開して a について整理する。
$a^2(b+c)+a(b^2+2bc+c^2)+bc(b+c)$
$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$
$=(b+c)(a+b)(a+c)$
$=\boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

(6) $(b-c)^3+\{(c-a)^3+(a-b)^3\}$
$=(b-c)^3+\{(c-a)+(a-b)\}$
$\times\{(c-a)^2-(c-a)(a-b)+(a-b)^2\}$
$=(b-c)^3$
$+(c-b)\{3a^2-3(b+c)a+b^2+bc+c^2\}$
$=(c-b)\{3a^2-3(b+c)a+3bc\}$
$=3(c-b)(a-b)(a-c)$
$=\boldsymbol{3(a-b)(b-c)(c-a)}$

33 $\{(a+b)+c\}^3-a^3-b^3-c^3$
$=(a+b)^3+3(a+b)^2c+3(a+b)c^2-a^3-b^3$
$=(a+b)$
$\times\{(a+b)^2+3(a+b)c+3c^2-a^2+ab-b^2\}$
$=(a+b)\{3c^2+3(a+b)c+3ab\}$
$=3(a+b)(c+a)(c+b)$
$=\boldsymbol{3(a+b)(b+c)(c+a)}$

【p. 12】 ❺ 実　数(1)

34 有理数$=\left\{1,\ 7,\ \dfrac{2}{3},\ 0,\ \sqrt{16},\ (-\sqrt{7})^2\right\}$

無理数$=\{-\sqrt{2},\ 1+\sqrt{5},\ (\sqrt{3})^3,\ 2\sqrt{2},\ \pi\}$

35 (1) $0.1\dot{6}$ (2) $0.\dot{5}7142\dot{8}$

(3) $1.\dot{2}$

36 (1) 7 (2) 0 (3) 8

37 (1) AB$=4$ (2) CD$=6$ (3) PQ$=5$

【p. 13】

38 類題 (1) $\dfrac{2}{9}$ (2) $\dfrac{7}{11}$ (3) $\dfrac{26}{111}$

(2) $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=8$

$x+\dfrac{1}{x}>0$ だから，$x+\dfrac{1}{x}=\mathbf{2\sqrt{2}}$

(3) $x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$=(2\sqrt{2})^3-3(2\sqrt{2})=16\sqrt{2}-6\sqrt{2}=\mathbf{10\sqrt{2}}$

106 与式$=\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)-4\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)$

$=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\cdot x\cdot\dfrac{1}{x}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$-4\left\{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\dfrac{1}{x}\right\}$

$=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-4\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+8$

$=4^3-4\cdot4^2-3\cdot4+8=\mathbf{-4}$

【p. 30】 章末問題

1 (1) $x^2+4y^2+25z^2+4xy-20yz-10zx$

(2) $(x^2+4y^2)^2-(2xy)^2$

$=x^4+8x^2y^2+16y^4-4x^2y^2=\mathbf{x^4+4x^2y^2+16y^4}$

(3) $(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^4-16)(x^4+16)=\mathbf{x^8-256}$

(4) $8x^3+6xy-y^3+1$

2 (1) $a^4-a^2+16=a^4+8a^2+16-9a^2$

$=(a^2+4)^2-(3a)^2$

$=\mathbf{(a^2+3a+4)(a^2-3a+4)}$

(2) $a^2+3a-(b^2-b-2)=a^2+3a-(b-2)(b+1)$

$=\mathbf{(a-b+2)(a+b+1)}$

(3) $(x^2+3x)(x^2+3x+2)-3$

$=(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)-3$

$=\mathbf{(x^2+3x+3)(x^2+3x-1)}$

(4) z について整理して

$z(x^2+3xy+2y^2)+x(x^2+3xy+2y^2)$

$=\mathbf{(z+x)(x+2y)(x+y)}$

3 (1) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1+2=\mathbf{3}$

(2) $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=3^2-2=\mathbf{7}$

(3) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=-1-3=-4$

より，$x^9+y^9=(x^3+y^3)^3-3x^3y^3(x^3+y^3)$

$=(-4)^3-3\times(-1)\times(-4)=\mathbf{-76}$

(4) $x^8+y^8=(x^4+y^4)^2-2x^4y^4$

$=7^2-2\times1=47$ より，

$x^{17}+y^{17}=(x^8+y^8)(x^9+y^9)-x^8y^8(x+y)$

$=47\times(-76)-1\times(-1)=\mathbf{-3571}$

4 (1) $\dfrac{-(\sqrt{3}-1)^2}{3-1}+\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}$

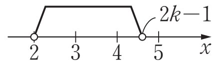
$=-2+\sqrt{3}+5+2\sqrt{6}=\mathbf{3+\sqrt{3}+2\sqrt{6}}$

(2) 与式

$=\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}+2\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\{2\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}\{2\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}}$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}=\mathbf{\dfrac{2\sqrt{30}}{15}}$

5 $2<x<2k-1$ を満たす整数 x が 3 と 4 だけのとき，



$4<2k-1\leqq5$

これを解くと，$\mathbf{\dfrac{5}{2}<k\leqq3}$

6 (1) $A\cup B=\{3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20\}$

(2) $A\cap B=\{15\}$ (3) $\overline{A}\cap B=\{5, 10, 20\}$

(4) $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\mathbf{\{1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19\}}$

7 (1) 十分 (2) 必要 (3) 必要十分

8 (1) $x=2$ ならば，$x^2-4=0$ 真

逆 $x^2-4=0$ ならば，$x=2$ 偽

裏 $x\neq2$ ならば，$x^2-4\neq0$ 偽

対偶 $x^2-4\neq0$ ならば，$x\neq2$ 真

(2) $a>0$ かつ $b>0$ ならば，$ab>0$ 真

逆 $ab>0$ ならば，$a>0$ かつ $b>0$ 偽

裏 $a\leqq0$ または $b\leqq0$ ならば，$ab\leqq0$ 偽

対偶 $ab\leqq0$ ならば，$a\leqq0$ または $b\leqq0$ 真

【p. 31】

9 $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$ $1<\sqrt{3}<2$ より，

$3<2+\sqrt{3}<4$ よって，$a=3$,

$b=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$ である。

$a^2+ab+2b^2=9+3b+2b^2$

$=9+3(\sqrt{3}-1)+2(\sqrt{3}-1)^2$

$=9+3\sqrt{3}-3+8-4\sqrt{3}=\mathbf{14-\sqrt{3}}$

10 (1) $x<-\dfrac{1}{2}$ のとき，$-(x-3)-(2x+1)=10$

$-3x=8$，$x=-\dfrac{8}{3}$

$-\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq3$ のとき，$-x+3+2x+1=10$

$x=6$ これは不適。

$x>3$ のとき，$x-3+2x+1=10$，$x=4$

よって，$\mathbf{x=-\dfrac{8}{3}}$，$\mathbf{x=4}$

(2) $x<0$ のとき，$-(x-5)+2x<2$ より，

$x<-3$……① これは $x<0$ を満たす。

$0\leqq x<5$ のとき，$-(x-5)-2x<2$ より，

$x>1$ $0\leqq x<5$ より，$1<x<5$……②

$x\geqq5$ のとき，$x-5-2x<2$ より，

$x>-7$ よって，$x\geqq5$……③

①，②，③より，$\mathbf{x<-3}$，$\mathbf{1<x}$

11 $a+b+c=2$

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+ac+bc)$

より，$6=4-2(ab+ac+bc)$

$ab+ac+bc=-1$

$\dfrac{bc+ac+ab}{abc}=\dfrac{-1}{abc}=1$ $abc=-1$

(1) $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$

$=(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)$

$=1-2\times(-1)\times2=\mathbf{5}$

(2) $a^4+b^4+c^4$

$=(a^2+b^2+c^2)^2-2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$=6^2-2\times5=\mathbf{26}$

12 $x^2-4=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-4=a^2+2+\dfrac{1}{a^2}-4=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2$

同様にして，$y^2-4=\left(b-\dfrac{1}{b}\right)^2$

ここで，$a>1$ より，$a-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a^2-1}{a}>0$

同様にして，$b>1$ より，$b-\dfrac{1}{b}>0$　よって，

$xy+\sqrt{x^2-4}\sqrt{y^2-4}$

$=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)\left(b+\dfrac{1}{b}\right)+\sqrt{\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2}\sqrt{\left(b-\dfrac{1}{b}\right)^2}$

$=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)\left(b+\dfrac{1}{b}\right)+\left(a-\dfrac{1}{a}\right)\left(b-\dfrac{1}{b}\right)$

$=2\left(\boldsymbol{ab}+\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{ab}}\right)$

13 $x^2-1=-1$ を満たす x は M の要素だから，$0\in M$ また，$xy=-2$ (x，y は整数) を満たす x，y は M の要素だから，

$1\in M$，$-2\in M$　または，$-1\in M$，$2\in M$

どちらの場合も，S，P の要素の条件に合う。

よって，$\boldsymbol{M}=\{-2,\ 0,\ 1\}$，$\{-1,\ 0,\ 2\}$

14 ①は明らかに(＊)と同値ではない。

② $\Longleftrightarrow a=b=0$　　③ $\Longleftrightarrow a=b=0$

④ $\Longleftrightarrow (a-b)^2\leqq0 \Longleftrightarrow a=b$

⑤ $\Longleftrightarrow a=0$ または $b=0$

⑥ $\Longleftrightarrow (a+b)(a-b)=0 \Longleftrightarrow a=-b$ または $a=b$

したがって，(＊)と同値なものは，④

また，必要条件でも十分条件でもないものは，⑤

15 (1) 逆：$y^3+(x-1)y$ が 3 の倍数であるならば，x は 3 の倍数である。

裏：x が 3 の倍数でないならば，$y^3+(x-1)y$ は 3 の倍数ではない。

対偶：$y^3+(x-1)y$ が 3 の倍数でないならば，x は 3 の倍数ではない。

(2) 命題(p) は真である。

証明：$y^3+(x-1)y=y^3-y+xy$

$=y(y^2-1)+xy=(y-1)y(y+1)+xy$

ここで，$(y-1)y(y+1)$ は連続する 3 つの整数の積だから 6 の倍数である。また，x が 3 の倍数ならば，xy は 3 の倍数である。したがって，これらの和，すなわち，$y^3+(x-1)y$ は 3 の倍数である。

16 m，n の少なくとも一方は奇数と仮定する。

(ア) $m=2k-1$，$n=2l-1$ (m，l は整数) のとき，

$m^2+n^2=(2k-1)^2+(2l-1)^2$

$=4k^2-4k+1+4l^2-4l+1$

$=4(k^2+l^2-k-l)+2$

(イ) $m=2k$，$n=2l-1$ (m，l は整数) のとき，

$m^2+n^2=4k^2+4l^2-4l+1$

$=4(k^2+l^2-l)+1$

(ア)，(イ)より，m^2+n^2 は 4 の倍数ではない。

これは，m^2+n^2 が 4 の倍数であることに矛盾する。したがって，m^2+n^2 が 4 の倍数ならば，m，n はともに偶数である。

第 2 章　2次関数

【p. 32】 ❶ 関数とグラフ

1 (1)　-3　　(2)　-4　　(3)　0

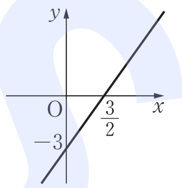
2 (1)　$2 \leqq y \leqq 4$　　(2)　$1 \leqq y \leqq 9$

(3)　$\dfrac{1}{3} \leqq y \leqq 1$

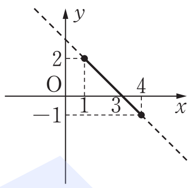
3 (1)　$1 \leqq x \leqq 4$　　(2)　$-2 \leqq x \leqq -\dfrac{1}{2}$

(3)　$-1 \leqq x \leqq 2$

4 (1)



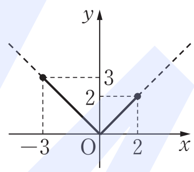
(2)



【p. 33】

5 類題　$0 \leqq x \leqq 2$ で増加

$-3 \leqq x \leqq 0$ で減少



6 (1)　$f(0)=3$，$f(-1)=1$，$f(a)=2a+3$

(2)　$f(0)=1$，$f(-1)=2$，$f(a)=-a+1$

(3)　$f(0)=-2$，$f(-1)=-1$，$f(a)=a^2-2$

(4)　$f(0)=3$，$f(-1)=2$，$f(a)=3-a^2$

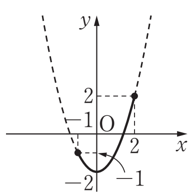
7 (1)　$-3 \leqq y \leqq 1$　最大値 1 $(x=2)$，
最小値 -3 $(x=0)$

(2)　$-1 \leqq y \leqq 4$，最大値 4 $(x=-2)$，
最小値 -1 $(x=3)$

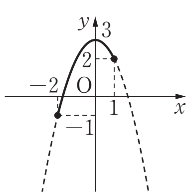
(3)　$0 \leqq y < 4$，最大値なし，
最小値 0 $(x=0)$

(4)　$-4 \leqq y \leqq 0$，最大値 $0(x=0)$
最小値 $-4(x=-2)$

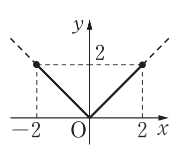
8 (1)



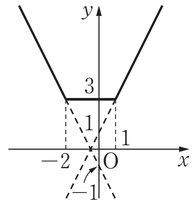
(2)



(3)　$-2 \leqq x \leqq 0$ のとき，
$y=-x$
$0 \leqq x \leqq 2$ のとき，
$y=x$



(4)　$x<-2$ のとき，
$y=-2x-1$
$-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，
$y=3$
$x>1$ のとき，
$y=2x+1$



9 $f(x)=ax+2a+1$ とおく。
$f(-1)=a+1$，$f(1)=3a+1$
y が常に正となるためには，$f(-1) \geqq 0$，$f(1) \geqq 0$ が同時に成り立つ。

$a+1 \geqq 0$，$3a+1 \geqq 0$ より，$\boldsymbol{a \geqq -\dfrac{1}{3}}$

【p. 34】 ❷ 2次関数のグラフ(1)

10 (1)　$y=2x^2-12x+18$　(2)　$y=2x^2-8x+7$

11 (1)　y に $-y$ を代入して，$\boldsymbol{y=-2x-3}$

(2)　x に $-x$ を代入して，$\boldsymbol{y=-2x+3}$

(3)　x に $-x$，y に $-y$ を代入して，$\boldsymbol{y=2x-3}$

(4)　x と y を入れかえて，$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}}$

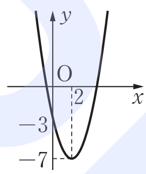
12 (1)　$y=(x-2)^2-7$
軸の方程式は，$\boldsymbol{x=2}$，頂点の座標 **(2，−7)**

(2)　$y=-(x-1)^2-1$
軸の方程式は，$\boldsymbol{x=1}$，頂点の座標 **(1，−1)**

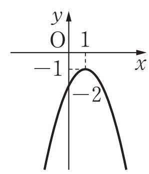
(3)　$y=2(x-2)^2-1$
軸の方程式は，$\boldsymbol{x=2}$，頂点の座標 **(2，−1)**

(4)　$y=-\dfrac{1}{2}(x-2)^2+3$
軸の方程式は，$\boldsymbol{x=2}$，頂点の座標 **(2，3)**

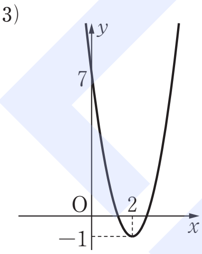
(1)



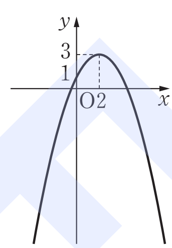
(2)



(3)



(4)



【p. 35】

13 類題　(1)　$y-1=-\{x-(-2)\}^2$ より，
$\boldsymbol{y=-x^2-4x-3}$

(2)　$y=-(x+1)^2+3$ より，$\boldsymbol{y=-x^2-2x+2}$

14 $y=(x-1)^2+15$ より，直線 $\boldsymbol{x=1}$ に関して対称。
その頂点は **(1，15)**

15 $y=(x-4)^2-1$ より，$y=x^2$ のグラフを，**x 軸方向に 4，y 軸方向に −1 平行移動**

16 (1) $y=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ より，

頂点の座標 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{25}{4}\right)$，軸の方程式 $\boldsymbol{x=\frac{5}{2}}$

(2) x 軸に関して対称だから，y のかわりに $-y$ を代入して，$-y=5x-x^2$ より，$\boldsymbol{y=x^2-5x}$

(3) y 軸に関して対称だから，x のかわりに $-x$ を代入して，$y=5(-x)-(-x)^2$

$\boldsymbol{y=-5x-x^2}$

17 $y=ax^2+bx+5$ を原点に関して対称移動し，y 軸方向に c だけ平行移動した式は，

$y=-ax^2+bx-5+c$ ……①

また，この放物線は点 $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$ で x 軸に接するので，$y=-a\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$ と表せ，点 $\left(\frac{1}{2},\ 4\right)$ を通ることから，$4=-a\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)^2$ よって，$a=-1$

したがって，$y=x^2+3x+\frac{9}{4}$ ……②

①と②は一致するので，

$\boldsymbol{a=-1,\ b=3,\ c=\frac{29}{4}}$

【p. 36】 ❸ 2次関数のグラフ(2)

18 (1) $y=ax^2+bx+c$ とおいて，3 点を代入。

$6=c$，$0=a+b+c$，$-2=4a+2b+c$

これらを解いて，$a=2$，$b=-8$，$c=6$

よって，$\boldsymbol{y=2x^2-8x+6}$

(2) $y=ax^2+bx+c$ に 3 点を代入。

$0=4a+2b+c$，$-4=a+b+c$，$-4=4a-2b+c$

これらを解いて，$a=1$，$b=1$，$c=-6$

よって，$\boldsymbol{y=x^2+x-6}$

19 (1) $y=a(x-1)^2-3$ に，$x=-2$，$y=-8$ を代入して，$a=-\frac{5}{9}$

よって，$\boldsymbol{y=-\frac{5}{9}x^2+\frac{10}{9}x-\frac{32}{9}}$

(2) $y=a(x+1)^2+2$ に，$x=1$，$y=6$ を代入，

$a=1$ より，$\boldsymbol{y=x^2+2x+3}$

20 (1) $y=a(x+1)(x-2)$ とおける。

$x=0$，$y=4$ を代入して，$a=-2$

よって，$\boldsymbol{y=-2x^2+2x+4}$

(2) 頂点の座標を $(p,\ 0)$ とすると，放物線の式は，

$y=a(x-p)^2$ と表される。

2 点 $(4,\ 1)$，$(0,\ 9)$ を通るから，

$1=a(4-p)^2$……①，$9=ap^2$……②

①×9−②より，$9a(4-p)^2-ap^2=0$

整理して，$a(p-3)(p-6)=0$

$a\neq0$ だから，$p=3,\ 6$

②に代入して，$a=1$，$a=\frac{1}{4}$

よって，$y=(x-3)^2$ より，$\boldsymbol{y=x^2-6x+9}$

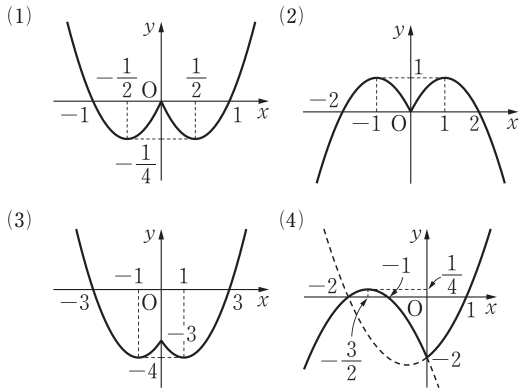
$y=\frac{1}{4}(x-6)^2$ より，$\boldsymbol{y=\frac{1}{4}x^2-3x+9}$

21 (1) $\begin{cases} y=x^2-x & (x\geqq0) \\ y=x^2+x & (x<0) \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y=-x^2+2x & (x\geqq0) \\ y=-x^2-2x & (x<0) \end{cases}$

(3) $\begin{cases} y=x^2-2x-3 & (x\geqq0) \\ y=x^2+2x-3 & (x<0) \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y=x^2+x-2 & (x\geqq0) \\ y=-x^2-3x-2 & (x<0) \end{cases}$



【p. 37】

22 類題 $y=a\left(x-\frac{1}{a}\right)^2-\frac{1}{a}$ 頂点 $\left(\frac{1}{a},\ -\frac{1}{a}\right)$

$y=-\frac{1}{2}(x-b)^2+\frac{b^2}{2}-12$ 頂点 $\left(b,\ \frac{b^2}{2}-12\right)$

頂点が一致するので，$\frac{1}{a}=b$，$-\frac{1}{a}=\frac{b^2}{2}-12$

これを解いて，$a=\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{6}$

$\boldsymbol{a=\frac{1}{4}}$ のとき $\boldsymbol{b=4}$，$\boldsymbol{a=-\frac{1}{6}}$ のとき $\boldsymbol{b=-6}$

23 (1) $y=a(x+1)(x-3)$ とおける。$(2,\ -1)$ を通るので，$a=\frac{1}{3}$，よって，$\boldsymbol{y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1}$

(2) $y=a(x-3)^2+b$ とおける。$(2,\ -2)$，$(5,\ 4)$ を通るので，$-2=a+b$，$4=4a+b$

これを解いて，$a=2$，$b=-4$

よって，$\boldsymbol{y=2x^2-12x+14}$

24 頂点の座標は $(p,\ -p+2)$ と表せるから，放物線の式は，$y=-(x-p)^2-p+2$ と表せる。

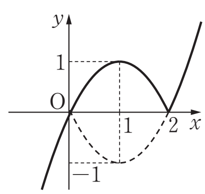
点 $(-1,\ 3)$ を通るから，$3=-(-1-p)^2-p+2$

これを解いて，$p=-2,\ -1$ したがって，

$y=-(x+2)^2+2+2$ より，$\boldsymbol{y=-x^2-4x}$

$y=-(x+1)^2+1+2$ より，$\boldsymbol{y=-x^2-2x+2}$

25 $\begin{cases} y=x^2-2x & (x\geqq2) \\ y=-x^2+2x & (x<2) \end{cases}$



26 $y=x^2-4ax+a=(x-2a)^2-4a^2+a$
よって，頂点の座標は，$(2a,\ -4a^2+a)$
この頂点は，放物線 $y=-x^2+4ax+a-2$ 上にあるから，
$-4a^2+a=-4a^2+8a^2+a-2$
これを解いて，$\boldsymbol{a=\pm\dfrac{1}{2}}$

【p. 38】 ❹ 2 次関数の最大・最小(1)

27 (1) 最小値 -3 $(x=0)$，最大値なし
(2) $y=(x-2)^2+6$ より，
最小値 6 $(x=2)$，最大値なし
(3) $y=(x-2)^2-1$ より，
最小値 -1 $(x=2)$，最大値なし
(4) $y=-2(x-1)^2+1$ より，
最大値 1 $(x=1)$，最小値なし
(5) $y=-(x-1)^2+1$ より，
最大値 1 $(x=1)$，最小値なし
(6) $y=\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{25}{4}$ より，
最小値 $-\dfrac{25}{4}$ $\left(x=-\dfrac{3}{2}\right)$，最大値なし

28 (1) 最大値 1 $(x=3)$，最小値 -3 $(x=-1)$
(2) $\begin{cases} y=x-1 & (x\geqq 1) \\ y=-x+1 & (x\leqq 1) \end{cases}$ より，
最大値 2 $(x=-1)$，最小値 0 $(x=1)$

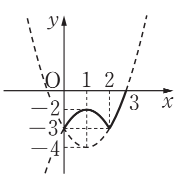
29 (1) 最大値 5 $(x=3)$，最小値 -3 $(x=1)$
(2) 最大値 9 $(x=-2)$，最小値 -7 $(x=2)$

30 $y=-(x-a)^2+a^2$
・**$a<0$ のとき，最大値 0 $(x=0)$**
・**$0\leqq a<1$ のとき，最大値 a^2 $(x=a)$**
・**$a>1$ のとき，最大値 $2a-1$ $(x=1)$**

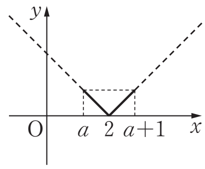
【p. 39】

31 類題 $y=(x-a)^2-a^2$ $(a>0)$
・$0<a<1$ のとき
最大値 $4-4a$ $(x=2)$，最小値 $-a^2$ $(x=a)$
・$a=1$ のとき
最大値 0 $(x=0,\ 2)$，最小値 -1 $(x=1)$
・$1<a<2$ のとき
最大値 0 $(x=0)$，最小値 $-a^2$ $(x=a)$
・$a\geqq 2$ のとき
最大値 0 $(x=0)$，最小値 $4-4a$ $(x=2)$

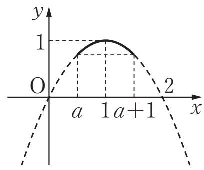
32 (1) $y=-3(x-1)^2+2$ $(-2\leqq x\leqq 2)$
最大値 2 $(x=1)$，最小値 -25 $(x=-2)$
(2) $x\geqq 2$ のとき，
$y=x^2-2x-3$
$x<2$ のとき，
$y=-x^2+2x-3$
最大値 0 $(x=3)$
最小値 -3 $(x=0,\ 2)$



33 (1) $x\geqq 2$ のとき，$y=x-2$
$x<2$ のとき，$y=-x+2$
右図の場合を考えると，
$-a+2=(a+1)-2$ より，
$a=\dfrac{3}{2}$



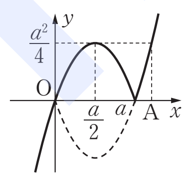
$a\leqq 1$ のとき，
最大値 $2-a$ $(x=a)$，
最小値 $-a+1$ $(x=a+1)$
$1<a\leqq\dfrac{3}{2}$ のとき，
最大値 $2-a$ $(x=a)$，最小値 0 $(x=2)$
$\dfrac{3}{2}<a\leqq 2$ のとき，
最大値 $a-1$ $(x=a+1)$，最小値 0 $(x=2)$
$a>2$ のとき，
最大値 $a-1$ $(x=a+1)$，最小値 $a-2$ $(x=a)$
(2) $y=-(x-1)^2+1$
右図の場合を考えると，
$-a^2+2a$
$=-(a+1)^2+2(a+1)$
より，$a=\dfrac{1}{2}$



$a<0$ のとき，
最大値 $-a^2+1$ $(x=a+1)$，
最小値 $-a^2+2a$ $(x=a)$
$0\leqq a<\dfrac{1}{2}$ のとき，
最大値 1 $(x=1)$，最小値 $-a^2+2a$ $(x=a)$
$\dfrac{1}{2}\leqq a<1$ のとき，
最大値 1 $(x=1)$，最小値 $-a^2+1$ $(x=a+1)$
$a\geqq 1$ のとき，
最大値 $-a^2+2a$ $(x=a)$
最小値 $-a^2+1$ $(x=a+1)$

34 $y=a(x-2)^2-4a+b$ $(-1\leqq x\leqq 3)$
$x=-1$ のとき，最大となるので，
$a+4a+b=15$ より，$5a+b=15$ ……①
$x=2$ のとき，最小となるので，
$-4a+b=-3$ ……②
①，②を解いて，**$a=2$，$b=5$**

35 ・$a\leqq 0$ のとき，$x=1$ で最大，
$f(a)=|1-a|=1-a$
・$a>0$ のとき，
グラフは右図。
点 A の x 座標は，
$x(x-a)=\dfrac{a^2}{4}$ より，
$x=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}a$



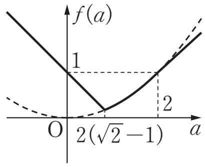
(i) **$0<a\leqq 2(\sqrt{2}-1)$ のとき，**
$x=1$ で最大で，$f(a)=1-a$
(ii) **$2(\sqrt{2}-1)\leqq a\leqq 2$ のとき，**

$x=\dfrac{a}{2}$ で最大で，$\boldsymbol{f(a)=\dfrac{a^2}{4}}$

(iii) $\boldsymbol{a \geqq 2}$ **のとき，**

$x=1$ で最大で，$\boldsymbol{f(a)=a-1}$

以上より，$f(a)$ のグラフは次の図。



【p. 40】 **5 2 次関数の最大・最小(2)**

36 $x-1=t$ とおくと，$0 \leqq x \leqq 2$ より，

$-1 \leqq t \leqq 1$

$y=t^2-2t$

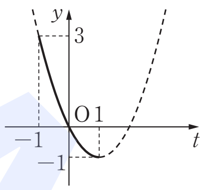
$=(t-1)^2-1$

・$t=-1$ のとき，最大

最大値 3 $(x=0)$

・$t=1$ のとき，最小

最小値 -1 $(x=2)$



37 (1) $y=2-x \geqq 0$ より，$0 \leqq x \leqq 2$

$x^2+y^2=x^2+(2-x)^2=2(x-1)^2+2$

最大値 4 $(x=0,\ y=2)$，$(x=2,\ y=0)$

最小値 2 $(x=1,\ y=1)$

(2) $y=1-x$ を与式に代入。

・$2x^2-y^2=2x^2-(1-x)^2=(x+1)^2-2$

最小値 -2 $(x=-1,\ y=2)$

・$x^2+3xy+y^2=x^2+3x(1-x)+(1-x)^2$

$=-x^2+x+1=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{5}{4}$

最大値 $\dfrac{5}{4}\left(x=\dfrac{1}{2},\ y=\dfrac{1}{2}\right)$

38 (1) 与式$=(x+y)^2+y^2-2y+3$

$=(x+y)^2+(y-1)^2+2$

$x+y=0$ かつ $y-1=0$ のとき，最小

最小値 2 $(x=-1,\ y=1)$

(2) 与式$=x^2-2(2y-3)x+5y^2-8y-3$

$=(x-2y+3)^2+y^2+4y-12$

$=(x-2y+3)^2+(y+2)^2-16$

$x-2y+3=0$ かつ $y+2=0$ のとき，最小

最小値 -16 $(x=-7,\ y=-2)$

39 2 辺を x，y とすると，$x+y=10$

面積 $S=\dfrac{1}{2}xy=\dfrac{1}{2}x(10-x)=-\dfrac{1}{2}(x-5)^2+\dfrac{25}{2}$

$x=5$ のとき最大，このとき，$y=5$

よって，$x=y=5$ より，**直角二等辺三角形のときに最大，最大値は $\dfrac{25}{2}$ cm²**

【p. 41】

40 類題 $y=1-2x \geqq 0$ より，$0 \leqq x \leqq \dfrac{1}{2}$

与式$=x^2+2(1-2x)^2=9x^2-8x+2$

$=9\left(x-\dfrac{4}{9}\right)^2+\dfrac{2}{9}$

最大値 2 $(x=0,\ y=1)$

最小値 $\dfrac{2}{9}\left(x=\dfrac{4}{9},\ y=\dfrac{1}{9}\right)$

41 $x^2-2x=t$ とおくと，

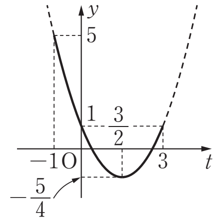
$0 \leqq x \leqq 3$ より，$-1 \leqq t \leqq 3$

$y=t^2-3t+1=\left(t-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{5}{4}$

右図のグラフより，

求める値域は，

$\boldsymbol{-\dfrac{5}{4} \leqq y \leqq 5}$



42 $x^2+4x+7=X$ とおく。

$f(x)=aX^2+6abX+1$

$=a(X+3b)^2-9ab^2+1=g(X)$ とおく。

$X=(x+2)^2+3 \geqq 3$ より，$g(X)$ の定義域は $X \geqq 3$ である。$g(X)$ は最小値をもつことから $a>0$ であり，また，$b>0$ であるから，$g(X)$ は増加関数で，$g(X)$ は $X=3$ で最小となる。

よって，$g(3)=55$ より，$9a+18ab+1=55$

整理して，$a+2ab=6$……①

また，$f(-3)=81$ より，$16a+24ab+1=81$

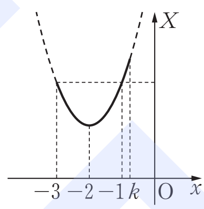
整理して，$2a+3ab=10$……②

②×2−①×3 より，$\boldsymbol{a=2}$

①に代入して，$2+4b=6$，$\boldsymbol{b=1}$

また，最小値を与える X の値は 3 であるから，このとき，$(x+2)^2+3=3$ より，$\boldsymbol{x=-2}$

次に，$f(x)$ は X の増加関数であるから，$f(x)$ が $x=k$ で最大になる条件は，X が $x=k$ で最大になる条件と同じである。よって，右の図より，$\boldsymbol{k \geqq -1}$



43 AP$=x$ とおく。

△APR∽△AQS

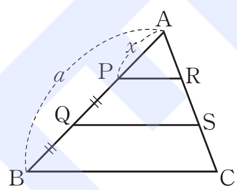
∽△ABC より，

台形 PQSR

$=$△AQS$-$△APR

$=S\left(\dfrac{x+a}{2a}\right)^2-S\left(\dfrac{x}{a}\right)^2$

$=\dfrac{S}{4a^2}\left\{-3\left(x-\dfrac{a}{3}\right)^2+\dfrac{4}{3}a^2\right\}$



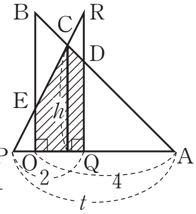
よって，**AP$=\dfrac{a}{3}$** のとき最大，**最大値 $\dfrac{S}{3}$**

44 $x^2-2|x-a|=\begin{cases} x \geqq a:y_1=(x-1)^2-1+2a \\ x<a:y_2=(x+1)^2-1-2a \end{cases}$

$=t\times\frac{2}{3}t\times\frac{1}{2}-(t-2)^2\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{6}t^2+2t-2$

・$4<t\leqq 6$ のとき



$S(t)=\triangle\mathrm{PAC}-\triangle\mathrm{QAD}$
$\quad-\triangle\mathrm{POE}$

$=\left(-\frac{1}{6}t^2+2t-2\right)$

$\quad-(t-4)\cdot 2(t-4)\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{7}{6}t^2+10t-18$

・$t>6$ のとき

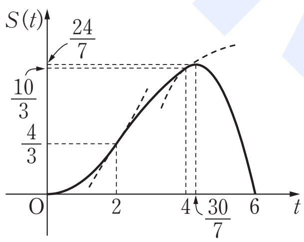
重ならないので，$S(t)=0$

以上より，

$$\boldsymbol{S(t)=\begin{cases}0 & (t=0)\\ \frac{1}{3}t^2 & (0<t\leqq 2)\\ -\frac{1}{6}(t-6)^2+4 & (2<t\leqq 4)\\ -\frac{7}{6}\left(t-\frac{30}{7}\right)^2+\frac{24}{7} & (4<t\leqq 6)\\ 0 & (t>6)\end{cases}}$$

(2) (1)をグラフにすると下図。

ゆえに，$\boldsymbol{t=\frac{30}{7}}$ のとき，最大になる。



第 3 章 図形と計量

【p. 60】 ❶ 鋭角の三角比

1 (1) $\sin\theta=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，$\cos\theta=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，$\tan\theta=\frac{2}{3}$

(2) $\sin\theta=\frac{5}{13}$，$\cos\theta=\frac{12}{13}$，$\tan\theta=\frac{5}{12}$

(3) $\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\tan\theta=2$

2 (1) $x=0.6820$ (2) $x=38°$ (3) $x=2.7475$

3 (1) $\sin 68°=\sin(90°-22°)=\boldsymbol{\cos 22°}$

(2) $\cos 49°=\cos(90°-41°)=\boldsymbol{\sin 41°}$

(3) $\tan 82°=\tan(90°-8°)=\boldsymbol{\frac{1}{\tan 8°}}$

【p. 61】

4 **類題** (1) $\tan(90°-15°)=\frac{\mathrm{QB}}{10}$ より，

$\mathrm{QB}=10\tan 75°$ $\mathrm{QB}=10\times3.7321=37.321$

小数第 2 位を四捨五入して，$\mathrm{QB}=\boldsymbol{37.3}$ **(m)**

(2) P から AB に下ろした垂線の足を H とすると，$\tan 25°=\frac{\mathrm{AH}}{\mathrm{PH}}$ より，$\mathrm{AH}=\mathrm{PH}\tan 25°$

$=37.3\times0.4663=17.39\cdots$から，$\mathrm{AH}=17.4$

よって，塔の高さは $10+17.4=\boldsymbol{27.4}$ **(m)**

5 (1) $\mathrm{BC}=1$ とおくと，$\mathrm{AB}=\sqrt{3}$，$\mathrm{AC}=2$

よって，$\mathrm{BD}=2+\sqrt{3}$ になるので，

$\mathrm{CD}=\sqrt{1^2+(2+\sqrt{3})^2}=\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

$\quad=\sqrt{8+2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

$\boldsymbol{\sin 15°}=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

$\quad=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

$\boldsymbol{\cos 15°}=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$

$\boldsymbol{\tan 15°}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\boldsymbol{2-\sqrt{3}}$

(2) $\sin\theta=\frac{h}{\mathrm{AB}}$ より，$\boldsymbol{\mathrm{AB}=\frac{h}{\sin\theta}}$

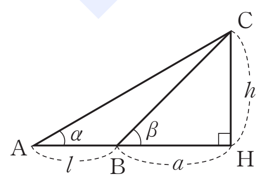
$\tan\theta=\frac{h}{\mathrm{BD}}$ より，$\boldsymbol{\mathrm{BD}=\frac{h}{\tan\theta}}$

$\cos\theta=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ より，$\boldsymbol{\mathrm{BC}}=\frac{\mathrm{AB}}{\cos\theta}=\boldsymbol{\frac{h}{\sin\theta\cos\theta}}$

(3) 与式$=\sin 10°-\cos 20°+\sin(90°-20°)$
$\qquad-\cos(90°-10°)$

$=\sin 10°-\cos 20°+\cos 20°-\sin 10°=\boldsymbol{0}$

6 右図のように，C，H，a，h を決める。



(1) △ACH で，

$\tan\alpha=\frac{h}{\mathrm{AH}}$

$\quad=\frac{h}{l+a}$

$h=(l+a)\tan\alpha\cdots\cdots①$

△BHC で $\tan\beta=\dfrac{h}{a}$ より，$h=a\tan\beta$……②

①，②より，$(l+a)\tan\alpha=a\tan\beta$

よって，$a=\dfrac{l\tan\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}$　これを②に代入して，$\boldsymbol{h=\dfrac{l\tan\alpha\tan\beta}{\tan\beta-\tan\alpha}}$

(2)　$\tan\alpha=\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，$\tan\beta=\tan 45^\circ=1$

より，$h=\dfrac{10\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot 1}{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=\boldsymbol{5(\sqrt{3}+1)}$

【p. 62】 ❷ 鈍角の三角比

7　(1)　$\sin 135^\circ=\sin(180^\circ-45^\circ)=\boldsymbol{\sin 45^\circ}$

(2)　$\cos 150^\circ=\cos(180^\circ-30^\circ)=\boldsymbol{-\cos 30^\circ}$

(3)　$\tan 165^\circ=\tan(180^\circ-15^\circ)=\boldsymbol{-\tan 15^\circ}$

8　(1)　$\sin 113^\circ=\sin 67^\circ=\mathbf{0.9205}$

(2)　$\cos 125^\circ=-\cos 55^\circ=\mathbf{-0.5736}$

(3)　$\tan 137^\circ=-\tan 43^\circ=\mathbf{-0.9325}$

9　(1)　$\theta=60^\circ$，120°　(2)　$\theta=135^\circ$

(3)　$\theta=120^\circ$

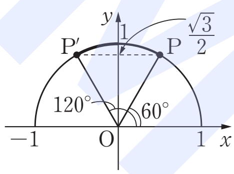
10　$\sqrt{3}y=x$ より，$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$，傾き $\tan\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

なので，$\boldsymbol{\theta=30^\circ}$

【p. 63】

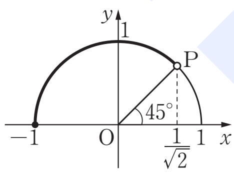
11　(1)　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ は，$\theta=60^\circ$，120°

$\sin\theta\geqq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となるのは，$\boldsymbol{60^\circ\leqq\theta\leqq 120^\circ}$



(2)　$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ を満たす θ は，$\theta=45^\circ$

$\cos\theta<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ となるのは，$\boldsymbol{45^\circ<\theta\leqq 180^\circ}$



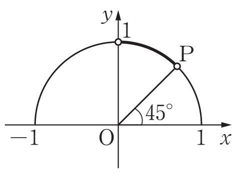
(3)　$\tan\theta=1$ を満たす θ は，$\theta=45^\circ$

$\tan\theta>0$ だから，

$0^\circ\leqq\theta<90^\circ$ であり，

$\tan\theta>1$ となるのは，

$\boldsymbol{45^\circ<\theta<90^\circ}$



12　(1)　与式$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=\mathbf{1}$

(2)　与式$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$

(3)　与式$=-\tan 30^\circ+\cos 45^\circ=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}}$

(4)　与式$=\sin(90^\circ-12^\circ)+\cos 12^\circ$

$+2\cos(180^\circ-12^\circ)$

$=\cos 12^\circ+\cos 12^\circ-2\cos 12^\circ=\mathbf{0}$

13　(1)　$\theta=30^\circ$，150°　(2)　$\theta=150^\circ$

(3)　$\tan\theta=-1$ より，$\boldsymbol{\theta=135^\circ}$

14　(1)　$\sin\theta\leqq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ より，

$\boldsymbol{0^\circ\leqq\theta\leqq 45^\circ}$，$\boldsymbol{135^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ}$

(2)　$\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ から，

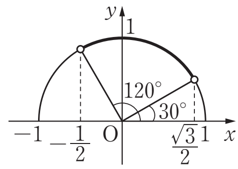
$\theta=120^\circ$

$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ から，

$\theta=30^\circ$

$-\dfrac{1}{2}<\cos\theta<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となるのは，

$\boldsymbol{30^\circ<\theta<120^\circ}$



(3)　$\tan\theta=-\sqrt{3}$ から，

$\theta=120^\circ$

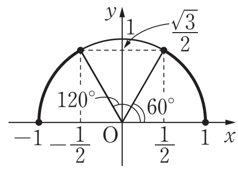
$\tan\theta=\sqrt{3}$ から，

$\theta=60^\circ$

$-\sqrt{3}\leqq\tan\theta\leqq\sqrt{3}$

となるのは，

$\boldsymbol{0^\circ\leqq\theta\leqq 60^\circ}$，$\boldsymbol{120^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ}$

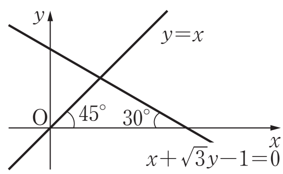


15　$y=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より，

傾きは $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

右図のグラフより，

求める角度は **75°**



16　$x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}=0$……①

$\sqrt{3}x-y-1=0$……②とする。

①と②の交点の座標を求めると，$(\sqrt{3},\ 2)$

①，②と x 軸の正の向きとのなす角を α，β，

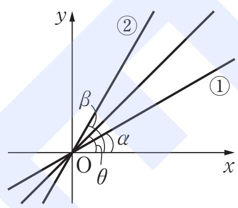
①と②のなす鋭角を 2 等分する直線と x 軸の正の向きとのなす角 θ とすると，

$\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より，$\alpha=30^\circ$

$\tan\beta=\sqrt{3}$ より，$\beta=60^\circ$

右のように平行移動させて考えると，

$\theta=\dfrac{\alpha+\beta}{2}=45^\circ$



したがって，求める直線は，点 $(\sqrt{3},\ 2)$ を通り，傾きが $\tan 45^\circ=1$ の直線だから，

$y=1(x-\sqrt{3})+2$ より，$\boldsymbol{y=x-\sqrt{3}+2}$

【p. 64】 ❸ 三角比の相互関係

17　(1)　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{5}{9}$

$0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ より，$\boldsymbol{\cos\theta=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}}$

$CD^2=x^2+1^2-2\cdot x\cdot 1\cdot\cos 60°=x^2-x+1$
$\triangle PCE \backsim \triangle ACD$ で，
$\triangle PCE:\triangle ACD=CE^2:CD^2$
よって，$\triangle PCE=\dfrac{CE^2}{CD^2}\times\triangle ACD$
$=\dfrac{x^2}{x^2-x+1}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}x=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}x^3}{4(x^2-x+1)}}$

17 (1) $\mathbf{MN}=\sqrt{BN^2-BM^2}$
$=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2}}{2}a}$

(2) BC の中点を L とすると，AC // ML
よって，$\angle NML=\alpha$　また，$ML=\dfrac{a}{2}$，$LN=\dfrac{a}{2}$
より，$\cos\alpha=\dfrac{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}{2\cdot\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
よって，$\boldsymbol{\sin\alpha}=\sqrt{1-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

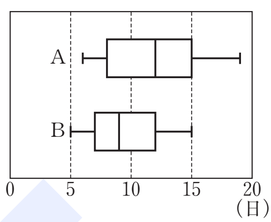
第 4 章　データの分析

【p. 80】 ❶ データの散らばり

1 (1) 第 2 四分位数は **46**
第 1 四分位数は，データ 33，34，37，38，43 の中央値だから，**37**
第 3 四分位数は，データ 46，50，53，54，56 の中央値だから，**53**
四分位範囲は，53－37＝**16**
四分位偏差は，16÷2＝**8**
外れ値は**ない**。

(2) 第 2 四分位数は，$\dfrac{1}{2}(67+69)=\mathbf{68}$
第 1 四分位数は **61**，第 3 四分位数は **74**
四分位範囲は，74－61＝**13**
四分位偏差は，13÷2＝**6.5**
また，74＋13×1.5＝93.5＜94 より，外れ値は，**94**

2 第 1 四分位数，第 2 四分位数，第 3 四分位数をそれぞれ Q_1，Q_2，Q_3 とする。A 市，B 市のデータを値の小さい順に並べると，
A　6，7，7，9，10，11，13，13，14，16，16，19
B　5，5，6，8，8，8，10，11，11，13，14，15
よって，A 市について，
$Q_2=\dfrac{1}{2}(11+13)=12$，$Q_1=\dfrac{1}{2}(7+9)=8$
$Q_3=\dfrac{1}{2}(14+16)=15$，
B 市について，
$Q_2=\dfrac{1}{2}(8+10)=9$
$Q_1=\dfrac{1}{2}(6+8)=7$
$Q_3=\dfrac{1}{2}(11+13)=12$



箱ひげ図は右のようになる。
箱ひげ図から，データの散らばりの度合は A 市の方が大きい。

【p. 81】

3 **類題** (1) 範囲は，80－30＝**50（点）**
中央値は，**60 点**
(2) テスト B で，80 点以上の人の割合はほぼ 25% だから，100×0.25＝**25（人）**
(3) データの範囲，四分位範囲ともに，テスト B の方が大きく，データの散らばりの度合はテスト B の方が大きいことが読み取れる。

4 ヒストグラムが左右対称であれば，中央値を中心に箱ひげ図も左右対称になる。また，ヒストグラムの山の位置が偏っていると，箱の位置も偏った方向に寄る。
このことから，まず，D に対応するものが**ウ**。
A と C は，それぞれ**ア**か**エ**が考えられるが，散らばりの度合は A の方が大きいことから，A が**エ**で，

C がア。また，B は，中央値が左側に寄っていることから，B がイ。

5 元のデータを x_1，x_2，…，x_{15}，新しいデータを x_1'，x_2'，…，x_{18}' として，元のデータの四分位数を Q_1，Q_2，Q_3，新しいデータの四分位数を Q_1'，Q_2'，Q_3' とする。

$40<Q_1<Q_2<62<67<Q_3$ である。ここで，

Q_2 は，$x_8 \longrightarrow x_9'$ になり，$Q_2'=\dfrac{x_9'+x_{10}'}{2}$

よって，中央値は大きくなるので，**ア**。

また，Q_1 は，$x_4 \longrightarrow x_5'$ になり，$Q_1'=x_5'$

Q_3 は，$x_{12} \longrightarrow x_{15}'$ になり，$Q_3'=x_{14}'$

となるから，第 1 四分位数は変わらず，第 3 四分位数は小さくなるので，四分位範囲は小さくなる。

よって，**イ**。

最大値と最小値は変わらないので，範囲は変わらない。よって，**ウ**。

【p. 82】 ❷ 分散と標準偏差

6 (1) $\overline{x}=6$ より，分散は，

$$s^2=\frac{1}{7}\Big\{(3-6)^2+(4-6)^2+(5-6)^2+(6-6)^2+(7-6)^2+(8-6)^2+(9-6)^2\Big\}=\mathbf{4}$$

よって，標準偏差は，$s=\sqrt{4}=\mathbf{2}$

(2) $\overline{x}=25$ より，分散は，

$$s^2=\frac{1}{5}\Big\{(18-25)^2+(24-25)^2+(26-25)^2+(27-25)^2+(30-25)^2\Big\}=\mathbf{16}$$

よって，標準偏差は，$s=\sqrt{16}=\mathbf{4}$

7 $\overline{x}=5$

$\overline{x^2}=\dfrac{1}{10}(4^2+5^2+3^2+5^2+6^2+3^2+7^2+6^2+7^2+4^2)$

$=27$

よって，分散は，

$s^2=\overline{x^2}-(\overline{x})^2=27-5^2=\mathbf{2}$

標準偏差は，$s=\sqrt{\mathbf{2}}$ **人**

8 右の表から，

x	f	xf	x^2f
1	0	0	0
2	1	2	4
3	1	3	9
4	2	8	32
5	3	15	75
6	6	36	216
7	3	21	147
8	2	16	128
9	1	9	81
10	1	10	100
計	20	120	792

$\overline{x}=\dfrac{120}{20}=6$

$\overline{x^2}=\dfrac{792}{20}=39.6$

よって，分散は，

$s^2=39.6-6^2=\mathbf{3.6}$

標準偏差は，

$s=\sqrt{3.6}\fallingdotseq\mathbf{1.90}$ **(点)**

【p. 83】

9 類題 $c=10$，仮平均 $x_0=45$，$u=\dfrac{x-x_0}{c}$

として，次の表をつくる。

階級値 x	f	u	uf	u^2f
35	5	−1	−5	5
45	14	0	0	0
55	12	1	12	12
65	6	2	12	24
75	3	3	9	27
計	40		28	68

表から，

$\overline{u}=\dfrac{28}{40}=0.7$

$\overline{u^2}=\dfrac{68}{40}=1.7$

よって，

$\overline{x}=45+10\cdot0.7$

$=\mathbf{52}$ **(kg)**

u の分散は，$s_u{}^2=1.7-0.7^2=1.21$ より，

x の分散は，$s^2=c^2s_u{}^2=10^2\cdot1.21=\mathbf{121}$

x の標準偏差は，$s=\sqrt{121}=\mathbf{11}$ **(kg)**

10 平均値 $\overline{x}=\dfrac{2+4+6+8+x}{5}=4+\dfrac{x}{5}$

分散 $s^2=2^2$ となるから，

$$\left(-2-\frac{x}{5}\right)^2+\left(-\frac{x}{5}\right)^2+\left(2-\frac{x}{5}\right)^2+\left(4-\frac{x}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}x-4\right)^2=2^2\times5=20$$

これを整理して，$x^2-10x+25=0$

よって，$\boldsymbol{x=5}$

11 (1) 平均値 $\overline{x}=\dfrac{3\times8+6+5}{10}=\mathbf{\dfrac{7}{2}}$

(2) $\dfrac{1}{8}(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_8{}^2)-3^2=4$ より，

$x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_8{}^2=104$ であるから，分散は，

$s^2=\dfrac{1}{10}(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots\cdots+x_{10}{}^2)-\left(\dfrac{7}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1}{10}\times(104+5^2+6^2)-\dfrac{49}{4}=\mathbf{\dfrac{17}{4}}$

12 $(x_1+x_2+\cdots+x_5)^2=x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_5{}^2+2(x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_5x_4)$ であるから

$(x_1+x_2+\cdots+x_5)^2=151+2\times237=625$

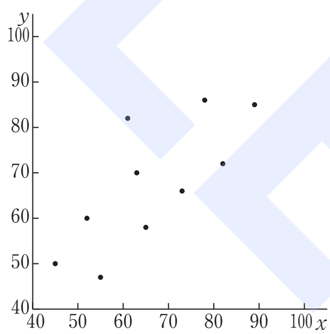
すべて正の数より，$x_1+x_2+\cdots+x_5=25$

よって，**平均値は 5**

分散$=\dfrac{1}{5}(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_5{}^2)-5^2=\dfrac{151}{5}-25=\mathbf{\dfrac{26}{5}}$

【p. 84】 ❸ データの相関

13



散布図から，x と y の間には正の相関があると考えられる。

14 (1) $\overline{x}=4$，$\overline{y}=5$ より，

$$s_x=\sqrt{\frac{1}{5}\Big\{(3-4)^2+(1-4)^2+(7-4)^2+(3-4)^2+(6-4)^2\Big\}}$$