

1. 比例と反比例

基本ワーク

1 例題 変数と変域

1本80円の鉛筆を x 本買ったときの代金が y 円であるとき、次の各問いに答えよ。ただし、鉛筆は4本以上買うものとする。

- (1) 変数はどれか。
- (2) 変数のそれぞれの変域を求めよ。

考え方 (1) いろいろな値をとる文字が変数。
 (2) x は4本以上、 y は4本買ったときの代金以上の値をとる。

ポイント

- 変数……いろいろな値をとることのできる文字を**変数**という。また、値がただ1つに決まるような文字は**定数**という。

例 高さ2cm、底辺 x cm、面積 4cm^2 の x は、定数である。

- 変域……変数がとりうる値の範囲を、その変数の**変域**という。

● 変域の表し方

x は a 以上……… $x \geq a$

x は a 以下……… $x \leq a$

x は a 未満……… $x < a$

x は a より多い……… $x > a$

x は a より少ない……… $x < a$

ポイント

- 比例……ともなって変わる2つの変数 x 、 y の関係が、 $y = ax$ という式で表されるとき、 y は x に**比例(正比例)**するという。

- 比例定数…… $y = ax$ の定数 a を**比例定数**という。

$\frac{y}{x} = a$ と書きなおせるから、

比例は商が一定の関係で、この一定の値が比例定数である。

- 比例の性質…… $y = ax$ で、 x の値が2倍、3倍、4倍、…になると、 y の値も2倍、3倍、4倍、…になる。

2 高さが5cm、底辺が x cmの三角形の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 変数はどれか。
- (2) 変数のそれぞれの変域を求めよ。

3 例題 比例

1mの重さが25gの針金がある。この針金 x mの重さを y gとすると、 x と y の関係は下の表のようになる。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	25	50	75	㊦	125	150	㊩	200

- (1) x の値が2倍、3倍、……になると、 y の値はそれぞれ何倍になるか。
- (2) 上の表の㊦、㊩にあてはまる数を求めよ。

考え方 (1) $x=2$ 、 $x=3$ 、……を代入して、 y の値の変わり方を調べる。

4 3について、次の各問いに答えよ。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) このような x と y の関係を、 y は x に するという。

基本ワーク

5 例題 比例の式

次の各問いに答えよ。

- (1) y は x に比例し, $x=2$ のとき $y=8$ である。比例定数を求めよ。
- (2) y は x に比例し, $x=3$ のとき $y=-6$ である。 $x=5$ のときの y の値を求めよ。

考え方 y は x に比例 $\Rightarrow y=ax$ とおく。

6 次の各問いに答えよ。

- (1) y は x に比例し, $x=3$ のとき $y=2$ である。比例定数を求めよ。
- (2) y は x に比例し, $x=10$ のとき $y=2$ である。 $x=-5$ のときの y の値を求めよ。

7 例題 反比例

36 km の道のりを時速 x km で進んだときにかかる時間を y 時間とする。このとき, x と y の関係は下の表のようになる。

x	...	1	2	3	4	5	6	7	8
y	...	36	18	⑦	9	$\frac{36}{5}$	①	$\frac{36}{7}$	$\frac{9}{2}$

- (1) x の値が 2 倍, 3 倍, ……になると, y の値はそれぞれ何倍になるか。
- (2) 上の表の⑦, ①にあてはまる数を求めよ。

考え方 (1) $x=2, x=3, \dots$ を代入して, y の値の変わり方を調べる。

8 7について, 次の各問いに答えよ。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) このような x と y の関係を, y は x に するという。

ポイント

- 比例の式の求め方…… $y=ax$ とおいて, 与えられた x, y の値を代入して比例定数 a を求める。

ポイント

- 反比例……ともなって変わる 2 つの変数 x, y の関係が, $y = \frac{a}{x}$ という式で表されるとき, y は x に反比例するという。

- 比例定数…… $y = \frac{a}{x}$ の定数 a を比例定数という。

$xy=a$ と書きなおせるから, 反比例は積が一定の関係で, この一定の値が比例定数である。

- 反比例の性質…… $y = \frac{a}{x}$ で, x の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍, ……になると, y の値は $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ になる。

基本ワーク

9 例題 反比例の式

次の各問いに答えよ。

- (1) y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=4$ である。比例定数を求めよ。
- (2) y は x に反比例し、 $x=-2$ のとき $y=8$ である。 $x=4$ のときの y の値を求めよ。

考え方 y は x に反比例 $\Rightarrow y = \frac{a}{x}$ とおく。

ポイント

● 反比例の式の求め方

$y = \frac{a}{x}$ において、与えられた x , y の値を代入して比例定数 a を求める。

10 次の各問いに答えよ。

- (1) y は x に反比例し、 $x=6$ のとき $y=1$ である。比例定数を求めよ。
- (2) y は x に反比例し、 $x=-4$ のとき $y=-6$ である。 $x=3$ のときの y の値を求めよ。

11* 例題 いろいろな比例・反比例

次の各問いに答えよ。

- (1) y は $x-2$ に比例し、 $x=5$ のとき $y=9$ である。 y を x の式で表せ。
- (2) y は $x+3$ に反比例し、 $x=-1$ のとき $y=4$ である。 y を x の式で表せ。

考え方 (1) $y = a(x-2)$ とおいて考える。

(2) $y = \frac{a}{x+3}$ とおいて考える。

ポイント

● いろいろな比例・反比例

y は $x-2$ に比例
 $\Rightarrow y = a(x-2)$ とおける。
 y は $x+3$ に反比例
 $\Rightarrow y = \frac{a}{x+3}$ とおける。

● 11(1) $y = a(x-2)$ において、与えられた x , y の値を代入して比例定数 a を求める。
 求めた比例定数を、上の式に代入する。

● 11(2) $y = \frac{a}{x+3}$ において、与えられた x , y の値を代入して比例定数 a を求める。
 求めた比例定数を上の式に代入する。

12* 次の各問いに答えよ。

- (1) $y+5$ は $x-1$ に比例し、 $x=3$ のとき $y=7$ である。 y を x の式で表せ。
- (2) $y+2$ は $x-3$ に反比例し、 $x=6$ のとき $y=1$ である。 y を x の式で表せ。

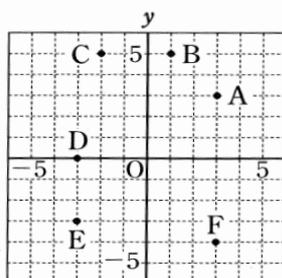
2. 座標

基本ワーク

13 例題 点と座標

右の図について、次の各問いに答えよ。

- (1) 右の座標平面上の点A～Fの座標を答えよ。
 (2) 次の点を右の座標平面上に示せ。



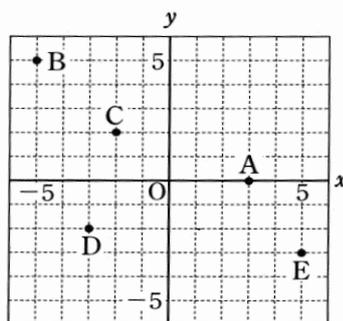
G(1, 6) H(-5, 3)

I(0, -3) J(6, -2)

考え方 座標は、(x座標, y座標)のように書く。

- 14 右の図について、次の各問いに答えよ。

- (1) 右の座標平面上の点A～Eの座標を答えよ。
 (2) 次の点を右の座標平面上に示せ。



F(5, 5) G(2, -5)

H(-6, 0) I(-3, -6)

15 例題 点の移動

点A(2, 3)を次のように移動した点の座標を答えよ。

- (1) 右へ4, 下へ5移動 (2) 左へ3, 上へ2移動

考え方 右または上への移動は+(プラス),
 左または下への移動は-(マイナス)である。

- 16 点A(-4, 2)を次のように移動した点の座標を答えよ。

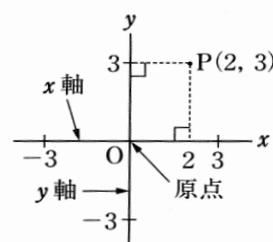
- (1) 右へ3, 上へ4移動
 (2) 左へ1, 下へ5移動

ポイント

● **座標軸**……2本の数直線を両方の原点で直角に交わるようにし、交わった点をOとする。このとき横の数直線を**x軸**, 縦の数直線を**y軸**といい, x軸, y軸を合わせて**座標軸**という。

● **座標**……座標平面上の点の位置を, 座標軸をもとにして, 2数の組で表したものを**座標**という。

例



点Pの座標は(2, 3)

↑ ↑
 x座標 y座標

ポイント

● 点の移動

点(a, b)について,

右へp, 上へq移動

(a+p, b+q)

左へt, 下へs移動

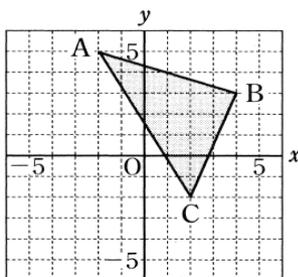
(a-t, b-s)

基本ワーク

17 例題 三角形の面積

右の座標軸の単位の長さを1 cm とするとき、点 A, B, C を頂点とする三角形の面積を求めよ。

考え方 3つの頂点を囲む長方形の面積から、まわりの3つの三角形の面積をひいて求める。

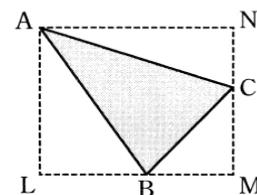


ポイント

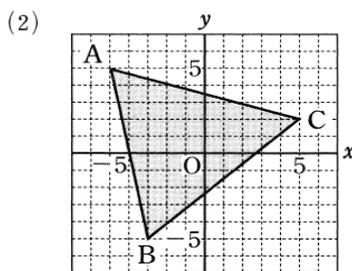
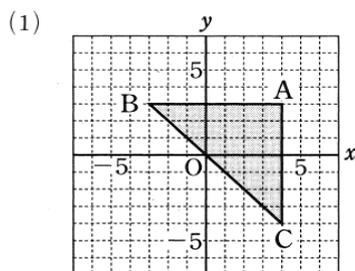
● 図形の面積

高さ、底辺の値がはっきりしない三角形の面積は、3つの頂点を囲む長方形をつくり、長方形の面積から余分な3つの三角形の面積をひいて求める。

下の図で、三角形 ABC の面積は、長方形 ALMN の面積から、三角形 ALB, BMC, ACN の面積の和をひいて求める。



18 次の三角形 ABC の面積を求めよ。ただし、座標軸の単位の長さを1 cm とする。

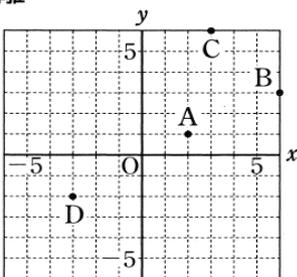


19 例題 中点の座標, 2点間の距離

右の図で、次の座標を求めよ。

- (1) 点 A と点 B の中点の座標
 (2) 点 C と点 D の中点の座標

考え方 (1) $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{1+3}{2}\right)$
 (2) $\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-2+6}{2}\right)$



ポイント

- 中点……まん中の点を中点という。
- 中点の座標……2点 $A(a, b)$, $B(c, d)$ の中点の座標は、 $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$ で求められる。

- 2点間の距離…… x 座標、または y 座標が等しい2点間の距離は、それぞれの y 座標、または x 座標の差で考える。

例 $P(3, 2)$, $Q(3, 5)$ 間の距離は、 x 座標が等しいから、 y 座標の差で考えて、 $5-2=3$ である。

20 次の2点の中点の座標を求めよ。

- (1) $(3, 4)$, $(5, 2)$ (2) $(-1, 3)$, $(3, -5)$
 (3) $(1, 0)$, $(1, 8)$ (4) $(-6, -1)$, $(-3, 4)$

21 次の2点間の距離を求めよ。

- (1) $(0, 3)$, $(0, -1)$ (2) $(7, 2)$, $(1, 2)$
 (3) $(-2, 5)$, $(-2, 3)$ (4) $(-1, -3)$, $(-1, 0)$

3. 比例・反比例のグラフ

基本ワーク

22 例題 比例のグラフ①

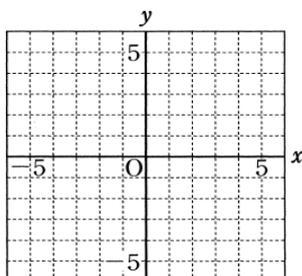
次の比例のグラフを、対応表をもとにしてかけ。

(1) $y = 3x$

x	-2	-1	0	1	2
y					

(2) $y = -\frac{1}{3}x$

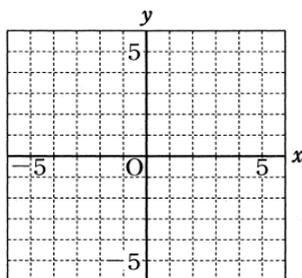
x	-6	-3	0	3	6
y					



【考え方】 表の x, y の値の組を座標とする点をとって直線で結ぶ。

23 次の比例のグラフをかけ。

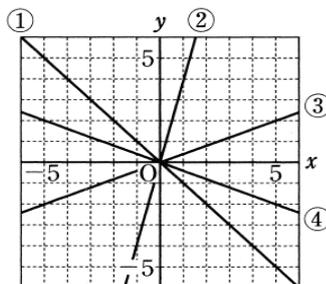
- (1) $y = 2x$ (2) $y = -3x$
 (3) $y = \frac{1}{2}x$ (4) $y = -\frac{2}{3}x$



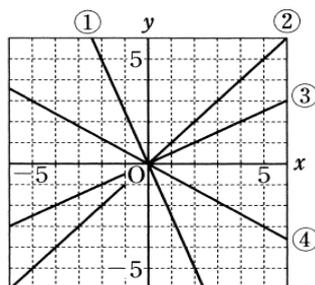
24 例題 比例のグラフ②

右の図の①～④のグラフの式を求めよ。

【考え方】 x 座標, y 座標がともに整数である点をグラフ上に求め, $y = ax$ の式に代入して比例定数を求める。



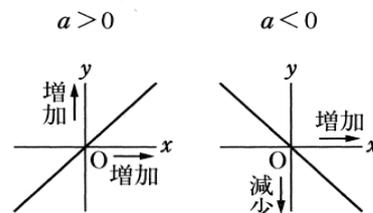
25 右の図の①～④のグラフの式を求めよ。



ポイント

● $y = ax$ のグラフ

$a > 0$ のとき右上がり, $a < 0$ のとき右下がりの原点を通る直線となる。



● 比例定数とグラフ…… $y = ax$ のグラフでは, $x = 1$ のとき $y = a$ だから, a の大きさによってグラフの傾き具合が決まる。

ポイント

● 比例のグラフの式

グラフ上の点の x 座標, y 座標の値を $\frac{y}{x} = a$ に代入して, 比例定数を求める。
 また, $x = 1$ のときの y の値を求めてもよい。

基本ワーク

26 例題 反比例のグラフ①

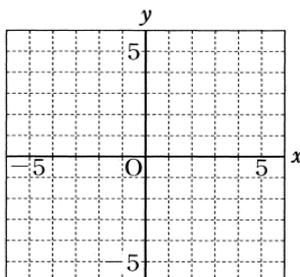
次の反比例のグラフを，対応表をもとにしてかけ。

(1) $y = \frac{6}{x}$

x	-6	-3	-2	2	3	6
y						

(2) $y = -\frac{12}{x}$

x	-6	-4	-2	2	4	6
y						



考え方 表の x, y の値の組を座標とする点を取り，なめらかな曲線で結ぶ。

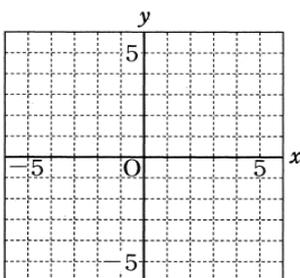
27 次の反比例のグラフをかけ。

(1) $y = \frac{4}{x}$

(2) $y = \frac{8}{x}$

(3) $y = -\frac{3}{x}$

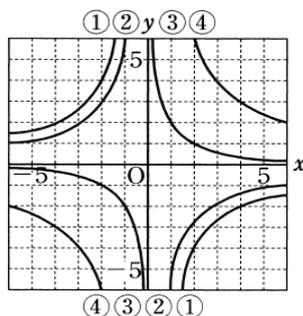
(4) $y = -\frac{10}{x}$



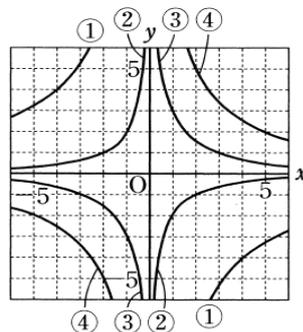
28 例題 反比例のグラフ②

右の図の①～④のグラフの式を求めよ。

考え方 x 座標， y 座標がともに整数である点をグラフ上に求め， $y = \frac{a}{x}$ の式に代入して比例定数を求める。



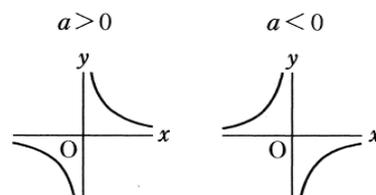
29 右の図の①～④のグラフの式を求めよ。



ポイント

● $y = \frac{a}{x}$ のグラフ

原点について対称な双曲線となる。



● $y = \frac{a}{x}$ のグラフのかき方

なるべく多くの点を取り，それらをなめらかな曲線で結ぶ。グラフは原点について対称であるから，対応する値の計算は $x > 0$ の範囲についてだけして，あとはそれらと原点について対称な点をとればよい。

ポイント

● 反比例のグラフの式

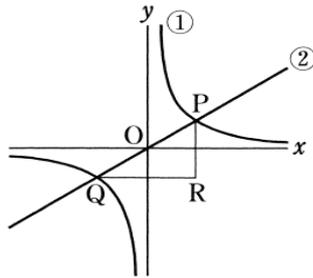
グラフ上の点の x 座標， y 座標の値を， $xy = a$ に代入して比例定数を求める。

4. グラフと図形

基本ワーク

30 例題 比例・反比例のグラフと図形

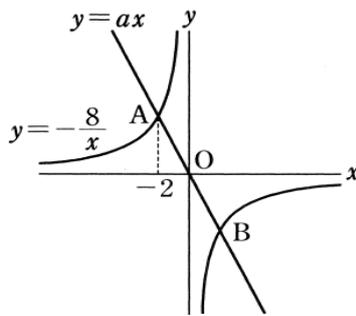
右の図で、①は反比例のグラフ、②は比例のグラフで、点P、Qは①と②の交点である。点Pの座標が(3, 2)であるとき、次の各問いに答えよ。



- (1) ①, ②のグラフの式を求めよ。
- (2) 点Qの座標を求めよ。
- (3) QR, PRはそれぞれx軸, y軸に平行である。このとき、三角形PQRの面積を求めよ。

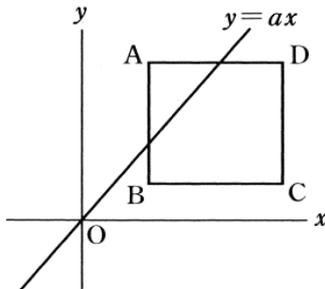
- 考え方**
- (1) ①も②もP(3, 2)を通る。
 - (2) 点Qは、原点について点Pと対称な点である。
 - (3) QRを底辺, PRを高さと考える。

31 右の図は、 $y=ax$ と $y=-\frac{8}{x}$ のグラフで、2点A、Bはそれらの交点である。点Aのx座標が-2のとき、次の各問いに答えよ。



- (1) aの値を求めよ。
- (2) 点Bの座標を求めよ。

32 4点A(3, 8), B(3, 2), C(9, 2), Dを頂点とする正方形ABCDと、直線 $y=ax$ について、次の各問いに答えよ。



- (1) 点Dの座標を求めよ。
- (2) 直線 $y=ax$ が辺ABと共有点をもつときのaの値の範囲を求めよ。
- (3) 直線 $y=ax$ が、正方形ABCDの面積を2等分するときのaの値を求めよ。

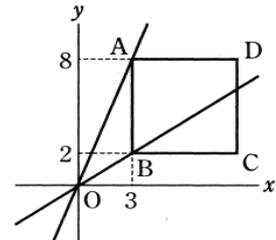
ポイント

● 比例と反比例のグラフが交わっている問題

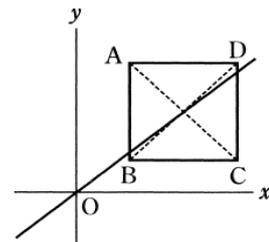
2つの交点をP、Qとすると、PとQは原点について対称である。

● 31で、点Aのy座標は、反比例のグラフの式に $x=-2$ を代入して求めることができる。

● 32(2)では、まず次の図のように、直線 $y=ax$ が辺ABの両端の点A、Bを通るときのaの値を求める。



● 32(3)で、直線 $y=ax$ ……①が面積を2等分するのは、①が正方形ABCDの対角線の交点を通るとき。



章のまとめ

1 1辺の長さが x cmである正方形の周の長さを y cmとすると、次の各問いに答えよ。

- (1) x の値が5のときの y の値を求めよ。
- (2) y の値が28のときの x の値を求めよ。
- (3) x の値が2倍になると、 y の値は何倍になるか。
- (4) y を x の式で表せ。
- (5) 比例定数を求めよ。
- (6) x の変域が $3 \leq x < 6$ のときの y の変域を求めよ。

2 面積が 48 cm^2 の長方形の縦を x cm、横を y cmとすると、次の各問いに答えよ。

- (1) x の値が4のときの y の値を求めよ。
- (2) y の値が6のときの x の値を求めよ。
- (3) x の値が2倍になると、 y の値は何倍になるか。
- (4) y を x の式で表せ。
- (5) 比例定数を求めよ。
- (6) x 、 y の変域をそれぞれ求めよ。

3 次の各問いに答えよ。

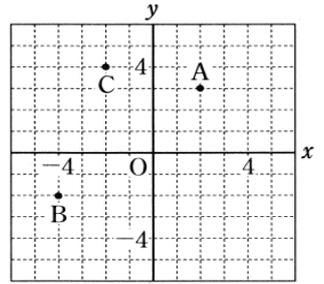
- (1) y は x に比例し、 $x=3$ のとき $y=15$ である。比例定数を求めよ。
- (2) y は x に比例し、 $x=-5$ のとき $y=1$ である。 y を x の式で表せ。
- (3) y は x に比例し、 $x=8$ のとき $y=4$ である。 $x=10$ のときの y の値を求めよ。

4 次の各問いに答えよ。

- (1) y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=8$ である。比例定数を求めよ。
- (2) y は x に反比例し、 $x=-3$ のとき $y=4$ である。 y を x の式で表せ。
- (3) y は x に反比例し、 $x=6$ のとき $y=8$ である。 $x=9$ のときの y の値を求めよ。

5 右の図について、次の各問いに答えよ。

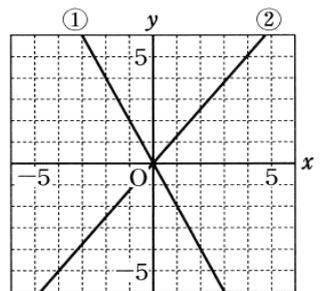
- (1) 点 A, B の座標を答えよ。
- (2) 点 D (4, -3), 点 E(-4, 2) を右の図にかけ。
- (3) 2点 A と B の中点の座標を求めよ。
- (4) 3点 A, B, C を頂点とする三角形の面積を求めよ。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。



6 右の図について、次の各問いに答えよ。

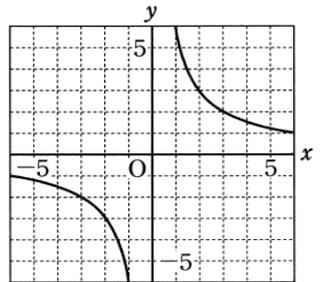
- (1) 右の図の①, ②のグラフの式を求めよ。
- (2) 次の比例のグラフを右の座標平面上にかけ。

① $y = \frac{1}{3}x$ ② $y = -\frac{1}{2}x$



7 右の図について、次の各問いに答えよ。

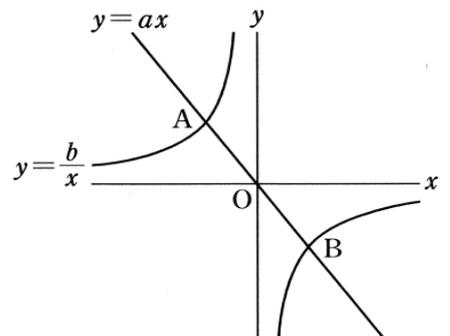
- (1) 右の図のグラフの式を求めよ。
- (2) $y = -\frac{8}{x}$ のグラフを右の座標平面上にかけ。
- (3) 右の図のグラフが点 (8, a) を通るとき、a の値を求めよ。
- (4) 次の点の中で、右の図のグラフ上にはないのはどれか。記号で答えよ。



ア (3, 2) イ $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ ウ $(\frac{1}{2}, 12)$ エ $(-\frac{2}{3}, -9)$

8 右の図は、関数 $y = ax$ と $y = \frac{b}{x}$ のグラフの交点を A, B としたものである。点 A の座標が (-3, 4) のとき、次の各問いに答えよ。

- (1) a, b の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 点 B の座標を求めよ。



9 右の図のような巻き紙がある。全体の重さは 15 kg で、しんの重さは 1980 g である。ほどいた紙 1 m の重さが 140 g とするとき、この紙全体の長さを求めよ。

