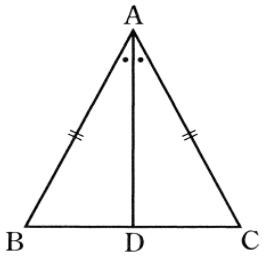
1．特別な三角形

基本ワーク

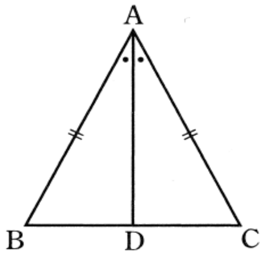
1 **例題** **二等辺三角形の性質**

△ABC で，AB＝AC ならば，∠B＝∠C である。このことを，∠Aの二等分線と底辺 BC との交点をDとして，証明せよ。



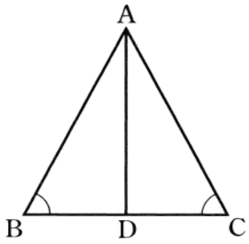
考え方　△ABD≡△ACD を示し，このことから結論を導く。

2　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の頂角Aの二等分線と底辺BCとの交点をDとするとき，BD＝CD，AD⊥BC であることを証明せよ。



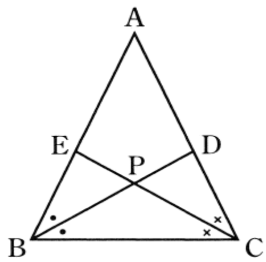
3 **例題** **二等辺三角形の条件**

△ABC で，∠B＝∠C ならば，AB＝AC である。このことを，頂角Aの二等分線と底辺 BC との交点をDとして，証明せよ。



考え方　∠B＋∠BAD＝∠C＋∠CAD
また，三角形の内角の和は180°から，
∠ADB＝∠ADC を示す。

4　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の∠B，∠C の二等分線と辺 AC，AB との交点をそれぞれ D，E とし，線分 BD と線分 CE の交点をPとする。次の各問いに答えよ。

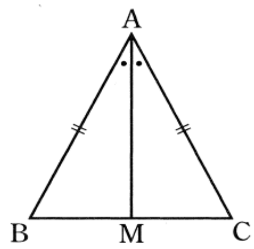


(1)　△PBC は二等辺三角形であることを証明せよ。

(2)　(1)を利用して，△EBP≡△DCP であることを証明せよ。

ポイント

● **二等辺三角形の性質**
①2つの底角は等しい。
②頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。



△ABC で，AB＝AC ならば
①　∠B＝∠C
②　∠BAM＝∠CAM のとき，
BM＝CM，AM⊥BC

ポイント

● **定理の逆**……ある定理の仮定と結論を入れかえたものを，その定理の**逆**という。
定理の逆は，正しいとは限らない。

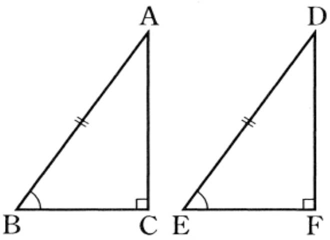
例　△ABC において，
定理…AB＝AC ならば，
∠B＝∠C
定理の逆…∠B＝∠C ならば
AB＝AC

● **二等辺三角形の条件**……2つの角が等しければ，その三角形は等しい2つの角を底角とする二等辺三角形である。

基本ワーク

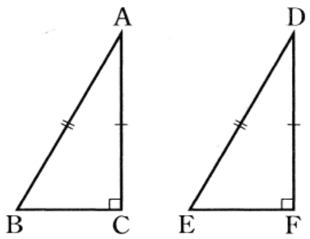
5 例題 直角三角形の合同条件

2つの直角三角形△ABCと△DEFで∠C＝∠F＝90°，AB＝DE，∠B＝∠Eのとき，△ABC≡△DEFであることを証明せよ。



考え方　∠A＝90°－∠B，∠D＝90°－∠Eだから，1辺とその両端の角が等しいことになる。

6　右の図の直角三角形ABCとDEFで，∠C＝∠F＝90°，AB＝DE，AC＝DFである。△DEFを辺DFが辺ACに重なるように移動して，△ABEをつくることにより，△ABC≡△DEFであることを証明せよ。



ポイント

● **直角三角形の合同条件**

2つの直角三角形は，次のいずれかが成り立つとき，合同である。

①斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

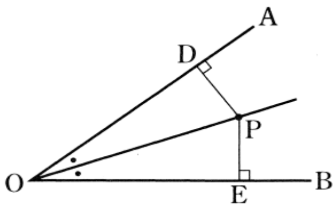
②斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

5　上の①の定理の証明である。

6　上の②の定理の証明である。5の結果「斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい2つの直角三角形は合同である」ことを利用してよい。

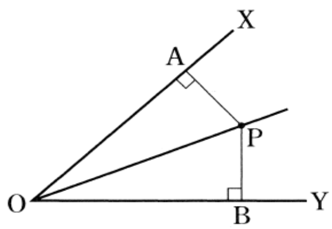
7 例題 直角三角形の合同の利用

右の図のように，∠AOBの二等分線上の1点をPとし，PからOA，OBへ垂線をひき，OA，OBとの交点をそれぞれD，Eとする。このとき，PD＝PEであることを証明せよ。



考え方　△PDO≡△PEOから導く。

8　右の図のように，∠XOY内の1点をPとし，Pから辺OX，OYへ垂線をひき，OX，OYとの交点をそれぞれA，Bとする。PA＝PBであるとき，次の各問いに答えよ。



(1)　OA＝OBであることを証明せよ。

(2)　点Pはどのような直線上の点といえるか。

ポイント

● **直角三角形の合同の利用**

7で，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

⇓

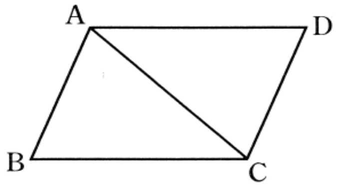
「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい」ことと同じである。

2．平行四辺形

基本ワーク

9 **例題** **平行四辺形の性質**

右の図のような▱ABCDで，「平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい」ことを証明したい。対角線ACをひくとき，次の各問いに答えよ。

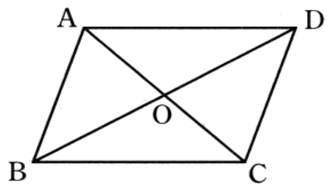


(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

考え方　仮定は，四角形ABCDで，AB∥DC，AD∥BC
このことから，まず，△ABC≡△CDAを導く。

10　右の図の▱ABCDで，対角線AC，BDの交点をOとするとき，AO＝CO，BO＝DOである。次の各問いに答えよ。



(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

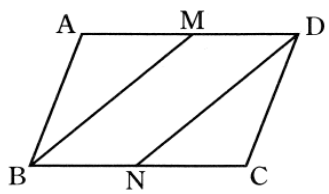
ポイント

- **平行四辺形**……２組の対辺がそれぞれ平行な四角形を**平行四辺形**という。〔定義〕
- **平行四辺形の性質**
  ①２組の対辺はそれぞれ等しい。
  ②２組の対角はそれぞれ等しい。
  ③対角線はおのおのの中点で交わる。

9，**10**　定理の証明である。仮定として使える条件は，平行四辺形の定義
AD∥BC，AB∥DC
だけである。

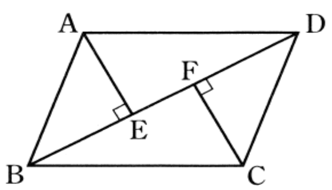
11 **例題** **平行四辺形の性質の利用**

右の図の▱ABCDで，辺AD，BCの中点をそれぞれM，Nとするとき，BM＝DNであることを証明せよ。



考え方　平行四辺形の性質を利用して，まず，△ABM≡△CDNを導く。

12　右の図の▱ABCDで，頂点A，Cから対角線BDにひいた垂線をそれぞれAE，CFとするとき，AE＝CFであることを証明せよ。



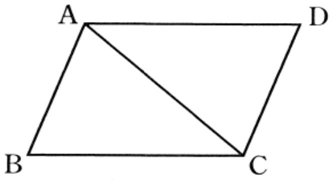
ポイント

- **平行四辺形の性質の利用**
  ①平行四辺形に関する証明では，平行線と錯角や同位角の関係をしばしば用いる。
  ②平行四辺形の性質を利用して，三角形の合同から，辺の長さや角の大きさが等しいことを証明する場合が多い。

基本ワーク

13 例題 平行四辺形になるための条件

右の図の四角形 ABCD で，「2 組の対辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である」ことを証明したい。対角線 AC をひくとき，次の各問いに答えよ。

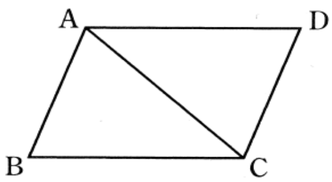


(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

考え方　平行四辺形の定義「2 組の対辺がそれぞれ平行である。」（AD∥BC，AB∥CD）を導けばよい。

14　右の図の四角形 ABCD で，AD＝BC，AD∥BC ならば，この四角形は平行四辺形になることを証明したい。対角線 ACをひくとき，次の各問いに答えよ。

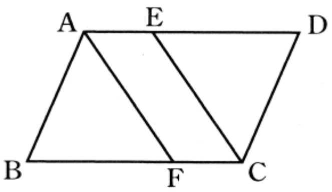


(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

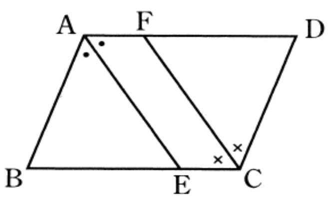
15 例題 平行四辺形であることの証明

右の図の▱ABCD の辺 AD，BC 上に，それぞれ点 E，F を AE＝CF となるようにとる。このとき，四角形 AFCE は平行四辺形であることを証明せよ。



考え方　四角形 AFCE で，1 組の対辺が平行でその長さが等しいことを示す。

16　右の図の▱ABCD で，∠A，∠C の二等分線が辺 BC，AD と交わる点をそれぞれ E，F とするとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明せよ。



ポイント

● **平行四辺形になるための条件**
①2 組の対辺がそれぞれ平行である。（定義）
②2 組の対辺がそれぞれ等しい。
③2 組の対角がそれぞれ等しい。
④対角線がおのおのの中点で交わる。
⑤1 組の対辺が平行でその長さが等しい。

ポイント

● **平行四辺形であることの証明**
平行四辺形になるための条件は，定義を含めて 5 つあるので，このうち最も適切なものを選ぶ。

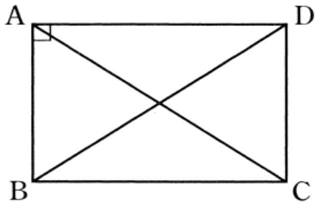
● 「平行四辺形の性質」と「平行四辺形になるための条件」は，対比して覚えるとよい。

３．特別な平行四辺形

基本ワーク

17 例題 **長方形**

右の図を用いて，「１つの角が 90°である平行四辺形は長方形である」ことを証明せよ。



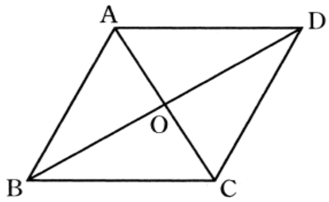
考え方　四角形 ABCD は平行四辺形だから，∠A＝∠C，∠B＝∠D，また，∠A＋∠B＝180°

18　上の図を用いて，「２つの対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形である」ことを証明せよ。

ポイント
- **長方形**……４つの角がみな直角である四角形を**長方形**という。〔定義〕
- **対角線の性質**……長方形の対角線は等しい。
- 長方形は２組の対角が等しいから，平行四辺形である。

19 例題 **ひし形**

右の図を用いて，「となり合う２辺が等しい平行四辺形はひし形である」ことを証明せよ。



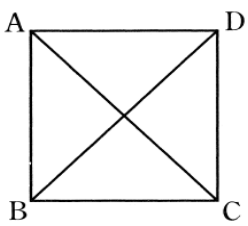
考え方　四角形 ABCD は平行四辺形だから，AB＝DC，AD＝BC また，仮定より，AB＝AD

20　上の図を用いて，「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である」ことを証明せよ。

ポイント
- **ひし形**……４つの辺がみな等しい四角形を**ひし形**という。〔定義〕
- **対角線の性質**……ひし形の対角線は垂直に交わる。
- ひし形は２組の対辺が等しいから平行四辺形である。

21 例題 **正方形**

右の図の正方形 ABCD で，AC＝BD であるわけをいえ。



考え方　正方形は４つの角が等しいから長方形であるといえる。

22　正方形 ABCD で，AC⊥BD であるわけをいえ。

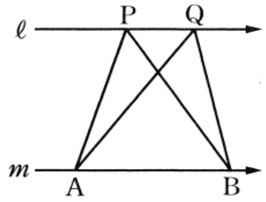
ポイント
- **正方形**……４つの角がみな直角で，４つの辺がみな等しい四角形を**正方形**という。〔定義〕
- **対角線の性質**……正方形の対角線は長さが等しく垂直に交わる。
- 正方形は，長方形でもあり，ひし形でもあるといえる。

４．平行線と面積

基本ワーク

23 例題 平行線と面積

右の図のように，２直線 ℓ，m 上にそれぞれ２点ＰとＱ，ＡとＢがあるとき，次の各問いに答えよ。

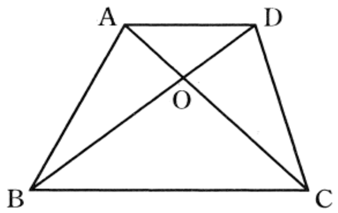


(1)　$\ell /\!/ m$ のとき，△PAB＝△QAB であることを証明せよ。

(2)　△PAB＝△QAB のとき，$\ell /\!/ m$ であることを証明せよ。

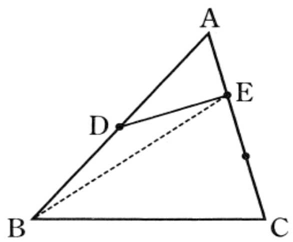
考え方　２点Ｐ，Ｑから，直線 m に垂線 PP′，QQ′ をおろす。

24　右の図のAD∥BC の台形 ABCD で，対角線 AC と BD の交点をＯとする。このとき，△AOB＝△DOC であることを証明せよ。



25 例題 三角形の面積比

右の図の△ABC で，AD＝DB，AE：EC＝１：２である。
△ADE：△ABC を求めよ。

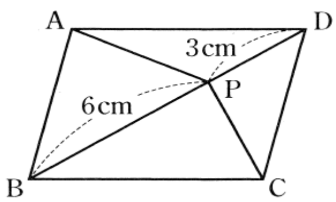


考え方　AD＝DBより，

$\triangle ADE = \frac{1}{2}\triangle ABE$

AE：AC＝１：３より，$\triangle ABE = \frac{1}{3}\triangle ABC$

26　右の図の▱ABCD で，対角線 BD 上に BP＝６cm，DP＝３cmとなるように点Ｐをとるとき，次の各問いに答えよ。



(1)　△ABP：△APD を求めよ。

(2)　△ABP：△CDP を求めよ。

(3)　△APD：▱ABCD を求めよ。

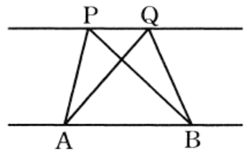
ポイント

● **平行線と面積**

１つの直線上の２点Ａ，Ｂと，その直線の同じ側にある２点Ｐ，Ｑについて，

①PQ∥AB ならば，
　　△PAB＝△QAB

②△PAB＝△QABならば，
　　PQ∥AB



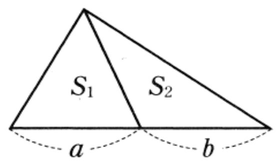
● 記号△ABC で，三角形 ABC の面積を表すこともある。したがって，△ABC：△ABD とは，三角形 ABC と三角形 ABD の面積の比を表している。

ポイント

● **三角形の面積比**

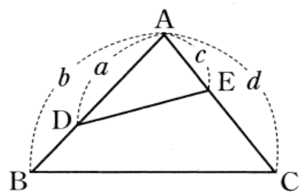
高さの等しい２つの三角形の面積比は，底辺の比に等しい。

①



$S_1 : S_2 = a : b$

②

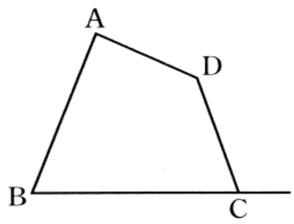


$\triangle ADE = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\triangle ABC$

基本ワーク

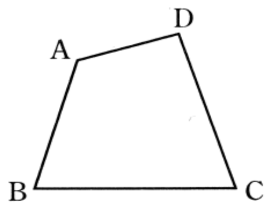
27 例題 等積変形

右の図の四角形 ABCD の辺 BC の C をこえる延長線上に点 E をとって，△ABE＝四角形 ABCD となるようにしたい。点 E をどのようにとればよいか。



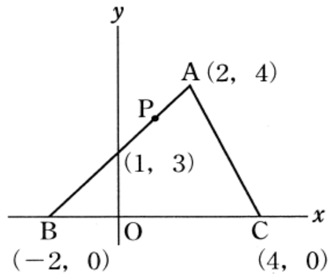
考え方　点 D を通り，対角線 AC に平行な直線をひく。

28　右の図のような四角形 ABCD に点 D を通る直線をひいて，この四角形の面積を 2 等分したい。どのようにすればよいか。27 を参考にして答えよ。



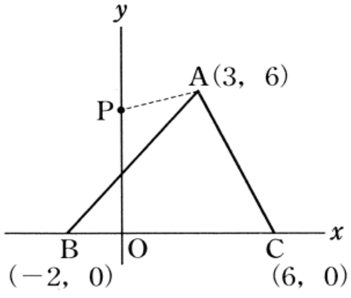
29 例題 等積変形の利用

右の図のような座標平面上に，3 点 A(2，4)，B(−2，0)，C(4，0)を頂点とする△ABC があり，点 P(1，3)は辺 AB 上の点である。x 軸上に点 Q をとり，△PBQ をつくるとき，△PBQ＝△ABC となるような点 Q の座標を求めよ。ただし，点 Q の x 座標は正とする。



考え方　点 A を通り直線 PC に平行な直線をひくと，点 Q はこの直線上にある。

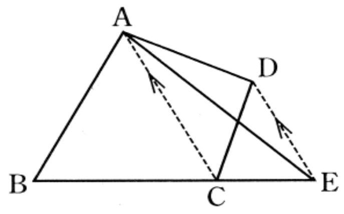
30　右の図のような座標平面上に，3 点 A(3，6)，B(−2，0)，C(6，0)を頂点とする△ABC がある。y 軸上の $y>0$ の部分に点 P をとって，四角形 APOC＝△ABC とするとき，点 P の座標を求めよ。



ポイント

● **等積変形**……ある図形をその面積を変えずに，別の図形に変形すること。

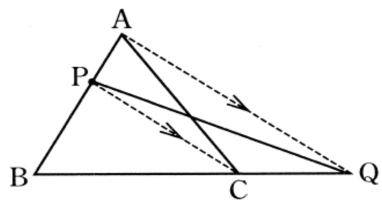
例　下の図で，DE // AC のとき，
四角形ABCD＝△ABE



ポイント

● **三角形の等積変形**

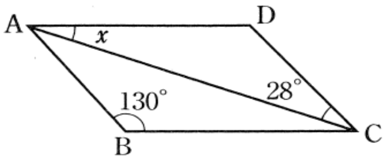
下の図で，AQ // PC のとき，
△ABC＝△PBQ



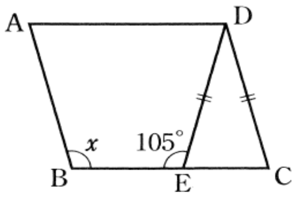
章のまとめ

1　次の▱ABCDで，$\angle x$の大きさを求めよ。

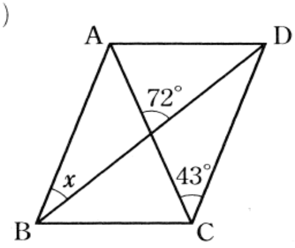
(1)



(2)



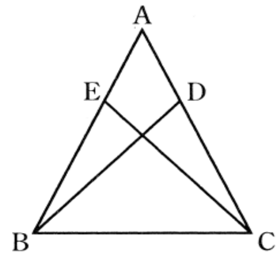
(3)



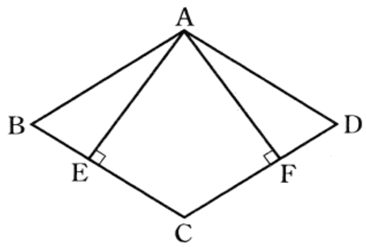
2　右の図のような，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺AC，AB上にそれぞれ点D，EをAD＝AEとなるようにとるとき，∠ABD＝∠ACEである。次の各問いに答えよ。

(1)　仮定と結論をかけ。

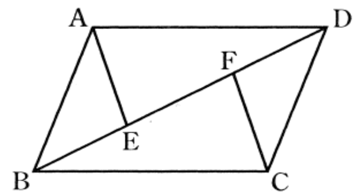
(2)　このことを証明せよ。



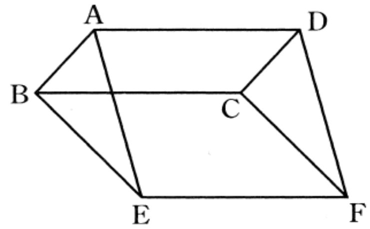
3　右の図のようなひし形ABCDの頂点Aから，辺BC，CDにひいた垂線をそれぞれAE，AFとするとき，AE＝AFであることを証明せよ。



4　右の図のような▱ABCDの対角線BD上に，BE＝DFとなるように，点E，Fをとる。このとき，AE∥CFであることを証明せよ。



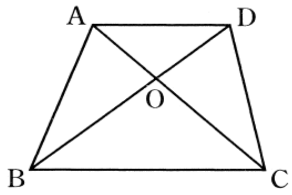
5　右の図で，四角形ABCDとBEFCはともに平行四辺形である。AとE，DとFを結ぶとき，四角形AEFDは平行四辺形であることを証明せよ。



6　右の図の AD∥BC の台形 ABCD で，対角線 AC，BD の交点をOとする。
△ABC＝ 32 cm^2，AO：OC＝3：5 のとき，次の各問いに答えよ。

(1)　△OBC の面積を求めよ。

(2)　△DOC の面積を求めよ。



7　右の図の　ABCD の対角線 AC 上に点 P をとる。AP＝ 2 cm，PC＝ 4 cm のとき，次の各問いに答えよ。

(1)　△ABP＝△ADP であることを証明せよ。

(2)　△BPC：△ADP を求めよ。