

- ① $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において,
 $AB = AC$ …①
 AD は共通 …②
 $\angle BAD = \angle CAD$ …③
 ①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 よって, $\angle B = \angle C$
- ② ①と同様に, $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 よって, $BD = CD$
 また, $\angle ADB = \angle ADC = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$
 となるので, $AD \perp BC$
- ③ $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において,
 AD は共通 …①
 $\angle BAD = \angle CAD$ …②
 $\angle ADB = 180^\circ - (\angle B + \angle BAD)$
 $\angle ADC = 180^\circ - (\angle C + \angle CAD)$
 ここで, ②と $\angle B = \angle C$ より,
 $\angle ADB = \angle ADC$ …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 よって, $AB = AC$
- ④ (1) $\triangle ABC$ で, $AB = AC$ だから, $\angle B = \angle C$
 よって, $\frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \angle C$ より, $\angle PBC = \angle PCB$
 したがって, $\triangle PBC$ は $PB = PC$ の二等辺三角形。
 (2) $\triangle EBP$ と $\triangle DCP$ において,
 $\angle EBP = \frac{1}{2} \angle B$, $\angle DCP = \frac{1}{2} \angle C$ より,
 $\angle EBP = \angle DCP$ …①
 (1)より, $BP = CP$ …②
 $\angle BPE = \angle CPD$ (対頂角) …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle EBP \equiv \triangle DCP$
- ⑤ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において,
 $AB = DE$ …①
 $\angle B = \angle E$ …②
 $\angle A = 90^\circ - \angle B$, $\angle D = 90^\circ - \angle E$ …③
 ②, ③より, $\angle A = \angle D$ …④
 ①, ②, ④より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
- ⑥ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において,
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$ …①
 $AB = DE$ …②
 $AC = DF$ だから, $\triangle DEF$ を DF が AC に重なるように移動すると, B, C, E は一直線になり, $AB = DE$ だから, $\triangle ABE$ は二等辺三角形になる。
 よって, $\angle B = \angle E$ …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1鋭角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
- ⑦ $\triangle POD$ と $\triangle POE$ において,
 $\angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$ …①
 PO は共通 …②
 $\angle POD = \angle POE$ …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので, $\triangle POD \equiv \triangle POE$
 よって, $PD = PE$
- ⑧ (1) $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において,
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ …①
 OP は共通 …②
 $PA = PB$ …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
 よって, $OA = OB$
 (2) $\angle XOY$ の二等分線上の点
- ⑨ (1) 仮定… $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$
 結論… $AB = DC$, $AD = BC$
 (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において,
 仮定より, $\angle BAC = \angle DCA$ (錯角) …①
 $\angle BCA = \angle DAC$ (錯角) …②
 AC は共通 …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
 よって, $AB = CD$, $BC = DA$
- ⑩ (1) 仮定… $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$
 結論… $AO = CO$, $BO = DO$
 (2) $\triangle ABO$ と $\triangle CDO$ において,
 ⑨より, $AB = CD$ …①
 仮定より, $\angle ABO = \angle CDO$ (錯角) …②
 $\angle BAO = \angle DCO$ (錯角) …③
 ①, ②, ③より, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$
 よって, $AO = CO$, $BO = DO$
- ⑪ $\triangle ABM$ と $\triangle CDN$ において,
 $AB = CD$ …①
 $\angle BAM = \angle DCN$ …②
 $AM = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC = CN$ …③
 ①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABM \equiv \triangle CDN$
 よって, $BM = DN$
- ⑫ $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において,
 $\angle BEA = \angle DFC = 90^\circ$ …①
 $AB = CD$ …②
 $\angle ABE = \angle CDF$ (錯角) …③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 したがって, $AE = CF$

- 13 (1) 仮定… $AB=DC$, $AD=BC$
結論… $AB\parallel DC$, $AD\parallel BC$
- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において,
 $AB=CD$ …①
 $BC=DA$ …②
 AC は共通 …③
①, ②, ③より, 3辺がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$
よって, $\angle BAC=\angle DCA$ より, $AB\parallel DC$
 $\angle BCA=\angle DAC$ より, $AD\parallel BC$
- 14 (1) 仮定… $AD=BC$, $AD\parallel BC$
結論… $AB\parallel DC$
- (2) $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において,
 $BC=DA$ …①
 AC は共通 …②
 $\angle BCA=\angle DAC$ (錯角) …③
①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$
よって, $\angle BAC=\angle DCA$ となり, $AB\parallel DC$
- 15 四角形 $AFCE$ において, $AE\parallel FC$, $AE=FC$
よって, 1組の対辺が平行で長さが等しいから,
平行四辺形。
- 16 AE の延長と DC の延長の交点を G とする。
 $\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DAB=\frac{1}{2}\angle DCB=\angle FCE$ …①
 $\angle DAE=\angle AEB=\angle CEG$ …②
①, ②より, $\angle FCE=\angle CEG$ で, $AG\parallel FC$
したがって, $AE\parallel FC$
また, $AF\parallel EC$ であるから, 2組の対辺がそれぞれ平行なので, $AECF$ は平行四辺形。
- 17 $\angle A=\angle C=90^\circ$, $\angle B=\angle D$ より,
 $\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle A+\angle D=180^\circ$
 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$
よって, $ABCD$ は長方形。
- 18 $\triangle ABD$ と $\triangle BAC$ において,
 AB は共通, $BD=AC$, $AD=BC$ より,
3辺がそれぞれ等しいので, $\triangle ABD\equiv\triangle BAC$
よって, $\angle DAB=\angle CBA$
また, $\angle DAB=\angle BCD$, $\angle CBA=\angle CDA$
より, 4つの角が等しいので $ABCD$ は長方形。
- 19 $ABCD$ は平行四辺形なので,
 $AB=DC$, $AD=BC$
仮定より, $AB=AD$
したがって, $AB=AD=BC=AD$ となり,
 $ABCD$ はひし形。

- 20 $\triangle ABO$ と $\triangle CBO$ において,
 $\angle BOA=\angle BOC=90^\circ$, $AO=CO$, BO は共通
より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABO\equiv\triangle CBO$
よって, $AB=CB$ となり, このことから,
 $AB=BC=CD=DA$ となるから, 示された。
- 21 正方形は4つの角が等しいので長方形といえる。
よって, 対角線の長さは等しいので, $AC=BD$
- 22 正方形は4つの辺が等しいのでひし形といえる。
よって, 対角線は垂直に交わるので, $AC\perp BD$
- 23 (1) 点 P , Q から直線 AB にひいた垂線を PP' ,
 QQ' とすると, $l\parallel m$ から, $PP'=QQ'$ 2つ
の三角形は底辺を AB とみると高さが等しいから
面積が等しい。よって, $\triangle PAB=\triangle QAB$
- (2) 点 P , Q から直線 AB にひいた垂線を PP' ,
 QQ' とする。2つの三角形は底辺を AB とみると
高さは PP' , QQ' となり面積が等しいから, 高
さも等しい。よって, $PP'=QQ'$ から, $l\parallel m$
- 24 $AD\parallel BC$ より, $\triangle ABD=\triangle ACD$
 $\triangle AOB=\triangle ABD-\triangle AOD$
 $=\triangle ACD-\triangle AOD=\triangle DOC$

25 1:6

解説

$$\triangle ADE=\frac{1}{2}\triangle ABE=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right)=\frac{1}{6}\triangle ABC$$

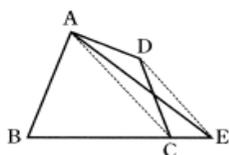
26 (1) 2:1 (2) 2:1 (3) 1:6

解説

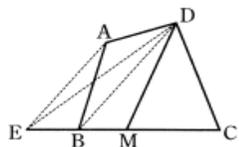
$$(3)\triangle APD=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)\text{より,}$$

$$\triangle APD:\square ABCD=1:6$$

- 27 右の図のように, 点
 D を通り AC に平行な直
線と BC の延長との交点
を E とする。



- 28 右の図のように, 点 A
を通り DB に平行な直
線と CB の延長との交点
を E とする。線分 EC
の中点 M と点 D を結ぶ。

29 $Q(6, 0)$

解説

点 A を通り直線 PC に平行な直線の式は,
 $y=-x+6$ この直線と x 軸との交点が Q となる。

30 $P(0, 4)$

解説

点 B を通り直線 AO に平行な直線 $y=2x+4$ と,
 y 軸との交点が P 。

章のまとめ

- ① (1) 22° (2) 105° (3) 29°
- ② (1) 仮定… $AB = AC$, $AD = AE$
結論… $\angle ABD = \angle ACE$
(2) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において,
 $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle A$ は共通
2辺とその間の角が等しいから,
 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ よって, $\angle ABD = \angle ACE$
- ③ $\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ において,
 $\angle BEA = \angle DFA = 90^\circ$
 $\angle ABE = \angle ADF$, $AB = AD$ より,
直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
ので, $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$
よって, $AE = AF$
- ④ $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において,
 $AB = CD$, $BE = DF$, $\angle ABE = \angle CDF$ より,
2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
よって, $\angle BEA = \angle DFC$
すると, $\angle AEF = 180^\circ - \angle BEA$
 $= 180^\circ - \angle DFC = \angle CFE$
となり, 錯角が等しいので, $AE \parallel CF$
- ⑤ $AD \parallel BC$, $BC \parallel EF$ より, $AD \parallel EF$
 $AD = BC$, $BC = EF$ より, $AD = EF$
よって, 1組の対辺が平行で長さが等しいので,
 $AEFD$ は平行四辺形。

- ⑥ (1) 20 cm^2 (2) 12 cm^2

解説

(2) $\triangle DBC = \triangle ABC = 32 \text{ cm}^2$,
 $\triangle DOC = \triangle DBC - \triangle OBC = 32 - 20 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

- ⑦ (1) $\triangle ABP = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \square ABCD \right)$

$$\triangle ADP = \frac{1}{3} \triangle ACD = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \square ABCD \right)$$

よって, $\triangle ABP = \triangle ADP = \frac{1}{6} \square ABCD$

- (2) 2 : 1