Sp 数学Iのまとめ **確認テスト1**

氏名	

1 $A=x^2+3xy-2y^2$, $B=2x^2-xy-y^2$のとき，次の式を計算せよ。

(1) $A+3B$

(2) $4(2A-B)-3(3A-2B)$

2 $a=2+\sqrt{3}$，$b=2-\sqrt{3}$ のとき，次の式の値を求めよ。

a^2b+ab^2

3 次の式の二重根号をはずせ。

$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

4 次の計算をせよ。

(1) $(x+2y-5z)^2$

(2) $(x^2-2xy+4y^2)(x^2+2xy+4y^2)$

5 次の式を因数分解せよ。

(1) a^4-a^2+16

(2) $a^2-b^2+3a+b+2$

1～3　各12点×4
4・5　各13点×4

得　点
/100

Sp 数学Iのまとめ **確認テスト 2**

氏名	

1

　1から200までの自然数の集合をNとし，A，B，CをNの部分集合とする。Aは3の倍数のすべての集合，Bは5の倍数のすべての集合，Cは7の倍数のすべての集合とする。集合Sの要素の個数を$n(S)$で表すとき，次の問いに答えよ。

(1)　$n(A)$，$n(B)$，$n(C)$ をそれぞれ求めよ。

(2)　$n(A\cap B)$，$n(A\cap B\cap C)$ をそれぞれ求めよ。

2

次の $\boxed{\quad\quad}$ の中に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，あてはまるものを入れよ。

(1)　$x=1$は，$x^2-2x+1=0$であるための $\boxed{\quad\quad}$ 条件である。

(2)　三角形の2辺が等しいことは，三角形が二等辺三角形であるための $\boxed{\quad\quad}$ 条件であり，正三角形であるための $\boxed{\quad\quad}$ 条件である。

3

次の命題の逆・裏・対偶を述べよ。また，その真偽を調べよ。

(1)　$x=2$ならば，$x^2-4=0$

(2)　ある数nが9の倍数ならば，nは3の倍数

(3)　$a>0$かつ$b>0$ならば，$ab>0$

1　各11点×2
2　各13点×3
3　各13点×3

得　点
/100

Sp 数学Iのまとめ **確認テスト3**

氏名	

1

次の１次不等式，連立不等式を解け。

(1) $4(2x-2)<-(x-1)$

(2) $\begin{cases} 5x-3(x+2)\geqq 0 \\ 2x-\dfrac{7x+1}{2}<13 \end{cases}$

2

次の方程式を解け。

(1) $2x+3=|6-x|$

(2) $3|2x-1|-5=2x$

(3) $3x^2-6x-2=0$

3

次の不等式を満たすxの値の範囲を求めよ。

$|1-2x|\leqq 5$

4

２次方程式 $x^2-2ax+a^2-4=0$ の１つの解が $x=-1$ のとき，a の値と他の解を求めよ。

1　各14点×2
2　各14点×3
3　15点×1
4　15点×1

得　点
/100

Sp 数学Iのまとめ **確認テスト** $\boxed{4}$

氏名	

1 次の問いに答えよ。

(1) x 軸との交点が $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$ で，かつ点 $(2,\ -1)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

(2) 軸の方程式が $x=3$ で，かつ 2 点 $(2,\ -2)$, $(5,\ 4)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

2 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y=|x-2|\quad (a\leqq x\leqq a+1)$

(2) $y=-x^2+2x\quad (a\leqq x\leqq a+1)$

3 次の問いに答えよ。

(1) $x+y=2$, $x\geqq 0$, $y\geqq 0$ のとき，x^2+y^2 の最大値と最小値を求めよ。

(2) $x+y=1$ のとき，$2x^2-y^2$ の最小値と $x^2+3xy+y^2$ の最大値を求めよ。

1　各16点×2

2　各16点×2

3　各18点×2

得　点
/100

Sp 数学Iのまとめ **確認テスト5**

氏名	

1　2次関数 $y=x^2-x+3k$ のグラフと直線 $y=x+2$ が次の位置関係にあるとき，k の値または値の範囲を求めよ。

(1)　2点で交わる　　(2)　接する　　(3)　共有点をもたない

2　次の不等式，連立不等式を解け。

(1)　$(x+2)(x-4)\leqq 12-x$

(2)　$\begin{cases} x^2-4x-6\leqq 0 \\ 2x^2+6x-3>0 \end{cases}$

3　2次方程式 $x^2-ax+a^2-4=0$ について，次の問いに答えよ。

(1)　2つの解がともに正であるための a の値の範囲を求めよ。

(2)　1つの解だけが正であるための a の値の範囲を求めよ。

1　各14点×3
2　各14点×2
3　各15点×2

得　点
/100

Sp 数学Iのまとめ 確認テスト $\boxed{6}$

氏名	

1

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式または不等式を満たす θ の値，または θ の値の範囲を求めよ。

(1) $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2) $\cos\theta>-\dfrac{1}{2}$　　(3) $\tan\theta=-\sqrt{3}$

2

次の式を簡単にせよ。

(1) $(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$

(2) $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

(3) $\sin^2\theta+(1-\tan^2\theta)\cos^2\theta$

3

$\triangle$ABC において，$a=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$，$C=105^\circ$ のとき，A，b，c を求めよ。

4

$\triangle$ABC において，次の関係があるとき，$\triangle$ABC はどのような三角形か。

$$\cos B=\frac{\sin A}{2\sin C}$$

1　各12点×3
2　各12点×3
3　14点×1
4　14点×1

得　点
/100

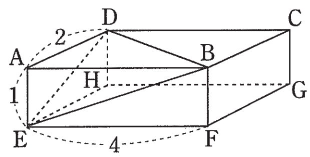
Sp 数学Iのまとめ **確認テスト** $\boxed{7}$

氏名	

1 次の三角形の面積を求めよ。

$b=2$，$c=5$，$A=135^\circ$

2 右の図の直方体 ABCD−EFGH において，AE＝1，AD＝2，EF＝4 であるとき，次の問いに答えよ。



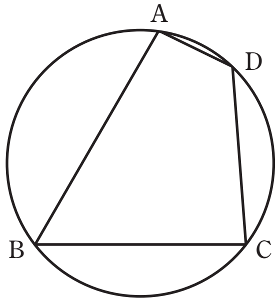
(1) 辺 DE，辺 BD，辺 BE の長さをそれぞれ求めよ。

(2) cos∠BDE，sin∠BDE の値をそれぞれ求めよ。

(3) △BDE の面積を求めよ。

(4) 三角錐 ABDE の体積を求めよ。また，A から△BDE に下した垂線が△BDE と交わる点を K とするとき，AK の長さを求めよ。

3 円に内接する四角形ABCDにおいて，$AB=5\sqrt{3}$，$BC=4\sqrt{3}$，$CD=6$，$\angle B=60^\circ$ であるとき，次の問いに答えよ。



(1) ADの長さを求めよ。

(2) 四角形ABCDの面積を求めよ。

1　各14点×1

2　各14点×4

3　各15点×2

得　点
/100

Sp 数学Ⅰのまとめ　確認テスト $\boxed{8}$

氏名	

1　右の度数分布表は，ある学年の生徒30人の身長を測定してまとめたものである。次の各値を求めよ。

(1)　平均値(ただし，四捨五入して小数第1位まで)

(2)　中央値

(3)　最頻値

階級(cm)	度数(人)
以上　未満 150 ～ 155	1
155 ～ 160	4
160 ～ 165	8
165 ～ 170	10
170 ～ 175	5
175 ～ 180	2
計	30

2　下の資料は，20人の英語の小テスト(10点満点)の得点を示している。この資料について，次の問いに答えよ。

7	4	8	5	9	5	6	10	4	7
3	4	6	6	8	6	7	2	5	8

(1)　分散を求めよ。

(2)　標準偏差を求めよ。

3　2つの変量 x, y の値が，次の表で与えられているとき，下の問いに答えよ。

x	6	9	5	3	7
y	8	5	6	9	7

(1)　x と y の共分散 s_{xy} を求めよ。

(2)　x と y の相関係数 r を求めよ。ただし，$\sqrt{2}=1.41$ とし，答えは四捨五入して小数第2位まで求めよ。また，x と y にはどのような相関関係があると考えられるか。

1　各14点×3
2　各14点×2
3　各15点×2

得　点
/100

確認テスト1　解答

1 (1) $(x^2+3xy-2y^2)+3(2x^2-xy-y^2)$
$=7x^2-5y^2$

(2) $-A+2B$
$=-(x^2+3xy-2y^2)+2(2x^2-xy-y^2)$
$=3x^2-5xy$

2 $ab(a+b)=\mathbf{4}$

3 $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}=\boldsymbol{\sqrt{3}+1}$

4 (1) $x^2+4y^2+25z^2+4xy-10xz-20yz$
(2) $(x^2+4y^2)^2-(2xy)^2$
$=x^4+8x^2y^2+16y^4-4x^2y^2=\boldsymbol{x^4+4x^2y^2+16y^4}$

5 (1) $a^4-a^2+16=a^4+8a^2+16-9a^2$
$=(a^2+4)^2-(3a)^2$
$=\boldsymbol{(a^2+3a+4)(a^2-3a+4)}$
(2) $a^2+3a-(b^2-b-2)$
$=a^2+3a-(b-2)(b+1)$
$=\boldsymbol{(a-b+2)(a+b+1)}$

確認テスト2　解答

1
(1) $n(A)=66$，$n(B)=40$，$n(C)=28$
(2) 15の倍数は，$200\div15=13$ 余り 5 より，
$n(A\cap B)=13$
$3\times5\times7=105$ の倍数は，$200\div105=1$ 余り 95 より，**$n(A\cap B\cap C)=1$**

2
(1) 必要十分
(2) 順に　必要十分，必要

3
(1) $x=2$ ならば，$x^2-4=0$　真
逆　$x^2-4=0$ ならば，$x=2$　偽
裏　$x\neq2$ ならば，$x^2-4\neq0$　偽
対偶　$x^2-4\neq0$ ならば，$x\neq2$　真
(2) n が 9 の倍数ならば，n は 3 の倍数　真
逆　n が 3 の倍数ならば，n は 9 の倍数　偽
裏　n が 9 の倍数でないならば，n は 3 の倍数でない。　偽
対偶　n が 3 の倍数でないならば，n は 9 の倍数でない。　真
(3) $a>0$ かつ $b>0$ ならば，$ab>0$　真
逆　$ab>0$ ならば，$a>0$ かつ $b>0$　偽
裏　$a\leqq0$ または $b\leqq0$ ならば，$ab\leqq0$　偽
対偶　$ab\leqq0$ ならば，$a\leqq0$ または $b\leqq0$　真

確認テスト3　解答

1

(1)　$8x-8<-x+1$ より，$9x<9$

よって，$\boldsymbol{x<1}$

(2)　$\begin{cases} 5x-3(x+2)\geqq 0 \cdots\cdots ① \\ 2x-\dfrac{7x+1}{2}<13 \cdots\cdots ② \end{cases}$

①より，$x\geqq 3$，②より，$x>-9$　よって，

①，②の共通範囲を求めると，$\boldsymbol{x\geqq 3}$

2

(1)　$6\leqq x$ のとき，$2x+3=-(6-x)$，$x=-9$

これは不適。　$x<6$ のとき，$2x+3=6-x$，

$x=1$　よって，解は　$\boldsymbol{x=1}$

(2)　$x\geqq\dfrac{1}{2}$ のとき，$3(2x-1)-5=2x$，$x=2$

$x<\dfrac{1}{2}$ のとき，$-3(2x-1)-5=2x$，$x=-\dfrac{1}{4}$

よって，解は　$\boldsymbol{x=2}$，$\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{4}}$

(3)　$x=\dfrac{3\pm\sqrt{15}}{3}$

3

$-5\leqq 1-2x\leqq 5$

$-6\leqq -2x\leqq 4$

$-2\leqq x\leqq 3$

4

$x=-1$ を代入すると，$a^2+2a-3=0$ より，

$\boldsymbol{a=-3,\ 1}$　よって，$a=-3$ のとき，

$x^2+6x+5=0$ より，他の解は $\boldsymbol{x=-5}$

$a=1$ のとき，$x^2-2x-3=0$ より，他の解は

$\boldsymbol{x=3}$

確認テスト4　解答

1

(1)　$y=a(x+1)(x-3)$ とおける。$(2,\ -1)$ を通るので，$a=\frac{1}{3}$，よって，$\boldsymbol{y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1}$

(2)　$y=a(x-3)^2+b$ とおける。$(2,\ -2)$，$(5,\ 4)$ を通るので，$-2=a+b$，$4=4a+b$

これを解いて，$a=2$，$b=-4$

よって，$\boldsymbol{y=2x^2-12x+14}$

2

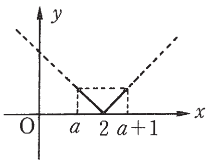
(1)　$x\geqq 2$ のとき，$y=x-2$

$x<2$ のとき，$y=-x+2$

右図の場合を考えると，

$-a+2=(a+1)-2$ より，

$a=\frac{3}{2}$



$a\leqq 1$ のとき，

最大値 $2-a$ $(x=a)$，

最小値 $-a+1$ $(x=a+1)$

$1<a\leqq\frac{3}{2}$ のとき，

最大値 $2-a$ $(x=a)$，最小値 0 $(x=2)$

$\frac{3}{2}<a\leqq 2$ のとき，

最大値 $a-1$ $(x=a+1)$，最小値 0 $(x=2)$

$a>2$ のとき，

最大値 $a-1$ $(x=a+1)$，最小値 $a-2$ $(x=a)$

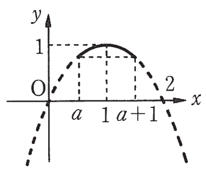
(2)　$y=-(x-1)^2+1$

右図の場合を考えると，

$-a^2+2a$

$=-(a+1)^2+2(a+1)$

より，$a=\frac{1}{2}$



$a<0$ のとき，

最大値 $-a^2+1$ $(x=a+1)$，

最小値 $-a^2+2a$ $(x=a)$

$0\leqq a<\frac{1}{2}$ のとき，

最大値 1 $(x=1)$，最小値 $-a^2+2a$ $(x=a)$

$\frac{1}{2}\leqq a<1$ のとき，

最大値 1 $(x=1)$，最小値 $-a^2+1$ $(x=a+1)$

$a\geqq 1$ のとき，

最大値 $-a^2+2a$ $(x=a)$，

最小値 $-a^2+1$ $(x=a+1)$

3

(1)　$y=2-x\geqq 0$ より，$0\leqq x\leqq 2$

$x^2+y^2=x^2+(2-x)^2=2(x-1)^2+2$

最大値 4　$(x=0,\ y=2)$，$(x=2,\ y=0)$

最小値 2　$(x=1,\ y=1)$

(2)　$y=1-x$ を与式に代入。

・$2x^2-y^2=2x^2-(1-x)^2=(x+1)^2-2$

最小値 -2　$(x=-1,\ y=2)$

・$x^2+3xy+y^2=x^2+3x(1-x)+(1-x)^2$

$=-x^2+x+1=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

最大値 $\frac{5}{4}\left(x=\frac{1}{2},\ y=\frac{1}{2}\right)$

確認テスト5　解答

1　$x^2-x+3k=x+2$ より，
$x^2-2x+3k-2=0$　判別式を D として，
$\frac{D}{4}=(-1)^2-(3k-2)=3-3k$
(1)　$\frac{D}{4}=3-3k>0$ より，$\boldsymbol{k<1}$
(2)　$\frac{D}{4}=3-3k=0$ より，$\boldsymbol{k=1}$
(3)　$\frac{D}{4}=3-3k<0$ より，$\boldsymbol{k>1}$

2　(1)　$x^2-2x-8\leqq 12-x$
$x^2-x-20\leqq 0$
$(x+4)(x-5)\leqq 0$ より，
$-4\leqq x\leqq 5$

(2)　$x^2-4x-6\leqq 0$ より，$2-\sqrt{10}\leqq x\leqq 2+\sqrt{10}$
$2x^2+6x-3>0$ より，
$x<\frac{-3-\sqrt{15}}{2}$，$\frac{-3+\sqrt{15}}{2}<x$
よって，$\boldsymbol{\frac{-3+\sqrt{15}}{2}<x\leqq 2+\sqrt{10}}$

3　$x^2-ax+a^2-4=0$ の2解を α，β とすると，
解と係数の関係より，$\alpha+\beta=a$，$\alpha\beta=a^2-4$
また，判別式 $D=a^2-4(a^2-4)=16-3a^2$
(1)　$\alpha>0$，$\beta>0$ より，
$D=16-3a^2\geqq 0$　$\therefore -\frac{4\sqrt{3}}{3}\leqq a\leqq \frac{4\sqrt{3}}{3}$
$\alpha+\beta=a>0$，$\alpha\beta=a^2-4>0$ より，
$a<-2$，$2<a$
以上から，$\boldsymbol{2<a\leqq \frac{4\sqrt{3}}{3}}$

(2)　$\alpha>\beta$ とする
ⅰ)　$\alpha>0$，$\beta=0$ のとき，
$\alpha+\beta=a>0$ かつ $\alpha\beta=a^2-4=0$ より $a=2$
ⅱ)　$\alpha>0$，$\beta<0$ のとき，
$\alpha\beta=a^2-4<0$ より，$-2<a<2$
ⅰ)，ⅱ)をあわせて，$\boldsymbol{-2<a\leqq 2}$

確認テスト 6　解答

1　(1)　$\theta=60^\circ$，120°　(2)　$0^\circ\leqq\theta<120^\circ$

(3)　$\theta=120^\circ$

2　(1)　与式$=1+2\sin\theta\cos\theta+1-2\sin\theta\cos\theta=\mathbf{2}$

(2)　与式$=\dfrac{\sin\theta(1-\cos\theta)+\sin\theta(1+\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$

$=\dfrac{2\sin\theta}{\sin^2\theta}=\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{\sin\theta}}$

(3)　与式$=\sin^2\theta+\left(1-\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)\cos^2\theta$

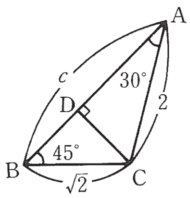
$=\sin^2\theta+\cos^2\theta-\sin^2\theta=\mathbf{\cos^2\theta}$

3　$\boldsymbol{A=30^\circ}$　$\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=\dfrac{b}{\sin 45^\circ}$　より，$\boldsymbol{b=2}$

右図より，$\mathrm{BD}=1$

$\mathrm{AD}=\sqrt{3}$

よって，$\boldsymbol{c=1+\sqrt{3}}$



4　$\sin A=\dfrac{a}{2R}$，$\sin C=\dfrac{c}{2R}$ より，$\dfrac{\sin A}{\sin C}=\dfrac{a}{c}$

$\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\dfrac{a}{2c}$ より，$c^2=b^2$　∴　$b=c$

ゆえに，**$b=c$ の二等辺三角形**

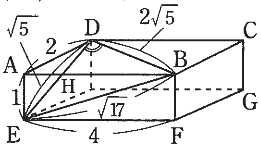
Sp 数学Ⅰのまとめ

確認テスト$\boxed{7}$　解答

1　$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5\sin 135^\circ = \mathbf{\frac{5\sqrt{2}}{2}}$

2　(1)　$DE=\sqrt{5}$，$BD=2\sqrt{5}$，$BE=\sqrt{17}$

(2)　右の図において，



△BDE において，

余弦定理より，

$\cos\angle BDE$

$=\frac{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2-(\sqrt{17})^2}{2\cdot 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\mathbf{\frac{2}{5}}$

よって，$\sin\angle BDE=\sqrt{1-\left(\frac{2}{5}\right)^2}=\mathbf{\frac{\sqrt{21}}{5}}$

(3)　$\triangle BDE=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sin\angle BDE=\mathbf{\sqrt{21}}$

(4)　三角錐 ABDE の体積を V とすると，

$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle ABD\times AE=\mathbf{\frac{4}{3}}$

また，$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle BDE\times AK$ より，

$\frac{4}{3}=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{21}\times AK$　よって，$AK=\mathbf{\frac{4\sqrt{21}}{21}}$

3　(1)　下図の△ABCにおいて，$AC^2=(5\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2-2\cdot 5\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}\cdot\cos 60^\circ=63$

△ACDにおいて，$\angle D=120^\circ$より，$AC^2=AD^2+6^2-2\cdot AD\cdot 6\cdot\cos 120^\circ=63$ よって，

$AD^2+6AD-27=0$　$AD>0$ より $AD=3$

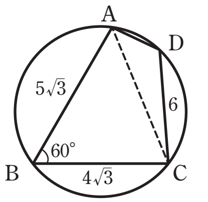
(2)　四角形ABCD

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ$

$+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 3\cdot\sin 120^\circ$

$=\frac{39\sqrt{3}}{2}$



確認テスト[8]　解答

1

(1)　階級値を x, 度数を f, 仮の平均を $x_0=167.5$ として，右のような表を作ると，平均値は，$167.5-50\div30\fallingdotseq165.8$

x	$x-x_0$	f	$(x-x_0)f$
152.5	-15	1	-15
157.5	-10	4	-40
162.5	-5	8	-40
167.5	0	10	0
172.5	5	5	25
177.5	10	2	20
	計	30	-50

(2)　中央値は，15番目と16番目の平均値であるから，165～170の階級の2番目と3番目の平均値になる。$165+(170-165)\times\frac{2}{10}=166$

(3)　最も度数が大きい階級の階級値なので，167.5

2

(1)　平均値を $\bar{x}$ とすると，$\bar{x}=(7+4+8+5+9+5+6+10+4+7+3+4+6+6+8+6+7+2+5+8)\div20=6$　これより，下のような表をつくる。

x	7	4	8	5	9	5	6	10	4	7	3	4	6	6	8	6	7	2	5	8	計
$(x-\bar{x})^2$	1	4	4	1	9	1	0	16	4	1	9	4	0	0	4	0	1	16	1	4	80

表から，分散 $s^2=80\times\frac{1}{20}=4$

(2)　$s=\sqrt{4}=2$

3

(1)　$x=\frac{1}{5}\times(6+9+5+3+7)=6$

$y=\frac{1}{5}\times(8+5+6+9+7)=7$

よって，共分散は，$s_{xy}=\frac{1}{5}\times\{(6-6)\times(8-7)+(9-6)\times(5-7)+(5-6)\times(6-7)+(3-6)\times(9-7)+(7-6)\times(7-7)\}=-2.2$

(2)　$s_x{}^2=\frac{1}{5}\{(6-6)^2+(9-6)^2+(5-6)^2+(3-6)^2+(7-6)^2\}=4$

$s_y{}^2=\frac{1}{5}\{(8-7)^2+(5-7)^2+(6-7)^2+(9-7)^2+(7-7)^2\}=2$

よって，$r=\frac{s_{xy}}{s_x s_y}=-\frac{2.2}{\sqrt{4}\sqrt{2}}=-0.55\sqrt{2}=-0.7755\fallingdotseq-0.78$

すなわち，負の相関があるといえる。