



<b>2 組合せ</b>	氏 名		得 点	/ 100
--------------	--------	--	--------	-------

**1** 9人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。 (各12点×2)

(1) 3人ずつ3組に分ける。

\_\_\_\_\_

(2) 2人, 2人, 5人の3組に分ける。

\_\_\_\_\_

**2** 男子8人, 女子5人の中から次のように合計5人の委員を選出する方法は何通りあるか。

(1) 男子から3人, 女子から2人選ぶ方法 (各12点×2)

\_\_\_\_\_

(2) 女子が少なくとも1人選ばれる方法

\_\_\_\_\_

**3** 10個の同じ菓子をA, B, C, Dの4人の子どもに分ける方法について, 次の問いに答えよ。

(各13点×2)

(1) 菓子を1個ももらえない子どもがいてもよいとすると, 分け方は何通りあるか。

\_\_\_\_\_

(2) A, B, C, Dがいずれも, 少なくとも1個の菓子をもろう分け方は何通りあるか。

\_\_\_\_\_

**4**  $x+y+z=15$  を満たす次のような整数の組  $(x, y, z)$  は何組あるか。

(各13点×2)

(1) 0以上の整数の組

\_\_\_\_\_

(2) 正の整数の組

\_\_\_\_\_

<b>3 確率(1)</b>	氏 名	得 点	/ 100
----------------	--------	--------	-------

**1** 次の確率を求めよ。 (各12点×3)

(1) 7個の文字 a, b, c, d, e, f, g を1列に並べるとき, a, bが両端にある確率

(2) P, Q, R, S, Tの5人が横1列に並ぶとき, P, Q, Rが隣り合う確率

(3) 男子4人, 女子3人の中から4人選ぶとき, 男子3人, 女子1人が選ばれる確率

**2** 次の確率を求めよ。 ((1)12点, (2)13点)

(1) 1から20までの数字を書いた20枚のカードから2枚をとるとき, 2枚とも偶数である確率

(2) 当たりくじが5本入っている15本のくじから2本のくじを同時に引くとき, 1本は当たりくじで, もう1本はずれくじである確率

**3** 赤玉5個, 青玉3個, 白玉4個が入っている袋から, よくかき混ぜて, 玉を4個とり出すとき, 次の確率を求めよ。 (各13点×3)

(1) 4個とも赤玉である確率

(2) 白玉が少なくとも1個含まれる確率

(3) どの色の玉も含まれる確率

<b>4 確率(2)</b>	氏名	得点	/100
----------------	----	----	------

- 1 数直線上の原点に点Pがある。いま、1つのさいころを投げて、4以下の目が出たとき点Pは正の方向に2だけ進み、5以上の目が出たとき点Pは負の方向に1だけ進むものとする。さいころを7回投げた後、点Pが+2の点にある確率を求めよ。 (20点)

---

- 2 AとBが試合をして、先に4勝した方が優勝とする。AがBに勝つ確率は $\frac{3}{5}$ であり、引き分けはないものとするとき、6試合目に優勝が決まる確率を求めよ。 (20点)

---

- 3 10から30までの自然数を1つずつ書いた21枚のカードから、1枚引いたところ、引いたカードの番号の十の位が2であった。このとき、この番号の一の位が奇数である確率を求めよ。 (20点)

---

- 4 箱Pには赤球1個、白球3個、箱Qには赤球と白球が2個ずつ入っている。箱Pから球を1個取り出して箱Qに移したあとで、箱Qから球を1個取り出すとき、次の確率を求めよ。 (各20点×2)

(1) Qから取り出した球が赤球である確率

---

(2) Qから取り出した球が白球であったとき、Pから取り出した球が白球であった確率

---

<b>5 図形の性質(1)</b>	氏 名	得 点	/100
-------------------	--------	--------	------

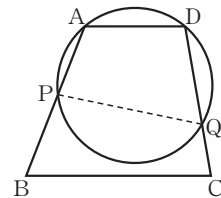
**1**  $\triangle ABC$ の辺BCの中点をMとし、 $\angle AMB$ および $\angle AMC$ の二等分線がAB, ACと交わる点をそれぞれD, Eとし、BEとCDの交点をFとすると、次のことを証明せよ。 (各20点×2)

(1)  $DE \parallel BC$

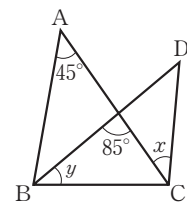
(2) FはAM上にある

**2**  $\triangle ABC$ の重心をGとし、辺BC, CA, ABの中点をD, E, F, ADとEFの交点をHとすると、 $DG : GH = 2 : 1$ となることを証明せよ。 (20点)

**3** 右の図において、 $AD \parallel BC$ である台形ABCDの頂点A, Dを通る円が辺AB, CDと交わる点をそれぞれP, Qとすると、四角形PBCQは円に内接することを証明せよ。 (20点)



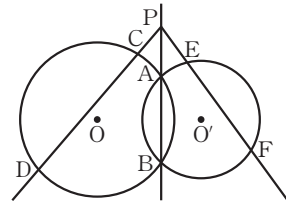
**4** 右の図において、 $\angle BAC = \angle BDC$ ,  $AD = CD$ であるとき、 $x, y$ の大きさを求めよ。 (完答20点)



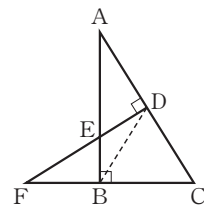

---

<b>6 図形の性質(2)</b>	氏 名	得 点	/100
-------------------	--------	--------	------

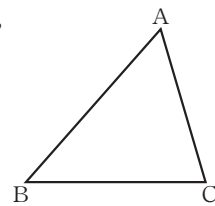
- 1** 2点A, Bで交わる2つの円O, O'がある。直線AB上に点Pをとり、Pを通る直線と円Oとの交点をC, D, 円O'との交点をE, Fとすると、4点C, D, E, Fは同一円周上にあることを証明せよ。(25点)



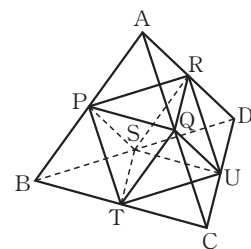
- 2** 右の図の $\angle B=90^\circ$ の直角三角形ABCにおいて、辺ACの中点をDとし、Dを通りACに垂直な直線と、直線AB, BCとの交点をそれぞれE, Fとする。このとき、直線BDは $\triangle BEF$ の外接円に接することを証明せよ。(25点)



- 3** 三角形ABCが与えられたとき、 $\triangle ABC$ の辺BC, CA, AB上に頂点P, Q, Rがあり、辺QRが辺BCに平行であるような正三角形PQRを作図せよ。(25点)



- 4** 右の図のように、正四面体ABCDの各辺の中点をP, Q, R, S, T, Uとする。この6つの点を頂点とする立体は正八面体であることを証明せよ。(25点)



<b>1 集合の要素の個数, 順列</b>	氏名		得点	100
-----------------------	----	--	----	-----

**1** 1から500までの整数のうち, 4, 5, 7のそれぞれの倍数全体の集合をA, B, Cとするとき, 次の集合の要素の個数を求めよ。 $n(A)=125, n(B)=100, n(C)=71$ である。 (各8点×6)

<p>(1) <math>A \cup B</math>  <math>500=20 \times 25</math> より <math>n(A \cap B)=25</math>  <math>n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)</math>  <math>=125+100-25=200</math>  <u>200</u></p>	<p>(2) <math>B \cup C</math>  <math>500=35 \times 14 + 10</math> より  <math>n(B \cap C)=14</math>  <math>n(B \cup C)=n(B)+n(C)-n(B \cap C)</math>  <math>=100+71-14=157</math>  <u>157</u></p>	<p>(3) <math>\overline{A \cup B}</math>  <math>\overline{A \cup B}=\overline{A \cap B}</math> より  <math>n(\overline{A \cap B})=500-25=475</math>          よって, <math>n(\overline{A \cup B})=475</math>  <u>475</u></p>
<p>(4) <math>\overline{B \cap C}</math>  <math>\overline{B \cap C}=\overline{B \cup C}</math> より  <math>n(\overline{B \cup C})=500-157=343</math>          よって, <math>n(\overline{B \cap C})=343</math>  <u>343</u></p>	<p>(5) <math>A \cap B \cap C</math>          4, 5, 7の最小公倍数は140  <math>500=140 \times 3 + 80</math> より  <math>n(A \cap B \cap C)=3</math>  <u>3</u></p>	<p>(6) <math>A \cup B \cup C</math>  <math>500=28 \times 17 + 24</math> より <math>n(C \cap A)=17</math>  <math>n(A \cup B \cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A \cap B)</math>  <math>-n(B \cap C)-n(C \cap A)+n(A \cap B \cap C)</math>  <math>=125+100+71-25-14-17+3=243</math>  <u>243</u></p>

**2** あるクラス50人の生徒の家庭で, パソコンを所有する家庭が26, 自動車を所有する家庭が29ある。パソコンまたは自動車を所有する家庭が40のとき, 次の問いに答えよ。 (各8点×2)

(1) パソコンも自動車も所有する家庭はいくつあるか。  
 パソコンを所有する家庭をA, 自動車を所有する家庭をBとする。  
 $n(A \cap B)=n(A)+n(B)-n(A \cup B)=26+29-40=15$  15

(2) パソコンを所有し自動車を所有しない家庭はいくつあるか。  
 $n(A \cap \overline{B})=n(A)-n(A \cap B)=26-15=11$  11

**3** 男子4人, 女子3人が1列に並ぶとき, 次のような並び方は何通りあるか。 (各9点×2)

(1) 男子が両端にくる  
 両端の男子2人の並び方は ${}_4P_2=12$ 通り その間に残りの5人が並ぶのは $5!=120$ 通りだから,  $12 \times 120=1440$ 通り 1440通り

(2) 女子の両隣りに男子が並ぶ  
 男子4人を並べるのが $4!=24$ 通り 男子4人の間は3ヶ所で, 144通り  
 そこに女子3人を1人ずつ並べるのが $3!=6$ 通りだから,  $24 \times 6=144$ 通り

**4** 男子A, B, C, D女子a, bの6人が円形のテーブルに着席するとき, 次のような場合は何通りあるか。 (各9点×2)

(1) Aとaが隣り合わない  
 男女6人が円形に着席するのは $(6-1)!=120$ 通り このうち, Aとaが隣り合う並び方を考えると, Aとaをまとめて1人とみなすと5人の円順列になるから,  $4!=24$ 通りで, Aとaの並び方が2通りだから,  $24 \times 2=48$ 通り。よって, Aとaが隣り合わない並び方は,  $120-48=72$ 通り 72通り

(2) 女子の両隣りに男子が着席する  
 男子4人が円形に着席するのは $3!=6$ 通り 4ヶ所の間のうち2ヶ所に女子が1人ずつ着席するのは ${}_4P_2=12$ 通りだから,  $6 \times 12=72$ 通り 72通り

<b>2 組合せ</b>	氏名	得点	/100
--------------	----	----	------

**1** 9人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。 (各12点×2)

(1) 3人ずつ3組に分ける。

$$\frac{{}_9C_3 \times {}_6C_3}{3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{1}{6} = 280 \text{ (通り)}$$

280通り

(2) 2人, 2人, 5人の3組に分ける。

$$\frac{{}_9C_2 \times {}_7C_2}{2!} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \times \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \times \frac{1}{2} = 378 \text{ (通り)}$$

378通り

**2** 男子8人, 女子5人の中から次のように合計5人の委員を選出する方法は何通りあるか。

(1) 男子から3人, 女子から2人選ぶ方法 (各12点×2)

$${}_8C_3 \times {}_5C_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 560 \text{ (通り)}$$

560通り

(2) 女子が少なくとも1人選ばれる方法

5人の代表を選ぶ方法は,  ${}_{13}C_5 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1287 \text{ (通り)}$  女子が1人も含まれない選

び方は,  ${}_8C_5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56 \text{ (通り)}$  だから, 女子が少なくとも1人

1231通り

選ばれる方法は,  $1287 - 56 = 1231 \text{ (通り)}$

**3** 10個の同じ菓子をA, B, C, Dの4人の子どもに分ける方法について, 次の問いに答えよ。

(各13点×2)

(1) 菓子を1個ももらえない子どもがいてもよいとすると, 分け方は何通りあるか。

10個の○と3本の仕切り | の並び替えで考えると10個の○と3本の | を並べた順列に等しいから,  $\frac{13!}{10!3!} = 286 \text{ (通り)}$

286通り

(2) A, B, C, Dがいずれも, 少なくとも1個の菓子をもらう分け方は何通りあるか。

少なくとも1個はもらえるときは, 10個の○の間から3ヶ所選んで仕切り | を置く場合の数に等しいので, 9ヶ所から3ヶ所選ぶ組合せとなり,

84通り

${}_9C_3 = 84 \text{ (通り)}$

**4**  $x+y+z=15$  を満たす次のような整数の組  $(x, y, z)$  は何組あるか。 (各13点×2)

(1) 0以上の整数の組

15個の○と2本の仕切り | の並び替えで考えると15個の○と2本の | を並べた順列に等しいから,  $\frac{17!}{15!2!} = 286 \text{ (通り)}$

136通り

(2) 正の整数の組

$x, y, z$  は1以上の整数であるから, あらかじめ1ずつ  $x, y, z$  に分けておくと, 整数12を3組に分ける方法として考えられる。よって, 12個の○と2本の

91通り

| を並べた順列より,  $\frac{14!}{12!2!} = 91 \text{ (通り)}$



<b>3 確率(1)</b>	氏 名	得 点	/100
----------------	--------	--------	------

**1** 次の確率を求めよ。 (各12点×3)

- (1) 7個の文字 a, b, c, d, e, f, g を1列に並べるとき, a, bが両端にある確率

$$\frac{{}_2P_2 \times {}_5P_5}{{}_7P_7} = \frac{1}{21}$$

$$\frac{1}{21}$$

- (2) P, Q, R, S, Tの5人が横1列に並ぶとき, P, Q, Rが隣り合う確率

$$\frac{{}_3P_3 \times {}_2P_2}{{}_5P_5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10}$$

- (3) 男子4人, 女子3人の中から4人選ぶとき, 男子3人, 女子1人が選ばれる確率

$$\frac{{}_4C_3 \times {}_3C_1}{{}_7C_4} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{12}{35}$$

**2** 次の確率を求めよ。 ((1)12点, (2)13点)

- (1) 1から20までの数字を書いた20枚のカードから2枚をとるとき, 2枚とも偶数である確率

$$\frac{{}_{10}C_2}{{}_{20}C_2} = \frac{9}{38}$$

$$\frac{9}{38}$$

- (2) 当たりくじが5本入っている15本のくじから2本のくじを同時に引くとき, 1本は当たりくじで, もう1本はずれくじである確率

$$\frac{{}_5C_1 \times {}_{10}C_1}{{}_{15}C_2} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{10}{21}$$

**3** 赤玉5個, 青玉3個, 白玉4個が入っている袋から, よくかき混ぜて, 玉を4個とり出すとき, 次の確率を求めよ。 (各13点×3)

- (1) 4個とも赤玉である確率

$$\frac{{}_5C_4}{{}_{12}C_4} = \frac{1}{99}$$

$$\frac{1}{99}$$

- (2) 白玉が少なくとも1個含まれる確率

$$\text{白玉が全く含まれない確率は } \frac{{}_8C_4}{{}_{12}C_4} = \frac{14}{99} \text{ だから, } 1 - \frac{14}{99} = \frac{85}{99}$$

$$\frac{85}{99}$$

- (3) どの色の玉も含まれる確率

「赤2個, 青1個, 白1個」「赤1個, 青2個, 白1個」「赤1個, 青1個, 白2個」のいずれの場合だから,

$$\frac{{}_5C_2 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 + {}_5C_1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_1 + {}_5C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_2}{{}_{12}C_4}$$

$$= \frac{120 + 60 + 90}{495} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{6}{11}$$

<b>4 確率(2)</b>	氏 名	得 点	/100
----------------	--------	--------	------

- 1 数直線上の原点に点Pがある。いま、1つのさいころを投げて、4以下の目が出たとき点Pは正の方向に2だけ進み、5以上の目が出たとき点Pは負の方向に1だけ進むものとする。さいころを7回投げた後、点Pが+2の点にある確率を求めよ。(20点)

4以下の目が出た回数を  $x$  回とする。 $2x - (7 - x) = 2$  より、 $x = 3$

1回毎に正の方向に進む確率は  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  で、負の方向に進む確率は  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  だから、

7回のうち3回4以下の目が出て、4回5以上の目が出る確率は、

$${}^7C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{280}{2187} \quad \underline{\hspace{10em} \frac{280}{2187} \hspace{10em}}$$

- 2 AとBが試合をして、先に4勝した方が優勝とする。AがBに勝つ確率は  $\frac{3}{5}$  であり、引き分けはないものとするとき、6試合目に優勝が決まる確率を求めよ。(20点)

6試合目にAが優勝するのは、はじめの5試合がAの3勝2敗で、6試合目にAが勝つ場合で、Bが優勝するのは、はじめの5試合がBの3勝2敗で、6試合目にBが勝つ場合であるから、

$${}_5C_3 \left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \frac{3}{5} + {}_5C_3 \left(\frac{2}{5}\right)^3 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{2}{5} = \frac{936}{3125} \quad \underline{\hspace{10em} \frac{936}{3125} \hspace{10em}}$$

- 3 10から30までの自然数を1つずつ書いた21枚のカードから、1枚引いたところ、引いたカードの番号の十の位が2であった。このとき、この番号の一の位が奇数である確率を求めよ。(20点)

引いたカードの番号の十の位が2である事象をA、一の位が奇数である事象をBとすると、求める

確率は  $P_A(B)$  である。 $P(A) = \frac{10}{21}$  で、 $P(A \cap B) = \frac{5}{21}$  であるから、

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \underline{\hspace{10em} \frac{1}{2} \hspace{10em}}$$

- 4 箱Pには赤球1個、白球3個、箱Qには赤球と白球が2個ずつ入っている。箱Pから球を1個取り出して箱Qに移したあとで、箱Qから球を1個取り出すとき、次の確率を求めよ。(各20点×2)

(1) Qから取り出した球が赤球である確率

①Pから赤球、Qから赤球を取り出す場合  $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$  ②Pから白球、Qから赤球を取り出す場合  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$  ①②は互いに排反だから求める確率は、 $\frac{3}{20} + \frac{6}{20} = \frac{9}{20}$   $\underline{\hspace{10em} \frac{9}{20} \hspace{10em}}$

(2) Qから取り出した球が白球であったとき、Pから取り出した球が白球であった確率

Qから白球を取り出す事象をA、Pから白球を取り出す事象をBとすると、求める確率は  $P_A(B)$

$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{11}{20}$   $P(A \cap B) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$  であるから、 $\underline{\hspace{10em} \frac{9}{11} \hspace{10em}}$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{9}{11}$$

<b>5 図形の性質(1)</b>	氏名		得点	/	100

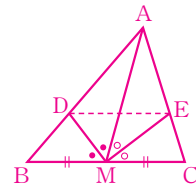
**1**  $\triangle ABC$ の辺BCの中点をMとし、 $\angle AMB$ および $\angle AMC$ の二等分線がAB, ACと交わる点をそれぞれD, Eとし、BEとCDの交点をFとすると、次のことを証明せよ。 (各20点×2)

(1)  $DE \parallel BC$

MDは $\angle AMB$ の二等分線だから、 $AD : DB = AM : BM$

MEは $\angle AMC$ の二等分線だから、 $AE : EC = AM : CM$

$BM = CM$ より、 $AD : DB = AE : EC$  よって、 $DE \parallel BC$

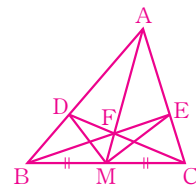


(2) FはAM上にある

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ,  $BM = CM$  だから、 $\triangle ABC$ において、

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CE}{EA} = \frac{AE}{EC} \cdot \frac{BM}{BM} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

よって、チェバの定理の逆により、AM, BE, CDは1点で交わりFはAM上にある。

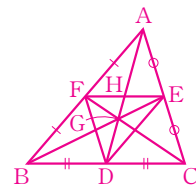


**2**  $\triangle ABC$ の重心をGとし、辺BC, CA, ABの中点をD, E, F, ADとEFの交点をHとすると、 $DG : GH = 2 : 1$ となることを証明せよ。 (20点)

E, Fは辺AC, ABの中点だから、 $FE \parallel BC$   $AH : HD = AF : FB = 1 : 1 \dots \textcircled{1}$

また、Gは $\triangle ABC$ の重心だから、 $AG : GD = 2 : 1 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より、 $AH : HG : GD = 3 : 1 : 2$  よって、 $DG : GH = 2 : 1$

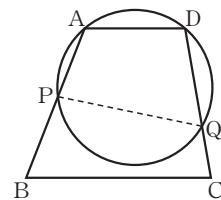


**3** 右の図において、 $AD \parallel BC$ である台形ABCDの頂点A, Dを通る円が辺AB, CDと交わる点をそれぞれP, Qとすると、四角形PBCQは円に内接することを証明せよ。 (20点)

台形ABCDにおいて、 $AD \parallel BC$ より、 $\angle A + \angle B = 180^\circ \dots \textcircled{1}$

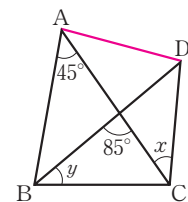
四角形APQDは円に内接するから、 $\angle A + \angle PQD = 180^\circ \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より、四角形PBCQにおいて、 $\angle B = \angle PQD$ より、 $\angle B + \angle PQC = 180^\circ$ となるから、四角形PBCQは円に内接する。



**4** 右の図において、 $\angle BAC = \angle BDC$ ,  $AD = CD$ であるとき、 $x, y$ の大きさを求めよ。 (完答20点)

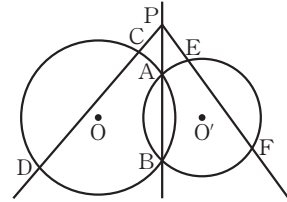
$\angle BAC = \angle BDC$  だから、円周角の定理の逆により4点A, B, C, Dは同一円周上にある。 $\angle ABD + 45^\circ = 85^\circ$ より、 $\angle ABD = 40^\circ$ で、 $x = \angle ABD$  だから、 $x = 40^\circ$   $AD = CD$ より、 $\angle CAD = x = 40^\circ$ で、 $y = \angle CAD = 40^\circ$



$x = 40^\circ, y = 40^\circ$

<b>6 図形の性質(2)</b>	氏名		得点	/100
	名			

- 1** 2点A, Bで交わる2つの円O, O'がある。直線AB上に点Pをとり、Pを通る直線と円Oとの交点をC, D, 円O'との交点をE, Fとすると、4点C, D, E, Fは同一円周上にあることを証明せよ。(25点)



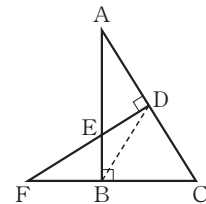
円Oにおいて方べきの定理より、 $PC \cdot PD = PA \cdot PB \dots ①$

円O'において方べきの定理より、 $PE \cdot PF = PA \cdot PB \dots ②$

①, ②より、 $PC \cdot PD = PE \cdot PF$

よって、方べきの定理の逆より、4点C, D, E, Fは同一円周上にある。

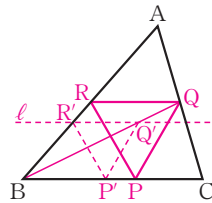
- 2** 右の図の $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形ABCにおいて、辺ACの中点をDとし、Dを通りACに垂直な直線と、直線AB, BCとの交点をそれぞれE, Fとする。このとき、直線BDは $\triangle BEF$ の外接円に接することを証明せよ。(25点)



直角三角形の斜辺の中点は直角三角形の外心だから、 $DA = DB$  よって、 $\triangle DAB$ は二等辺三角形だから、

$\angle DAB = \angle DBA \dots ①$  また、 $\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ$ より、4点ADBFは同一円周上にある。よって、 $\angle DAB = \angle DFB \dots ②$  ①, ②より、 $\angle DBA = \angle DFB$  したがって、接弦定理の逆により、直線BDは $\triangle BEF$ の外接円に接する。

- 3** 三角形ABCが与えられたとき、 $\triangle ABC$ の辺BC, CA, AB上に頂点P, Q, Rがあり、辺QRが辺BCに平行であるような正三角形PQRを作図せよ。



① 辺BCと平行な直線 $l$ を引き、辺ABとの交点をR'とする。(25点)

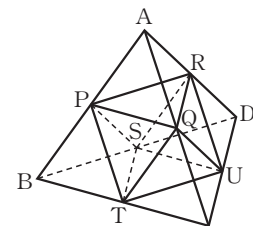
② R'を通り直線 $l$ と $60^\circ$  ( $120^\circ$ )で交わる直線を引き、辺BCとの交点をP'とする。

③ P'R'を1辺とする正三角形P'Q'R'をかく。

④ 直線BQ'と辺ACとの交点をQとし、Qを通り辺BCに平行な直線を引き、辺ABとの交点をRとする。

⑤ QRを1辺とする正三角形が求める正三角形PQRである。

- 4** 右の図のように、正四面体ABCDの各辺の中点をP, Q, R, S, T, Uとする。この6つの点を頂点とする立体は正八面体であることを証明せよ。(25点)



[1] 立体PQRSTUの3つの頂点P, Q, Rはそれぞれ辺AB, AC, ADの中点である。正四面体の1辺の長さを $a$ とすると、正三角形ABC, ACD, ADBにおいて、 $PQ = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$ ,  $QR = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}a$ ,  $RP = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}a$

同様にして考えると、立体PQRSTUのすべての辺の長さは $\frac{1}{2}a$ である。

[2] 6つの頂点に集まる面、辺の数はすべて4つで等しい。

[1][2]より、立体PQRSTUは正八面体である。