

$$\text{①} \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad \text{①} \quad x = \pm 2 \quad \text{②} \quad x = \pm \frac{3}{2}$$

解説

(1) $x=1$ を代入すると、(左辺) $=1^2-2 \times 1-3=-4$
 $x=2$ を代入すると、(左辺) $=2^2-2 \times 2-3=-3$
 $x=3$ を代入すると、(左辺) $=3^2-2 \times 3-3=0$
 $x=4$ を代入すると、(左辺) $=4^2-2 \times 4-3=5$
 $x=5$ を代入すると、(左辺) $=5^2-2 \times 5-3=12$
よって、 $x^2-2x-3=0$ の解になっているのは、
 $x=3$

$$(2) \quad \text{①} \quad x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

$$\text{②} \quad 4x^2=9, \quad x^2=\frac{9}{4} \text{より}, \quad x = \pm \frac{3}{2}$$

② イ

$$\text{③} \quad (1) \quad x = \pm 5 \quad (2) \quad x = \pm \sqrt{5} \quad (3) \quad x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$(4) \quad x = \pm 3 \quad (5) \quad x = \pm 5 \quad (6) \quad x = \pm 3\sqrt{2}$$

$$\text{④} \quad (1) \quad x = 1, 7 \quad (2) \quad x = -2 \pm \sqrt{7}$$

解説

$$(1) \quad x-4 = \pm 3 \quad x-4=3 \text{より}, \quad x=7$$

$$x-4=-3 \text{より}, \quad x=1$$

$$(2) \quad (x+2)^2=7 \text{より}, \quad x+2 = \pm \sqrt{7}, \quad x = -2 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{⑤} \quad (1) \quad x = -2, 4 \quad (2) \quad x = -5, -1$$

$$(3) \quad x = 5 \pm \sqrt{2} \quad (4) \quad x = -1 \pm 2\sqrt{2}$$

$$(5) \quad x = -1, 11 \quad (6) \quad x = 4, 12$$

$$(7) \quad x = 4 \pm \sqrt{6} \quad (8) \quad x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$\text{⑥} \quad (1) \quad x = 2 \pm \sqrt{6} \quad (2) \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

解説

(1) 両辺に $\left(\frac{4}{2}\right)^2=2^2=4$ を加える。

$$x^2-4x+4=2+4, \quad (x-2)^2=6 \text{より}, \\ x-2 = \pm \sqrt{6}, \quad x = 2 \pm \sqrt{6}$$

(2) 両辺に $\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ を加える。

$$x^2+3x+\frac{9}{4}=-1+\frac{9}{4}, \quad \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4} \text{より},$$

$$x+\frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{⑦} \quad (1) \quad x = 2 \pm \sqrt{7} \quad (2) \quad x = -7 \pm \sqrt{46}$$

$$(3) \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2} \quad (4) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(5) \quad x = -4 \pm \sqrt{10} \quad (6) \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$\text{⑧} \quad (1) \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2} \quad (2) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

解説

(1) 解の公式により、

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

(2) 解の公式により、

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2-4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} \\ = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{⑨} \quad (1) \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{61}}{2} \quad (2) \quad x = -3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$(3) \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{⑩} \quad (1) \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6} \quad (2) \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$\text{⑪} \quad (1) \quad x = 1, 5 \quad (2) \quad x = -3, 7$$

解説

(1) 左辺を因数分解して、 $(x-1)(x-5)=0$,
 $x=1, 5$

(2) 与式は、 $x^2-4x-21=0$ 左辺を因数分解して、
 $(x+3)(x-7)=0$, $x=-3, 7$

$$\text{⑫} \quad (1) \quad x = 0, 6 \quad (2) \quad x = -8, 3$$

$$(3) \quad x = -3, 5 \quad (4) \quad x = 1, 15$$

$$(5) \quad x = -1, 4 \quad (6) \quad x = -1, 9$$

$$\text{⑬} \quad (1) \quad x = 2, 5 \quad (2) \quad x = 0, 7$$

$$\text{⑭} \quad (1) \quad x = 2, 4 \quad (2) \quad x = -3, 6$$

解説

(1) 両辺に2をかけて、 $x^2-6x+8=0$ この左辺
を因数分解して、 $(x-2)(x-4)=0$, $x=2, 4$

(2) 展開して整理すると、 $x^2-3x-18=0$ この左
辺を因数分解して、 $(x+3)(x-6)=0$ より、
 $x=-3, 6$

$$\text{⑮} \quad (1) \quad x = -2, 6 \quad (2) \quad x = 7 \pm \sqrt{65}$$

$$(3) \quad x = 1, 2 \quad (4) \quad x = 2, 3$$

$$\text{⑯} \quad (1) \quad x = -2, 4 \quad (2) \quad x = 1, 6$$

$$(3) \quad x = -2, 7 \quad (4) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{⑰} \quad (1) \quad a = 3 \quad (2) \quad a = -7, b = 12$$

解説

(1) $x=-1$ を代入して、

$$(-1)^2+a \times (-1)+2=0$$

これを a について解いて、 $a=3$

(2) $x=3$ を代入すると、 $9+3a+b=0 \dots \text{①}$

$x=4$ を代入すると、 $16+4a+b=0 \dots \text{②}$

①、②を a, b の連立方程式として解いて、

$$a=-7, b=12$$

$$\text{⑱} \quad (1) \quad a = -8$$

(2) $a=6$, もう1つの解 $\dots x=-3$

解説

(1) $x=2$ を代入して、 $4+4+a=0$

これより、 $a=-8$

(2) $x=2$ を代入して、 $4+2-a=0$, $a=6$

このとき、方程式は、 $x^2+x-6=0$ 因数分解
して、 $(x+3)(x-2)=0$ より、 $x=-3, 2$

$$\text{⑲} \quad a = 1, b = -20$$

解説

$x=4$ を代入して、 $16+4a+b=0 \dots \text{①}$

$x=-5$ を代入して、 $25-5a+b=0 \dots \text{②}$

①、②より、 $a=1, b=-20$

20 (1) $x^2 + x - 6 = 0$ (2) $a = 8, b = 16$

解説

(1) 2, -3が解となる2次方程式は,

$$(x-2)(x+3) = 0$$

左辺を展開して, $x^2 + x - 6 = 0$

(2) -4だけが解となる2次方程式は,

$$(x+4)^2 = 0$$

左辺を展開して, $x^2 + 8x + 16 = 0$

21 (1) $x^2 - 5x - 6 = 0$ (2) $a = -4, b = 4$

解説

(1) $(x+1)(x-6) = 0$ より, $x^2 - 5x - 6 = 0$

(2) $(x-2)^2 = 0$ より, $x^2 - 4x + 4 = 0$

22 方程式 $\cdots x(x+1) = x + (x+1) + (x+2)$

-1, 0, 1 または 3, 4, 5

解説

3つの数は, $x, x+1, x+2$ となる。

$x(x+1) = x + (x+1) + (x+2)$, したがって,

$x^2 - 2x - 3 = 0, (x+1)(x-3) = 0, x = -1, 3$

23 方程式 $\cdots 2(x-2)(x+2) = x^2 + 1$

3つの数 $\cdots 1, 3, 5$

解説

$2(x-2)(x+2) = x^2 + 1$ を整理して, $x^2 - 9 = 0$

$(x+3)(x-3) = 0, x = -3, 3$ となるが, $x = -3$

は適さない。

24 方程式 $\cdots x(22-2x) = 48$

3 cm または 8 cm

解説

横の長さは, $22 - 2x$ (cm) となる。

$x(22 - 2x) = 48$ より, $2x^2 - 22x + 48 = 0,$

$x^2 - 11x + 24 = 0, (x-3)(x-8) = 0$ となって,

$x = 3, 8$

25 方程式 $\cdots (20-x)(34-x) = 576$

道幅 $\cdots 2$ m

解説

道幅を x m とすると, 求める面積は,

縦が $(20-x)$ m, 横が $(34-x)$ m の長方形に等しい。

$(20-x)(34-x) = 576$ より, $x^2 - 54x + 104 = 0$

$(x-52)(x-2) = 0, x = 52, 2$ ここで x は

$0 < x < 20$ だから, $x = 52$ は適さない。

26 2秒後, 8秒後

解説

x 秒後の PB, BQ の長さは, $PB = (20-2x)$ cm,

$BQ = x$ cm となる ($0 \leq x \leq 10$)。したがって,

$$\frac{1}{2} \times (20-2x) \times x = 16, x^2 - 10x + 16 = 0$$

$(x-2)(x-8) = 0, x = 2, 8$

これらは x の変域に適する。

27 3秒後, 7秒後

解説

x 秒後, $BP = 2x$ cm, $PC = (30-2x)$ cm, $CQ = 2x$ cm, $QD = (20-2x)$ cm となる。 ($0 \leq x \leq 10$)

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times BP \times AB = \frac{1}{2} \times 2x \times 20 = 20x$$

$$\begin{aligned} \triangle PCQ &= \frac{1}{2} \times PC \times QC = \frac{1}{2} \times (30-2x) \times 2x \\ &= 30x - 2x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle AQD &= \frac{1}{2} \times AD \times DQ = \frac{1}{2} \times 30 \times (20-2x) \\ &= 300 - 30x \end{aligned}$$

$\triangle APQ =$ 長方形 ABCD $- (\triangle ABP + \triangle PCQ + \triangle AQD)$ であるから,

$$258 = 20 \times 30 - \{20x + (30x - 2x^2) + (300 - 30x)\}$$

$$2x^2 - 20x + 42 = 0, x^2 - 10x + 21 = 0,$$

$$(x-3)(x-7) = 0, x = 3, 7$$

これらは x の変域に適する。

28 $P\left(2, \frac{3}{2}\right)$

解説

直線 AB の式は, $y = -\frac{3}{4}x + 3$ だから, P の x 座標

を t とおくと, y 座標は $-\frac{3}{4}t + 3$ ($0 \leq t \leq 4$)

$OQ = t, PQ = -\frac{3}{4}t + 3$ より, 長方形 OQPR の

面積について, $t\left(-\frac{3}{4}t + 3\right) = 3$ となる。

$$-\frac{3}{4}t^2 + 3t - 3 = 0, t^2 - 4t + 4 = 0,$$

$(t-2)^2 = 0, t = 2$ これは t の変域に適する。

29 $P(1, 4)$

解説

P の x 座標を t とする ($0 \leq t \leq 3$)。P の y 座標は $-2t + 6, QA = 3 - t, PQ = -2t + 6$ となる。

よって, $\frac{1}{2} \times (3-t) \times (-2t+6) = 4,$

$$t^2 - 6t + 5 = 0, (t-5)(t-1) = 0$$

ここで, $0 \leq t \leq 3$ であることに注意して, $t = 1$

y 座標は, $-2 \times 1 + 6 = 4$

30 3秒後

解説

$45 = 30t - 5t^2$ より, $t^2 - 6t + 9 = 0,$

$$(t-3)^2 = 0, t = 3$$

31 5秒後

解説

$0 = 25t - 5t^2$ より, $5t(5-t) = 0, t = 0, 5$

$t = 0$ は投げ上げたときなので, $t = 5$ が解となる。

32 24

解説

$$\frac{1}{2}n(n-3)=252 \text{ より, } n^2-3n-504=0,$$

$$(n-24)(n+21)=0 \quad n>0 \text{ だから, } n=24$$

33 (1) $1+\frac{x}{10}$

$$(2) 200\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1-\frac{x}{10}\right)-200=-18$$

(3) 260円

解説

$$(1) x \text{ 割} = \frac{x}{10} \text{ 倍だから, } x \text{ 割増し} = \left(1+\frac{x}{10}\right) \text{ 倍}$$

$$(3)(2) \text{ の方程式より, } x^2=9 \quad x>0 \text{ より, } x=3$$

$$\text{よって, 定価は, } 200 \times \left(1+\frac{3}{10}\right) = 260 \text{ (円)}$$

34 1040人

解説

$$800\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1+\frac{x}{10}\right)=1352 \text{ より,}$$

$$\left(1+\frac{x}{10}\right)^2 = \frac{1352}{800} = \frac{169}{100} = \left(\frac{13}{10}\right)^2 \text{ ここで,}$$

$$1+\frac{x}{10}>0 \text{ だから, } 1+\frac{x}{10} = \frac{13}{10} \text{ となる。}$$

よって, 2日目の入場者数は,

$$800 \times \left(1+\frac{x}{10}\right) = 800 \times \frac{13}{10} = 1040 \text{ (人)}$$

章のまとめ

1 (1) ウ

(2) ウ

2 (1) $x=\pm 4$ (2) $x=\pm\sqrt{6}$ (3) $x=\pm 3\sqrt{2}$ (4) $x=\pm 2\sqrt{2}$ (5) $x=-2, 6$ (6) $x=-5\pm\sqrt{7}$ (7) $x=-2, 4$ (8) $x=-1\pm\sqrt{10}$ (9) $x=-2\pm 2\sqrt{2}$ 3 (1) ア…4, イ…2 (2) ア… $\frac{81}{4}$, イ… $\frac{9}{2}$

(3) ア…12, イ…6

(4) ア… $\frac{29}{4}$, イ… $\frac{7}{2}$ 4 (1) $x=-2, 4$ (2) $x=-2\pm\sqrt{5}$ (3) $x=3\pm 2\sqrt{3}$ (4) $x=\frac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$ 5 (1) $x=-8, 2$ (2) $x=-4, 8$ (3) $x=-7, 8$ (4) $x=-5, 6$ (5) $x=1, 7$ (6) $x=-6, 8$ (7) $x=-5, 0$ (8) $x=0, 7$ (9) $x=-\frac{3}{2}, 0$ 6 (1) $x=-10, 2$ (2) $x=1, 9$ (3) $x=-5, 1$ (4) $x=-4, 1$ 7 (1) $a=5$, 他の解… $x=-3$ (2) $a=-3, 1$ 8 (1) $x=6$

(2) 3

解説

(1) $x^2-12=4x$ と, $x>0$ から, $x=6$ (2) 最も小さい数を x とする。(x は自然数)

$$x^2=(x+1)+(x+2) \text{ より, } (x-3)(x+1)=0$$

 $x>0$ だから, $x=3$

9 (1) 縦3cm, 横12cm

または 縦12cm, 横3cm

(2) 12cm (3) 方程式… $x(24-x)+18x=80$
2m

解説

(1) 縦の長さを x cm ($0<x<15$) とする。

$$x(15-x)=36 \text{ より, } (x-3)(x-12)=0$$

 $x=3, 12$ (2) もとの正方形の1辺の長さを x cm ($4<x$) とする。

$$(x+3)(x-4)=120 \text{ より,}$$

$$(x-12)(x+11)=0 \quad 4<x \text{ より, } x=12$$

(3) 道幅を x m ($0<x<18$) とする。

$$x(24-x)+18x=80 \text{ より,}$$

$$(x-40)(x-2)=0 \quad 0<x<18 \text{ より, } x=2$$

10 $a=4$

解説

A(1, 2+a), B $\left(-\frac{a}{2}, 0\right)$ と表せる。

$$\text{よって, } \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times (2+a) = 6, \quad a^2+2a-24=0$$

$$(a+6)(a-4)=0 \quad a>0 \text{ より, } a=4$$

11 (1) 6人 (2) 縦…28cm, 横…20cm

(3) 220円

解説

(1) 子供を x 人 ($0<x$) とする。

$$x(x+3)=54 \text{ より, } (x+9)(x-6)=0$$

 $0<x$ だから, $x=6$ (2) プリキ板の横の長さを x cm ($0<x$) とする。

直方体の底面について,

横の長さ= $x-12$ (cm)縦の長さ= $(x+8)-12=x-4$ (cm) とする。よって, $(x-4)(x-12) \times 6 = 768$,

$$(x-20)(x+4)=0 \quad 0<x \text{ より, } x=20$$

(3) 定価を $(200+x)$ 円 とする。

$$(200+x)(120-x) = 22000 \text{ より,}$$

$$(x+100)(x-20)=0$$

 $x>0$ より, $x=20$