セミナーワーク　数学ⅠA

◆本書の使い方◆

本書は，センター試験対策用の短期集中テキストとして，編集されています。

各講座の問題はレベルによって，「A…基礎，B1～B3…標準，C…応用（センター過去問）」に区別されており，難易度の順に配列されています。また，各講座の中で，数学ⅠAの主な単元が一通り出てくるように，扱う単元が偏らないようになっています。これによって，授業時間数や受講生のレベルに合わせて，いろいろな使い方が可能になります。

【使用例】

●基礎から始めたい場合

A，B1，B2を授業形式で解説。

●基礎はできているので，実力をつけたい場合

A，B1は各自自習。B2，B3をじっくり講義。余裕があれば，Cにも挑戦。

●実力をアップさせたい場合

B2，B3，Cを授業形式で解説。

●実践力をつけたい場合

「B2，B3，C」や「B1，B2，B3」のように3題選んで，40分を目標に模試形式で解かせ，その後，解説授業。

◆　目　次　◆

第1講座

A

［1］次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ にあてはまるものを，下の①～④のうちから選べ。

(1) 実数 x，y について，$x^2=y^2$ であることは，$x^3=y^3$ であるための $\boxed{\text{ア}}$。

(2) 実数 x，y について，$x>2$ は $|x-1|>1$ が成り立つための $\boxed{\text{イ}}$。

(3) △ABC において，$\cos A\cos B\cos C>0$ であることは，△ABC が鋭角三角形であるための $\boxed{\text{ウ}}$。

(4) 自然数 M について，M が偶数であることは，M^2 が偶数であるための $\boxed{\text{エ}}$。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが，十分条件ではない

③ 十分条件であるが，必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

［2］正の数 a が $\sqrt{2}<a<\sqrt{3}$ を満たすとする。

(1) a の小数部分は $a-\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) a の小数部分と a^2 の小数部分が等しいとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{カ}}+\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，このとき a^3 の整数部分は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) (2)のとき，$8a$ と $\dfrac{n}{a}$ の小数部分が等しくなるような自然数 n の値は $n=\boxed{\text{コ}}$ である。

B-1

C，A，L，C，U，L，U，S の 8 個の文字を一列に並べる。

⑴　並べ方は全部で $\boxed{\text{アイウエ}}$ 通りある。

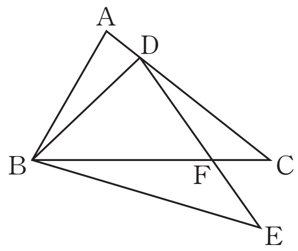
⑵　二つの U が隣り合う並べ方は全部で $\boxed{\text{オカキク}}$ 通りある。

⑶　両端が同じ文字になる並べ方は全部で $\boxed{\text{ケコサ}}$ 通りある。

⑷　例えば，CALCULUS のように，4 個の文字 C，L，C，L が左からこの順にある並べ方は全部で $\boxed{\text{シスセ}}$ 通りある。

B-2

AB＝5，BC＝8，CA＝7 の三角形 ABC がある。平面上でこの三角形を点 B を中心にして回転させ，頂点 A がもとあった三角形の辺 AC 上にくるように移動する。頂点 A，C が移動した点をそれぞれ D，E とし，線分 BC と DE の交点を F とする。



$\boxed{\text{ケ}}$ は下の①～④から適当なものを選び番号で答えよ。

(1) $\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\mathrm{AD}=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であり，$\mathrm{CE}=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3) 4 点 $\boxed{\text{ケ}}$ は同一円周上の点となる。したがって，$\dfrac{\mathrm{DF}}{\mathrm{CF}}=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ となる。

① A，B，C，E　② A，B，D，E　③ A，B，D，F　④ B，C，D，E

B-3

△ABC において，AB＝AC＝10，BC＝12 である。辺 BC の中点を M，辺 BC に平行な直線と辺 AB，AC との交点をそれぞれ P，Q とし，PQ と AM の交点を N とする。また，PQ を 1 辺とする正方形 PQRS を A と反対側につくり，PQ の長さを x（$0<x<12$），正方形 PQRS と △ABC との共通部分の面積を y とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\mathrm{AN}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x$ となる。

(2) $0<x\leqq\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき，$y=x^2$ であり，$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}<x<12$ のとき，

$y=-\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}x^2+\boxed{\text{ク}}\,x$ となる。

(3) $x=\boxed{\text{ケ}}$ のとき，y は最大値 $\boxed{\text{コサ}}$ をとる。

C

以下では，$a=756$ とし，m は自然数とする。

(1) a を素因数分解すると

$$a=2^{\boxed{\text{ア}}}\cdot 3^{\boxed{\text{イ}}}\cdot\boxed{\text{ウ}}$$

である。

a の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2) $\sqrt{am}$ が自然数となる最小の自然数 m は $\boxed{\text{カキ}}$ である。$\sqrt{am}$ が自然数となるとき，m はある自然数 k により，$m=\boxed{\text{カキ}}\,k^2$ と表される数であり，そのときの $\sqrt{am}$ の値は $\boxed{\text{クケコ}}\,k$ である。

(3) 次に，自然数 k により $\boxed{\text{クケコ}}\,k$ と表される数で，11 で割った余りが 1 となる最小の k を求める。1 次不定方程式

$$\boxed{\text{クケコ}}\,k-11\ell=1$$

を解くと，$k>0$ となる整数解 $(k,\ \ell)$ のうち k が最小のものは，

$k=\boxed{\text{サ}}$，$\ell=\boxed{\text{シスセ}}$ である。

(4) $\sqrt{am}$ が 11 で割ると 1 余る自然数となるとき，そのような自然数 m のなかで最小のものは $\boxed{\text{ソタチツ}}$ である。

セミナーワーク　数学ⅠA

第1講座

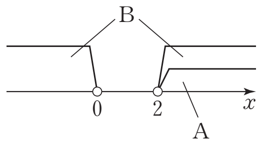
A

（ア）②　（イ）③　（ウ）①　（エ）①
（オ）1　（カ）1　（キ）5　（ク）2
（ケ）4　（コ）8

---

[1](1)　$x^2=y^2 \Leftrightarrow x=\pm y$，$x^3=y^3 \Leftrightarrow x=y$
「$x^2=y^2 \leftarrow x^3=y^3$」は成り立つが
「$x^2=y^2 \rightarrow x^3=y^3$」は成り立たない。
（反例：$x=1$，$y=-1$）
よって，②必要条件であるが，十分条件ではない。

(2)　$|x-1|>1$ を解くと，$x-1<-1$，$1<x-1$ より
$x<0$，$2<x$ となる。



集合 A，B を
$A=\{x|x>2\}$
$B=\{x|x<0,\ 2<x\}$
とおくと，$A \subseteqq B$ が成り立つから，
「$x>2 \rightarrow |x-1|>1$」は成り立つが逆は成り立たない。
よって，$x>2$ は $|x-1|>1$ が成り立つための③十分条件であるが，必要条件ではない。

(3)　$0°<\theta<180°$ のとき，θ が鋭角$\Leftrightarrow \cos\theta>0$
△ABC において2つ以上の角が同時に鈍角になる（$\cos\theta<0$）ことはないので
「$\cos A \cos B \cos C>0 \rightarrow$鋭角三角形」も
「$\cos A \cos B \cos C>0 \leftarrow$鋭角三角形」も成り立つ。
よって，①必要十分条件である。

(4)　命題「M が偶数ならば，M^2 は偶数である」は成り立つ。（偶数 × 偶数 ＝ 偶数より）
命題「M^2 が偶数ならば，M は偶数である」の対偶は「M が偶数でない（奇数）ならば，M^2 は偶数でない（奇数）」であり，この命題は成り立つ。（奇数 × 奇数 ＝ 奇数より）
したがって，元の命題「M^2 が偶数ならば，M は偶数である」も成り立つ。
結局，「M が偶数$\rightarrow M^2$ が偶数」も
「M が偶数$\leftarrow M^2$ が偶数」も成り立つ。
よって，①必要十分条件である。

[2](1)　$1<\sqrt{2}<a<\sqrt{3}<2$ だから，a の整数部分は1である。
よって，a の小数部分は $a-1$ となる。

(2)　$2<a^2<3$ より a^2 の整数部分は2である。
よって，a^2 の小数部分は a^2-2
a の小数部分［$=a-1$］と a^2 の小数部分［$=a^2-2$］が等しいから，$a-1=a^2-2$ より
$a^2-a-1=0$
これを解くと $\sqrt{2}<a<\sqrt{3}$ だから $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
このとき，
$$a^3=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3=\frac{16+8\sqrt{5}}{8}=2+\sqrt{5}$$
$2<\sqrt{5}<3$ より $4<2+\sqrt{5}<5$ となるから，
$4<a^3<5$ である。
よって，a^3 の整数部分は4となる。

(3)　$\dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ より $\dfrac{n}{a}=\dfrac{n}{2}\sqrt{5}-\dfrac{n}{2}$，
$8a=4\sqrt{5}+4$ だから，
$8a-\dfrac{n}{a}=\left(4-\dfrac{n}{2}\right)\sqrt{5}+\left(4+\dfrac{n}{2}\right)$…①となる。
$8a$ と $\dfrac{n}{a}$ の小数部分が等しいとき，
$8a-\dfrac{n}{a}$ は整数（有理数）となるので，①の右辺の，
$\sqrt{5}$ の係数は0になる。これより，
$n=8$ となる。このとき，①は $8a-\dfrac{n}{a}=8$
となり，$8a-\dfrac{n}{a}$ は整数となっている。

B–1

（アイウエ）5040　（オカキク）1260
（ケコサ）540　（シスセ）840

---

(1)　A，S，U，U，C，C，L，L の並べ方から，
$\dfrac{8!}{2!\cdot2!\cdot2!}=5040$ 通り

(2)　隣り合った2つのUを1個の文字と考えて，
$\dfrac{7!}{2!\cdot2!}=1260$ 通り

(3)　両端がCの場合…残りの文字の並べ方は
$\dfrac{6!}{2!\cdot2!}=180$ 通り
両端がL，両端がUの場合も同様だから，
$180\times3=540$ 通り

(4)　4個の文字C，L，C，Lを同じ文字Xで置き換えて，A，S，U，U，X，X，X，Xの8個の文字を並べると考える。
よって，$\dfrac{8!}{2!\cdot4!}=840$ 通り

B–2

（ア） 1　（イ） 7　（ウエ） 10　（オ） 7
（カキ） 16　（ク） 7　（ケ） ④　（コサ） 35
（シス） 16

---

(1)　△ABC に余弦定理を用いて

$$\cos\angle BAC=\frac{25+49-64}{2\cdot5\cdot7}=\frac{1}{7}$$

(2)　△ABD は二等辺三角形だから,

$$AD=2AB\cos\angle BAC=2\cdot5\cdot\frac{1}{7}=\frac{10}{7}$$

△ABD と△CBE において,
AB＝BD, CB＝BE より,
AB：CB＝BD：BE…①となる。
また, ∠ABD＝∠CBE…②である。
①②より, △ABD∽△CBE となる。
これより,

$$AB:AD=CB:CE \Leftrightarrow 5:\frac{10}{7}=8:CE$$

$$\Leftrightarrow 5CE=\frac{10}{7}\cdot8$$

よって, CE＝$\frac{16}{7}$ となる。

［別解］
AD＝x として, △ABD に余弦定理を用いると

$$5^2=5^2+x^2-2\cdot5\cdot x\cos\angle BAD \Leftrightarrow x^2=\frac{10}{7}x$$

AD＞0 より AD＝$\frac{10}{7}$

△DBE に余弦定理を用いて

$$\cos\angle DBE=\frac{5^2+8^2-7^2}{2\cdot5\cdot8}=\frac{1}{2}$$

よって, ∠DBE＝60°
∠ACB＝∠DEB より円周角が等しくなるから四角形 DBEC は円に内接する。(円周角の定理の逆)
これより, ∠DCE＝120° となる。

CD＝AC－AD＝$\frac{39}{7}$ より, CE＝y とおいて
△DCE に余弦定理を用いると

$$7^2=\left(\frac{39}{7}\right)^2+y^2-2\cdot\frac{39}{7}\cdot y\cdot\cos120^\circ$$

$$\Leftrightarrow 7^2y^2+39\cdot7y-880=(7y-16)(7y+55)=0$$

CE＞0 より CE＝$\frac{16}{7}$ となる。

∠ACB＝∠DEB より円周角が等しくなるから四角形 DBEC は円に内接する。(円周角の定理の逆)
よって, 4 点 B, C, D, E が同一円周上の点となる。

④
四角形 DBEC は円に内接するから,
△CFE∽△DFB となる。よって,

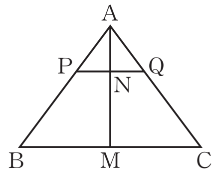
$$\frac{DF}{CF}=\frac{DB}{CE}=\frac{5}{\frac{16}{7}}=\frac{35}{16}$$

B–3

（ア） 2　（イ） 3　（ウエ） 24　（オ） 5
（カ） 2　（キ） 3　（ク） 8　（ケ） 6
（コサ） 24

---

(1)　AB＝AC＝10, BC＝12 で,
M は AC の中点であるから,
△ABM は直角三角形となり,
BM＝6, AM＝8 となる。
このとき, △APN∽△ABM
であるから,



AN：AM＝PN：BM より AN：8＝$\frac{x}{2}$：6

よって, AN＝$\frac{2}{3}x$ となる。

(2)　$y=x^2$ となるのは, NM≧PQ のときだから,

$$8-\frac{2}{3}x\geqq x \Leftrightarrow x\leqq\frac{24}{5}$$

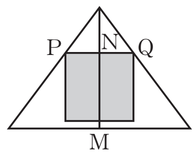


図 1

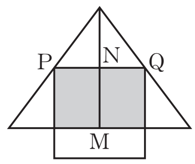


図 2

（i）　$0<x\leqq\frac{24}{5}$ のとき（図 1）
$y=x^2$

（ii）　$\frac{24}{5}<x<12$ のとき（図 2）

$$y=NM\cdot PQ=\left(8-\frac{2}{3}x\right)\cdot x=-\frac{2}{3}x^2+8x$$

(3)　（i）　$0<x\leqq\frac{24}{5}$ のとき $y=x^2$

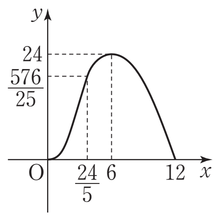
$x=\frac{24}{5}$ のとき, $y=\left(\frac{24}{5}\right)^2=\frac{576}{25}$

（ii）　$\frac{24}{5}<x<12$ のとき

$$y=-\frac{2}{3}x^2+8x=-\frac{2}{3}(x-6)^2+24$$

（i）（ii）より, y のグラフは図のようになるから, グラフより $x=6$ のとき, y は最大値 24 をとることがわ

かる。



C

（ア） 2　（イ） 3　（ウ） 7　（エオ） 24
（カキ） 21　（クケコ） 126　（サ） 9
（シスセ） 103　（ソタチツ） 1701

⑴　$756=2^2\times3^3=7$ より，
$(2+1)\times(3+1)\times(1+1)=24$（個）

⑵　$\sqrt{2^2\times3^3\times7\times m}$ が自然数となるためには，根号内の数が平方数になればよい。
よって，k を自然数として，
$m=3\times7\times k^2$　つまり，$m=21k^2$　……①
このような最小の m は，$k=1$ として，$m=21$
さらに，$\sqrt{am}=\sqrt{2^2\times3^4\times7^2\times k^2}=2\times3^2\times7\times k=126k$

⑶　$126k-11\ell=1$　……②
$126=11\cdot11+5$ より，$5=126-11\cdot11$　……③
$11=5\cdot2+1$ より，$1=11-5\cdot2$　……④
③を④に代入すると，
$1=11-(126-11\cdot11)\cdot2=11-126\cdot2+11\cdot22$
$=126\cdot(-2)-11\cdot(-23)$
よって，$126\cdot(-2)-11\cdot(-23)$　……⑤
② − ⑤より
$126(k+2)-11(\ell+23)=0$
$126(k+2)=11(\ell+23)$　……⑥
126 と 11 は互いに素であるから，⑥より，
$k+2=11n$，$\ell+23=126n$　（n は整数）
$k=11n-2$，$\ell=126n-23$
と表せる。
$k>0$ となる最小の k の値は，$n=1$ のとき，
$k=11\cdot1-2=9$
このとき，$\ell=126\cdot1-23=103$

⑷　$126k$ を 11 で割ると 1 余るとき，
$126k=11\ell+1$　（ℓ は整数）
$126k-11\ell=1$
と表せるから，⑶より
$|k|$ の最小値は，$n=1$ のときの 9 であり，最小の自然数 m は，①において $k=9$ のとき
$m=21\times9^2=1701$

第２講座

A

（ア） ⑧　（イ） ③　（ウ） ①　（エ） 2
（オカ） −2　（キ） 7　（ク） 5
（ケ） 3　（コ） 2　（サ） 7　（シ） ④
（ス） ⑥　（セ） ①　（ソ） ③

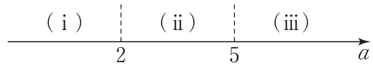
---

［1］⑴　条件①「$x>0$ かつ $y>0$」の否定は，⑧「$x\leqq0$ または $y\leqq0$」

⑵　条件「$x+y\leqq0$ かつ $xy>0$」と同値な条件は，③「$x<0$ かつ $y<0$」である。

⑶　条件「$x+y>0$」の十分条件は，①「$x>0$ かつ $y>0$」である。
「$x>0$ かつ $y>0$」→「$x+y>0$」は成り立つが，逆は成り立たないから，
「$x>0$ かつ $y>0$」は「$x+y>0$」の十分条件になる。

［2］⑴　$P=\sqrt{4-4a+a^2}+\sqrt{a^2-10a+25}$
$=\sqrt{a^2-4a+4}+\sqrt{a^2-10a+25}$
$=\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a-5)^2}$
$=|a-2|+|a-5|$
となる。絶対値の中が 0 になるのは，$a=2$ のときと，$a=5$ のときなので，$a<2$，$2\leqq a\leqq5$，$5<a$ で場合分けする。



（ｉ）　$a<2$ のとき
$P=|a-2|+|a-5|$
$=-(a-2)-(a-5)$
$=-2a+7$

（ⅱ）　$2\leqq a\leqq5$ のとき
$P=|a-2|+|a-5|$
$=(a-2)-(a-5)=3$

（ⅲ）　$5<a$ のとき
$P=|a-2|+|a-5|$
$=(a-2)+(a-5)$
$=2a-7$

⑵　$A:|2-a|+|a-5|=3\Leftrightarrow2\leqq a\leqq5$ となる。
必要条件は，範囲 $2\leqq a\leqq5$ を含むものを選べばよいから④と⑥
十分条件は，範囲 $2\leqq a\leqq5$ に含まれるものを選べばよいから①と③