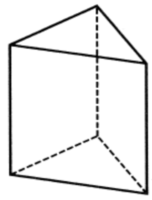
## 1．いろいろな立体

### 基本ワーク

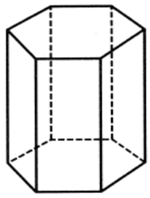
**1** 例題 **角柱と円柱**

次の立体の名称をいえ。

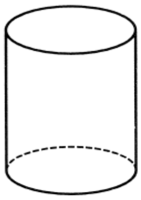
(1)



(2)



(3)



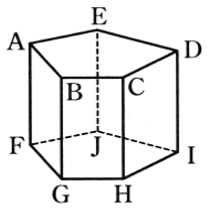
考え方　底面の形に注意する。

**2** 右の立体について，次の各問いに答えよ。

(1)　立体の名称をいえ。

(2)　面 ABCDE に平行な面はいくつあるか。

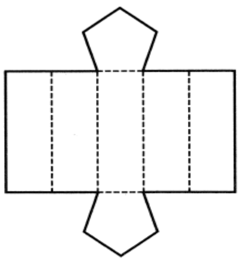
(3)　面 ABGF に垂直な面はいくつあるか。



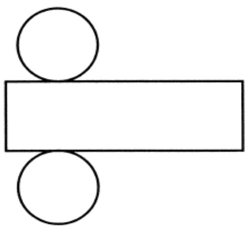

**3** 例題 **角柱と円柱の展開図**

次の展開図からできる立体の名称をいえ。

(1)

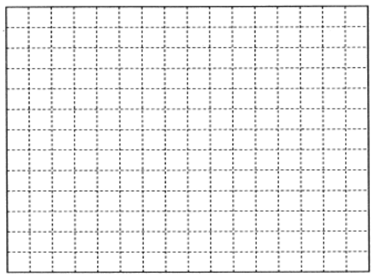


(2)



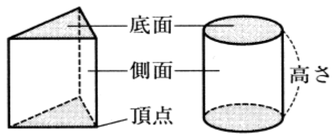
考え方　2つの底面がどの面かをまず考える。

**4** 底面が1辺3cmの正方形，高さが5cmの正四角柱の展開図を，側面を横につなげてかけ。ただし，方眼の1目もりを1cmとする。



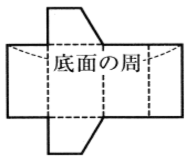
ポイント

- **角柱**…角柱の2つの底面は合同な多角形で，平行になっている。側面は長方形で，底面に垂直である。底面が正多角形である角柱を，**正角柱**という。
- **円柱**…円柱の2つの底面は合同な円で平行になっている。側面は曲面である。
- **柱体の高さ**…底面に垂直な直線で，2つの底面にはさまれた部分の長さを，その柱体の**高さ**という。

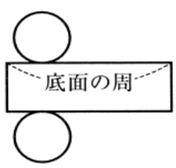



ポイント

- **角柱の展開図**…2つの多角形といくつかの長方形でできており，側面全体の横の長さは，底面の周の長さに等しい。




- **円柱の展開図**…2つの円と側面の長方形でできており，側面となる長方形の横の長さは底面の円周の長さに等しい。

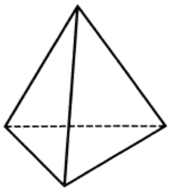


## 基本ワーク

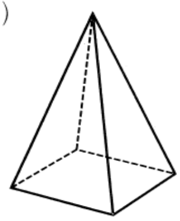
### 5 例題 角錐と円錐

次の立体の名称をいえ。

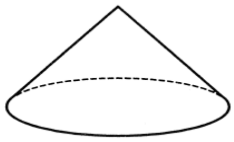
(1)



(2)



(3)



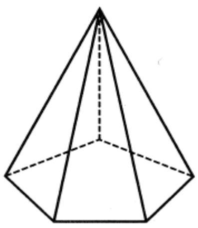
**考え方** 底面の形に注意する。

**6** 右の立体について，次の各問いに答えよ。

(1) 立体の名称をいえ。

(2) 底面はどんな図形か。

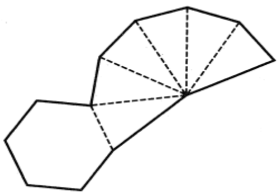
(3) 側面はどんな図形か。



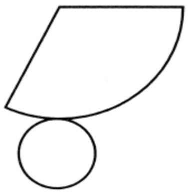
### 7 例題 角錐と円錐の展開図

次の展開図からできる立体の名称をいえ。

(1)



(2)

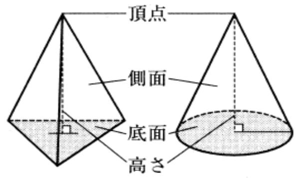


**考え方** 底面がどんな図形かをまず考える。

**8** 底面が１辺４cmの正方形で，側面の二等辺三角形の高さが５cmである正四角錐の展開図をかけ。ただし，方眼紙の１目もりは１cmとする。

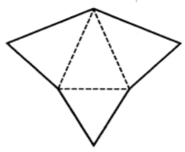
**ポイント**

- **角錐**…底面が多角形で，側面は三角形になっている。
  底面が正多角形である角錐を**正角錐**という。正角錐の側面は二等辺三角形である。
- **円錐**…底面が円で，側面は曲面である。
- 頂点から底面に垂直におろした直線の長さをその錐体の**高さ**という。

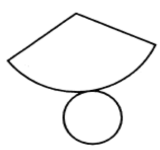



**ポイント**

- **正角錐の展開図**…１つの正多角形といくつかの二等辺三角形でできている。



- **円錐の展開図**…１つの円と側面のおうぎ形でできており，側面となるおうぎ形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しい。



## 2．直線・平面の位置関係

### 基本ワーク

**9** 例題 **平面の決定**

次のような平面はいくつあるか。

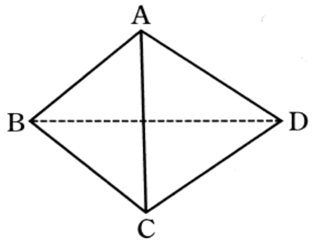
(1)　異なる2点を含む平面

(2)　1直線上にない3つの点を含む平面

(3)　平行な2直線を含む平面

考え方　右の ポイント の4つの場合に，平面はただ1つ決定される。

**10**　右の三角錐 A－BCD について，次の各問いに答えよ。



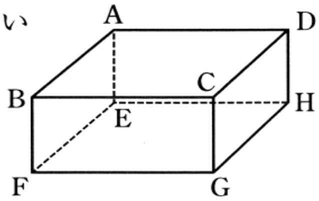

(1)　2点 A，D を含む面はいくつあるか。

(2)　3点 A，B，C を含む面はいくつあるか。

(3)　4点 A，B，C，D を含む面はあるか。

**11** 例題 **2直線の位置関係**

右の直方体 ABCD－EFGH について，次の各問いに答えよ。



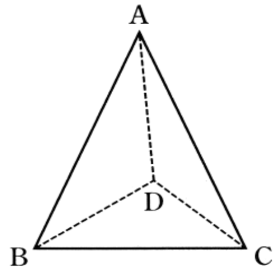

(1)　辺 AB と平行な辺をすべて答えよ。

(2)　辺 AB とねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

(3)　辺 AB と垂直に交わる辺をすべて答えよ。

考え方　2直線の位置関係には，右の ポイント の3通りある。

**12**　右の三角錐 A－BCD について，次の各問いに答えよ。




(1)　辺 AB とねじれの位置にある辺を答えよ。

(2)　辺 BC とねじれの位置にある辺を答えよ。

ポイント

● **平面の決定**

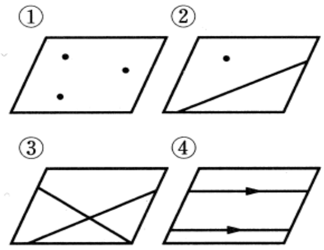
次の4つの場合，それらの点や直線を含む平面はただ1つに決定される。

①　1直線上にない3点

②　1つの直線と，その直線上にない1点

③　交わる2直線

④　平行な2直線




ポイント

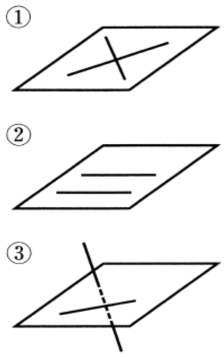
● **2直線の位置関係**

①　交わる…1点を共有

②　平行…共有点なし

③　ねじれの位置…平行でなく，交わらない。

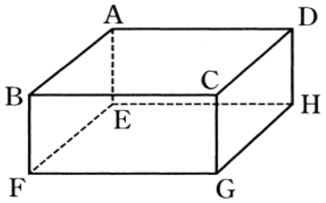
①，②は同じ平面上にあるが，③は同じ平面上にない。



## 基本ワーク

### 13 例題 直線と平面の位置関係

右の直方体 ABCD－EFGH について，次の直線と平面の位置関係を答えよ。




(1)　直線 AF と平面 CGHD

(2)　直線 AG と平面 ABCD

(3)　直線 AB と平面 ABGH

**考え方**　直線と平面の位置関係には，右の ポイント の 3 通りある。

**14**　13の直方体 ABCD－EFGH について，次の各問いに答えよ。

(1)　辺 CG を含む面をすべて答えよ。

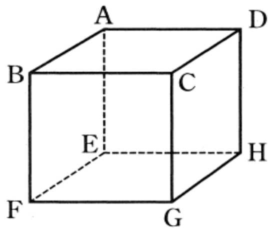
(2)　面 BFGC と平行な辺をすべて答えよ。

(3)　面 ABCD と垂直な辺をすべて答えよ。

(4)　直線 BD と平行な面を答えよ。

### 15 例題 2 平面の位置関係

右の立方体 ABCD－EFGH について，次の各問いに答えよ。



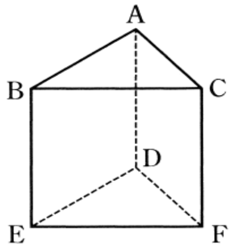

(1)　面 ABCD に平行な面を答えよ。

(2)　面 ABCD と面 BCHE のつくる角の大きさを答えよ。

(3)　面 ABCD と垂直な面をすべて答えよ。

**考え方**　(2)　交線は直線 BC，∠BCD＝∠BCH＝90°，∠DCH＝45° である。

**16**　右の三角柱 ABC－DEF について，次の各問いに答えよ。




(1)　平行な面の組を答えよ。

(2)　面 ABC と垂直な面をすべて答えよ。

(3)　面 ABC と面 BCFE のつくる角の大きさを求めよ。

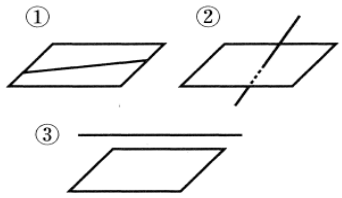
**ポイント**

● **直線と平面の位置関係**

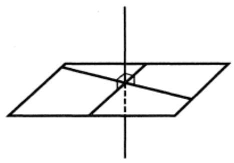
①含まれる…直線上の点すべてを共有

②交わる…1 点を共有

③平行…共有点なし




● **直線と平面の垂直**…平面と交わる直線が，その交点を通る平面上の 2 直線に垂直なとき，直線と平面は**垂直**であるという。



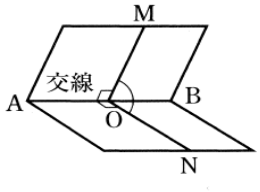
**ポイント**

● **2 平面の位置関係**

①交わる…1 直線を共有

②平行…共有点なし

● **2 平面のつくる角**……2 平面が交わるとき，その交わった部分の直線(交線)AB 上の 1 点 O から，AB に垂直な直線 OM，ON を各平面上にひくとき，∠MON を **2 平面のつくる角**という。



## 3．立体の見方

### 基本ワーク

**17 例題 多面体**

次の立体はそれぞれ何面体か。

(1)　直方体　　(2)　四角錐

(3)　五角柱　　(4)　六角錐

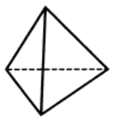
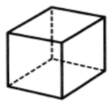
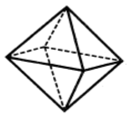
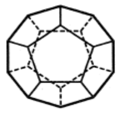
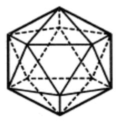
**考え方**　それぞれの見取図をかいて，面の数を数える。

**18**　次の立体はそれぞれ何面体か。

(1)　五角錐　　(2)　八角柱　　(3)　九角錐

**19 例題 正多面体**

正多面体について，あとの各問いに答えよ。

正四面体　正六面体　正八面体　正十二面体　正二十面体

(1)　1つの面が正三角形である正多面体はいくつあるか。

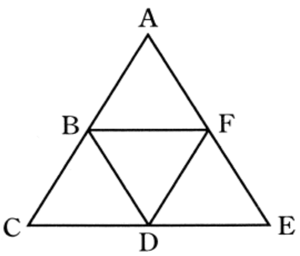
(2)　正二十面体の1つの頂点に集まる面の数はいくつか。

(3)　正十二面体の1つの面の形をいえ。

(4)　正八面体の辺の数，頂点の数はそれぞれいくつか。

**考え方**　それぞれの見取図をみて，その特色を考える。

**20**　右の図は，ある立体の展開図で，4つの三角形は，すべて正三角形である。これを組み立てた立体について，次の各問いに答えよ。




(1)　何という立体の展開図か。

(2)　辺 AB と重なる辺はどれか。

(3)　辺 BD とねじれの位置にある辺はどれか。

**ポイント**

● **多面体**……平面だけで囲まれた立体を**多面体**という。

**ポイント**

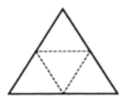
● **正多面体**……どの面も合同な正多角形で，どの頂点にも同じ数の面が集まっているへこみのない多面体を**正多面体**という。

正多面体には，正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体の5種類がある。

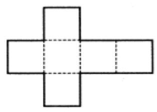
● **正多面体の展開図**

展開図

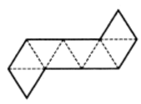
正四面体



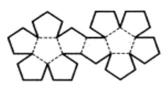
正六面体



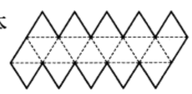
正八面体



正十二面体



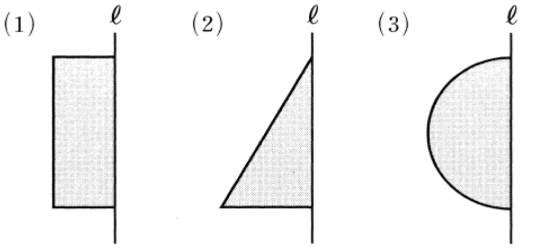
正二十面体



## 基本ワーク

**21 例題 回転体**

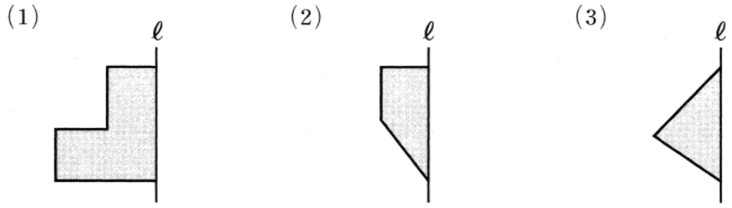
右の図形を，直線 $\ell$ を軸として1回転してできる立体の名称を答えよ。




(長方形)　(直角三角形)　(半円)

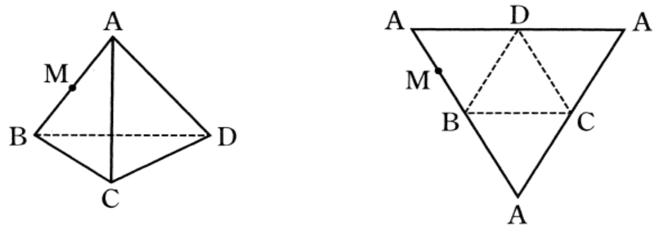
考え方　直線 $\ell$ を対称軸とする線対称な図形をかいて考える。

**22** 次の図形を，直線 $\ell$ を軸として1回転してできる立体の見取図をかけ。




**23 例題 いろいろな問題**

次の図は，正四面体とその展開図である。頂点Aから辺BC上の点を通って頂点Dまで行く最短距離を，展開図に示せ。

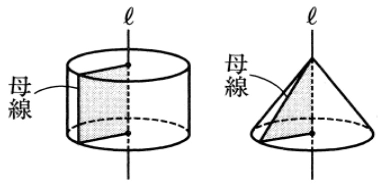



考え方　2点の間の最短距離は，2点を結ぶ線分の長さである。

**24** 23で，辺ABの中点Mを通り，底面BCDに平行な平面で切ったときの切り口を，展開図に示せ。

ポイント

- **回転体**…… 1つの平面図形を，その平面上の直線を軸として，一回転させてできる立体を**回転体**という。
- **回転体の切り口**……回転の軸に垂直な平面で切ると，切り口は円になる。また，回転の軸を含む平面で切ると，切り口はどこで切っても合同で，軸を対称の軸とする線対称な図形となる。
- **母線**……円柱や円錐を回転体とみるとき，側面をえがく線分を**母線**という。




ポイント　**立体とその展開図**

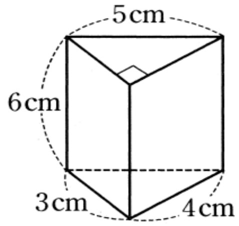
- 立体の面上で，点と点を結ぶ最短距離は，展開図上では2つの点を結ぶ線分となる。
- 立体の切り口を展開図上に表すときは，展開図で，重なる辺や頂点に注意して，切り口の通る辺上の点を直線で結ぶ。

## ４．立体の体積・表面積

### 基本ワーク

**25** **例題** **柱体の体積・表面積**

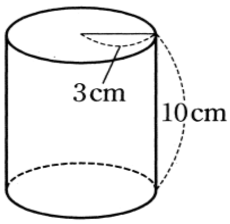
右の三角柱の体積と表面積を求めよ。




**考え方**　角柱の体積＝底面積×高さ

角柱の表面積＝底面積×2＋側面積

**26**　右の円柱の体積と表面積を求めよ。




**ポイント**

● **柱体の表面積**

立体のすべての面の面積の和を**表面積**という。また，側面全体の面積を**側面積**，１つの底面の面積を**底面積**という。

● **柱体の体積**

角柱の体積＝底面積×高さ

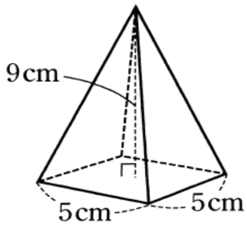
円柱の体積＝底面積×高さ

体積を$V$，底面積を$S$，高さを$h$とすると，

$$V=Sh$$

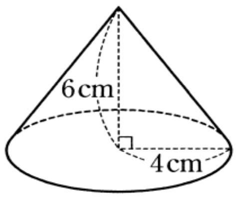
**27** **例題** **錐体の体積**

右の正四角錐の体積を求めよ。




**考え方**　角錐の体積＝$\frac{1}{3}$×底面積×高さ

**28**　右の円錐の体積を求めよ。




**ポイント**

● **錐体の体積**

角錐の体積＝$\frac{1}{3}$×底面積×高さ

円錐の体積＝$\frac{1}{3}$×底面積×高さ

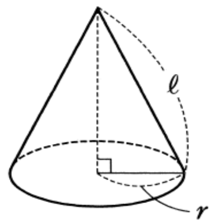
体積を$V$，底面積を$S$，高さを$h$とすると，

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

## 基本ワーク

### 29 例題 円錐の表面積

右の図のような母線の長さが$\ell$，底面の半径が$r$の円錐がある。




(1)　側面の展開図のおうぎ形の中心角を$a°$とするとき，$\dfrac{a}{360}$を$\ell$，$r$を用いて表せ。

(2)　円錐の側面積，表面積をそれぞれ求めよ。

**考え方**　展開図で考える。おうぎ形の弧の長さと底面の円の円周が等しいことを利用する。

**ポイント**

● **円錐の側面積**

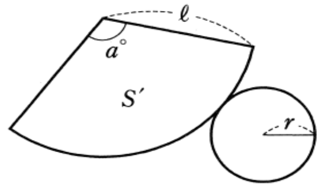
下の円錐の展開図で，

$2\pi\times\ell\times\dfrac{a}{360}=2\pi r$ より，

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{360}}=\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{\ell}}$$

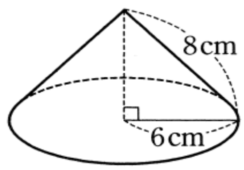
したがって

$$\boldsymbol{S'=\pi\ell^2\times\frac{r}{\ell}=\pi\ell r}$$

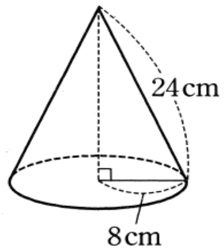



### 30　次の円錐の表面積を求めよ。

(1)

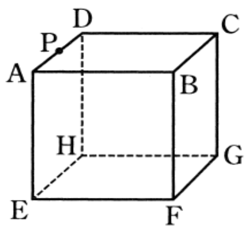



(2)




### 31 例題 いろいろな立体の体積

1辺が2cmの立方体ABCD－EFGHがある。辺ADの中点をPとし，3点B，P，Fを通る平面でこの立方体を切る。このときできる立体のうち，面の数の少ないほうの立体の体積を求めよ。




**考え方**　求める立体は頂点Aを含むほうで，三角柱である。

**ポイント**

● **いろいろな立体の体積**

立体を切断した一方の立体の体積を求める場合，

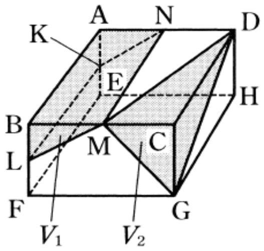
①もとの立体の体積との割合を考える。

②もとの立体の体積から，もう一方の立体の体積をひいて求める。

③切断した立体の向きを考えて，底面，高さをいろいろにとってみる。

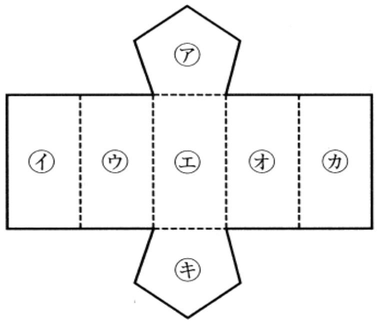
など，くふうして求める。

### 32　右の図のような直方体があり，点K，L，M，Nはそれぞれ辺AE，BF，BC，ADの中点である。4点K，L，M，Nを通る平面と，3点D，G，Mを通る平面でこの直方体を切り，切りとった2つの立体の体積をそれぞれ$V_1$，$V_2$とするとき，$V_1$，$V_2$の比を最も簡単な整数で求めよ。



# 章のまとめ

**1**　右の展開図からできる立体について，次の各問いに答えよ。

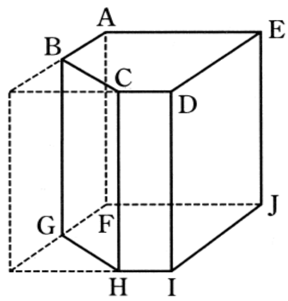



(1)　立体の名称をいえ。
(2)　組み立てたとき平行になるのはどの面とどの面か。
(3)　組み立てたとき，面㋐と垂直になる面をすべて答えよ。

**2**　角柱について，次の各問いに答えよ。

(1)　$n$ 角柱の辺の数を，$n$ を使った式で表せ。
(2)　$n$ 角柱の頂点の数を，$n$ を使った式で表せ。
(3)　$n$ 角柱の面の数を，$n$ を使った式で表せ。
(4)　ある角柱の辺の数を調べたら，30本あった。この角柱の名称をいえ。
(5)　ある角柱の頂点の数を調べたら，24個あった。この角柱の面の数をいえ。

**3**　右の図は，正四角柱を底面に垂直な平面で切って，三角柱をとり除いた残りの立体である。次の各問いに答えよ。

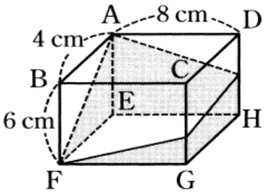


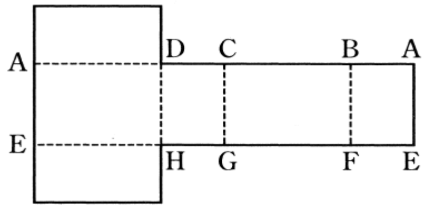

(1)　辺 BC とねじれの位置にある辺は何本あるか。
(2)　辺 DE と垂直な面はどれか。
(3)　面 ABCDE と平行な面はどれか。
(4)　面 AFJE と垂直な面はどれか。
(5)　4点 A，F，I，D を通る平面と面 DIJE のつくる角は何度か。

**4**　3つの平面 $P$，$Q$，$R$ と1つの直線 $\ell$ について述べた次の(1)～(4)について，正しいものには○を，必ずしも正しくないものには×を書け。

(1)　$P \perp Q$，$Q \perp R$ ならば，$P \perp R$ である。
(2)　$P /\!/ Q$，$Q /\!/ R$ ならば，$P /\!/ R$ である。
(3)　$P \perp \ell$，$Q \perp \ell$ ならば，$P /\!/ Q$ である。
(4)　$P /\!/ \ell$，$Q /\!/ \ell$ ならば，$P /\!/ Q$ である。

**5**　右の図のような直方体の箱がある。この箱の表面上で，頂点Ａから F を通って，ふたたびＡまでたるみのないように糸をかけたとき，そのときの糸のかかっている状態を示す線を展開図にかけ。また，直方体の影をつけた部分の面積を求めよ。

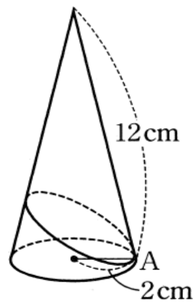


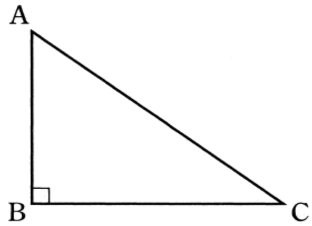

**6**　右の図は，底面の半径 2 cm，母線の長さ 12 cm の円錐である。次の各問いに答えよ。

(1)　この円錐の側面積を求めよ。

(2)　この円錐の底面の周上の点Ａから側面上を通って，再びＡにもどる線のうち最小のものの長さを求めよ。



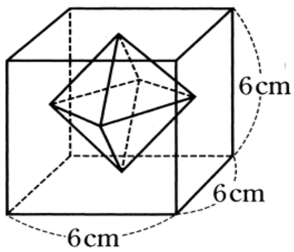

**7**　右の図の△ABC は，AB＝ 6 cm，BC＝ 8 cm，AC＝10cm，∠B＝ 90°の直角三角形である。この△ABC を，辺 AB を軸として180°回転させてできる立体の表面積を求めよ。




**8**　右の図のように，１辺の長さが 6 cm の立方体がある。この立方体の各面の対角線の交点を頂点とする立体について，次の各問いに答えよ。

(1)　この立体の名称を答えよ。

(2)　この立体の体積を求めよ。




**9**　１辺の長さが 8 cm の正方形 ABCD がある。辺 BC，CD の中点をそれぞれ E，F とするとき，次の各問いに答えよ。

(1)　AE，EF，FA を折り曲げて B，C，D が１点にくるようにして三角錐をつくるとき，その体積を求めよ。

(2)　△AEF を底面とみたときの三角錐の高さはいくらか。