

- ① $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において,
 $AB = AC$ …①
 AD は共通 …②
 $\angle BAD = \angle CAD$ …③
 ①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 よって, $\angle B = \angle C$
- ② ①と同様に, $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 よって, $BD = CD$
 また, $\angle ADB = \angle ADC = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$
 となるので, $AD \perp BC$
- ③ $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において,
 AD は共通 …①
 $\angle BAD = \angle CAD$ …②
 $\angle ADB = 180^\circ - (\angle B + \angle BAD)$
 $\angle ADC = 180^\circ - (\angle C + \angle CAD)$
 ここで, ②と $\angle B = \angle C$ より,
 $\angle ADB = \angle ADC$ …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 よって, $AB = AC$
- ④ (1) $\triangle ABC$ で, $AB = AC$ だから, $\angle B = \angle C$
 よって, $\frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \angle C$ より, $\angle PBC = \angle PCB$
 したがって, $\triangle PBC$ は $PB = PC$ の二等辺三角形。
 (2) $\triangle EBP$ と $\triangle DCP$ において,
 $\angle EBP = \frac{1}{2} \angle B$, $\angle DCP = \frac{1}{2} \angle C$ より,
 $\angle EBP = \angle DCP$ …①
 (1)より, $BP = CP$ …②
 $\angle BPE = \angle CPD$ (対頂角) …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle EBP \equiv \triangle DCP$
- ⑤ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において,
 $AB = DE$ …①
 $\angle B = \angle E$ …②
 $\angle A = 90^\circ - \angle B$, $\angle D = 90^\circ - \angle E$ …③
 ②, ③より, $\angle A = \angle D$ …④
 ①, ②, ④より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
- ⑥ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において,
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$ …①
 $AB = DE$ …②
 $AC = DF$ だから, $\triangle DEF$ を DF が AC に重なるように移動すると, B, C, E は一直線になり, $AB = DE$ だから, $\triangle ABE$ は二等辺三角形になる。
 よって, $\angle B = \angle E$ …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1鋭角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
- ⑦ $\triangle POD$ と $\triangle POE$ において,
 $\angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$ …①
 PO は共通 …②
 $\angle POD = \angle POE$ …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので, $\triangle POD \equiv \triangle POE$
 よって, $PD = PE$
- ⑧ (1) $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において,
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ …①
 OP は共通 …②
 $PA = PB$ …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
 よって, $OA = OB$
 (2) $\angle XOY$ の二等分線上の点
- ⑨ (1) 仮定… $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$
 結論… $AB = DC$, $AD = BC$
 (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において,
 仮定より, $\angle BAC = \angle DCA$ (錯角) …①
 $\angle BCA = \angle DAC$ (錯角) …②
 AC は共通 …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
 よって, $AB = CD$, $BC = DA$
- ⑩ (1) 仮定… $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$
 結論… $AO = CO$, $BO = DO$
 (2) $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ において,
 ⑨より, $AB = CD$ …①
 仮定より, $\angle ABO = \angle CDO$ (錯角) …②
 $\angle BAO = \angle DCO$ (錯角) …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$
 よって, $AO = CO$, $BO = DO$
- ⑪ $\triangle ABM$ と $\triangle CDN$ において,
 $AB = CD$ …①
 $\angle BAM = \angle DCN$ …②
 $AM = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC = CN$ …③
 ①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABM \equiv \triangle CDN$
 よって, $BM = DN$
- ⑫ $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において,
 $\angle BEA = \angle DFC = 90^\circ$ …①
 $AB = CD$ …②
 $\angle ABE = \angle CDF$ (錯角) …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 したがって, $AE = CF$

- 13 (1) 仮定… $AB=DC$, $AD=BC$

結論… $AB\parallel DC$, $AD\parallel BC$

- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において,

$$AB=CD \quad \dots ①$$

$$BC=DA \quad \dots ②$$

AC は共通 …③

①, ②, ③より, 3辺がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって, $\angle BAC = \angle DCA$ より, $AB\parallel DC$

$\angle BCA = \angle DAC$ より, $AD\parallel BC$

- 14 (1) 仮定… $AD=BC$, $AD\parallel BC$

結論… $AB\parallel DC$

- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において,

$$BC=DA \quad \dots ①$$

AC は共通 …②

$$\angle BCA = \angle DAC \quad (\text{錯角}) \quad \dots ③$$

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

よって, $\angle BAC = \angle DCA$ となり, $AB\parallel DC$

- 15 四角形 $AFCE$ において, $AE\parallel FC$, $AE=FC$

よって, 1組の対辺が平行で長さが等しいから, 平行四辺形。

- 16 AE の延長と DC の延長の交点を G とする。

$$\angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAB = \frac{1}{2} \angle DCB = \angle FCE \quad \dots ①$$

$$\angle DAE = \angle AEB = \angle CEG \quad \dots ②$$

①, ②より, $\angle FCE = \angle CEG$ で, $AG\parallel FC$

したがって, $AE\parallel FC$

また, $AF\parallel EC$ であるから, 2組の対辺がそれぞれ平行なので, $AECF$ は平行四辺形。

- 17 $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle B = \angle D$ より,

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \quad \angle A + \angle D = 180^\circ$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

よって, $ABCD$ は長方形。

- 18 $\triangle ABD$ と $\triangle BAC$ において,

AB は共通, $BD=AC$, $AD=BC$ より,

3辺がそれぞれ等しいので, $\triangle ABD \equiv \triangle BAC$

よって, $\angle DAB = \angle CBA$

また, $\angle DAB = \angle BCD$, $\angle CBA = \angle CDA$

より, 4つの角が等しいので $ABCD$ は長方形。

- 19 $ABCD$ は平行四辺形なので,

$$AB=DC, \quad AD=BC$$

仮定より, $AB=AD$

したがって, $AB=AD=BC=AD$ となり,

$ABCD$ はひし形。

- 20 $\triangle ABO$ と $\triangle CBO$ において,

$$\angle BOA = \angle BOC = 90^\circ, \quad AO=CO, \quad BO \text{は共通}$$

より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABO \equiv \triangle CBO$$

よって, $AB=CB$ となり, このことから,

$AB=BC=CD=DA$ となるから, 示された。

- 21 正方形は4つの角が等しいので長方形といえる。

よって, 対角線の長さは等しいので, $AC=BD$

- 22 正方形は4つの辺が等しいのでひし形といえる。

よって, 対角線は垂直に交わるので, $AC \perp BD$

- 23 (1) 点 P , Q から直線 AB にひいた垂線を PP' ,

QQ' とすると, $l\parallel m$ から, $PP'=QQ'$ 2つの三角形は底辺を AB とみると高さが等しいから面積が等しい。よって, $\triangle PAB = \triangle QAB$

(2) 点 P , Q から直線 AB にひいた垂線を PP' , QQ' とする。2つの三角形は底辺を AB とみると高さは PP' , QQ' となり面積が等しいから, 高さも等しい。よって, $PP'=QQ'$ から, $l\parallel m$

- 24 $AD\parallel BC$ より, $\triangle ABD = \triangle ACD$

$$\triangle AOB = \triangle ABD - \triangle AOD$$

$$= \triangle ACD - \triangle AOD = \triangle DOC$$

- 25 1:6

解説

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \triangle ABE = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \triangle ABC \right) = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

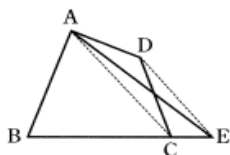
- 26 (1) 2:1 (2) 2:1 (3) 1:6

解説

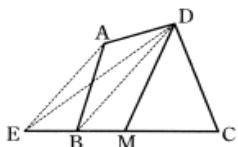
$$(3) \triangle APD = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \square ABCD \right) \text{より,}$$

$$\triangle APD : \square ABCD = 1 : 6$$

- 27 右の図のように, 点 D を通り AC に平行な直線と BC の延長との交点を E とする。



- 28 右の図のように, 点 A を通り DB に平行な直線と CB の延長との交点を E とする。線分 EC の中点 M と点 D を結ぶ。



- 29 $Q(6, 0)$

解説

点 A を通り直線 PC に平行な直線の式は,

$$y = -x + 6 \quad \text{この直線と} x \text{軸との交点が} Q \text{となる。}$$

- 30 $P(0, 4)$

解説

点 B を通り直線 AO に平行な直線 $y = 2x + 4$ と,

y 軸との交点が P 。

章のまとめ

- ① (1) 22° (2) 105° (3) 29°
- ② (1) 仮定… $AB = AC$, $AD = AE$
結論… $\angle ABD = \angle ACE$
(2) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において,
 $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle A$ は共通
2辺とその間の角が等しいから,
 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ よって, $\angle ABD = \angle ACE$
- ③ $\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ において,
 $\angle BEA = \angle DFA = 90^\circ$
 $\angle ABE = \angle ADF$, $AB = AD$ より,
直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
ので, $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$
よって, $AE = AF$
- ④ $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において,
 $AB = CD$, $BE = DF$, $\angle ABE = \angle CDF$ より,
2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
よって, $\angle BEA = \angle DFC$
すると, $\angle AEF = 180^\circ - \angle BEA$
 $= 180^\circ - \angle DFC = \angle CFE$
となり, 錯角が等しいので, $AE \parallel CF$
- ⑤ $AD \parallel BC$, $BC \parallel EF$ より, $AD \parallel EF$
 $AD = BC$, $BC = EF$ より, $AD = EF$
よって, 1組の対辺が平行で長さが等しいので,
 $AEFD$ は平行四辺形。

- ⑥ (1) 20 cm^2 (2) 12 cm^2

解説

(2) $\triangle DBC = \triangle ABC = 32 \text{ cm}^2$,
 $\triangle DOC = \triangle DBC - \triangle OBC = 32 - 20 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

- ⑦ (1) $\triangle ABP = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \square ABCD \right)$

$$\triangle ADP = \frac{1}{3} \triangle ACD = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \square ABCD \right)$$

よって, $\triangle ABP = \triangle ADP = \frac{1}{6} \square ABCD$

- (2) 2 : 1