物　理

◆本書の使い方◆

本書は，物理で学習する内容を５章 24 単元に分け，各単元は基本例題，実戦問題演習の二部で構成されている。また，各章に章末問題を設けている。

基　本　例　題：各単元で最低限必要な基礎知識の定着をはかるために利用してほしい。目で追うだけでなく，実際に書きながら解いてみて，何も見ずに正解できるようにしておいてほしい。基本例題に沿った**類題**も漏れなく解けるようにしておくこと。

実 戦 問 題 演 習：過去に実施された大学入試問題の中から，重要と思われる問題を選んで掲載した。実際に問題に取り組みながら，知識のアウトプットに慣れていくこと。問題にはある程度パターンがあるので，問題を解くスピードを上げるためには，問題数をこなすことが不可欠である。

間違えた問題はチェックしておき，本書を一通り解き終えた後に見直しておくと，より効率よく学習を進めることができる。入試本番では合格点を勝ち取れるよう頑張って欲しい。

◆ も く じ ◆

第１章　力と運動

1	平面内の運動	*2*
2	剛体のつり合い	*8*
3	運動量	*14*
4	円運動と慣性力	*22*
5	単振動	*28*
6	万有引力	*34*
	章末問題	*40*

第２章　熱と気体

7	気体の法則	*44*
8	気体分子の運動と気体の状態変化	*50*
	章末問題	*56*

第３章　波

9	波の伝わり方	*62*
10	音	*66*
11	光	*70*
12	光の干渉と回折	*76*
	章末問題	*82*

第４章　電気と磁気

13	静電気力	*90*
14	電　場	*94*
15	コンデンサー	*98*
16	電　流	*104*
17	半導体	*110*
18	磁　場	*114*
19	電磁誘導	*120*
20	交流回路	*126*
	章末問題	*130*

第５章　原子

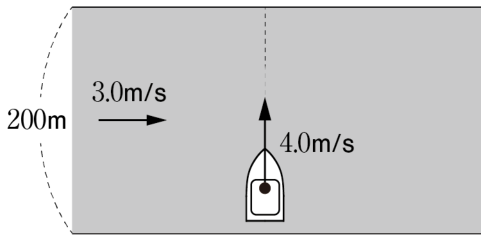
21	電　子	*136*
22	光の粒子性	*140*
23	原子核	*144*
24	核反応	*148*
	章末問題	*152*

1　平面内の運動

❶ 速度の合成と分解

基本例題 1

静水時の速さが 4.0m/s の船がある。この船が，川幅 200m，流速 3.0m/s の川に，対岸に向かって垂直に進み出した。

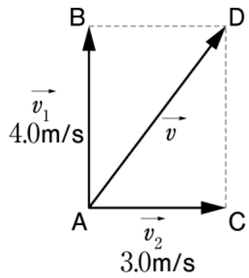


(1)　この船が川を渡るときの，岸にいる人から見たときの船の速さを求めよ。

(2)　この船が対岸に着くまでに何 s かかるか。

(3)　対岸に着くとき，川下に何 m 流されているか。

【考え方】　動く物体の上で運動する場合，静止しているところから見ると，その速度は合成速度で表される。静水時(川の流れがないとき)の速度が $\vec{v}_1$〔m/s〕，川の流速が $\vec{v}_2$〔m/s〕のとき，川岸で静止している人から見た船の速度は，



$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

で表され，右図において，合成速度 $\vec{v}$ の向きは速度の大きさ(速さ)は線分 AD の長さ，線分 AD の向きで表される。

【解　法】　船の速度を $\vec{v}_1$，川の流速を $\vec{v}_2$ とすると，合成速度 $\vec{v}$ の大きさと向きは上図のように表される。

(1)　$|\vec{v}| = \sqrt{4.0^2 + 3.0^2} = 5.0$〔m/s〕

(2)　船は垂直方向に 4.0m/s で進むから，

$$t = \frac{200}{4.0} = 50 \text{〔s〕}$$

(3)　対岸に着くまでの 50s 間，船は速さ 3.0m/s で川下に向かって流されるから，

$$x = 3.0 \times 50 = 150 = 1.5 \times 10^2 \text{〔m〕}$$

【　答　】(1)　5.0m/s　　(2)　50s　　(3)　1.5×10^2m

類題１　A さんは東向きに 2.0m/s で動く船の上を，北向きに 2.0m/s で歩いた。上空から見た A さんの速度を求めよ。

類題２　気球が風に流されながら，地面に対して 60° の角度で，0.40m/s の速さで上昇している。

(1)　この気球の水平方向の速さはいくらか。

(2)　この気球の鉛直方向の速さはいくらか。

(3)　10s 後にはこの気球は水平方向に何 m 進んでいるか。

❷ 相対速度

基本例題２

A さんは東の向きに 2.0m/s で進んでいる。B さんが次のように動いているとき，A さんから見ると B さんはどの方位に何 m/s で進んでいるように見えるか。$\sqrt{2}=1.41$ とする。

(1)　東の向きに 6.0m/s で進んでいるとき。
(2)　静止しているとき。
(3)　西の向きに 6.0m/s で進んでいるとき。
(4)　北の向きに 2.0m/s で進んでいるとき。

【考え方】　動いている物体 A から見た物体 B の速度を相対速度という。物体 A，B の速度をそれぞれ $\vec{v}_{\mathrm{A}}$，$\vec{v}_{\mathrm{B}}$ とするとき，物体 A に対する物体 B の（A から見たときの B の）相対速度 $\vec{v}_{\mathrm{AB}}$ は，

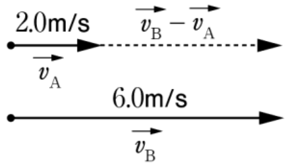
$$\vec{v}_{\mathrm{AB}}=\vec{v}_{\mathrm{B}}-\vec{v}_{\mathrm{A}}$$

【解　法】　A さんの速度を $\vec{v}_{\mathrm{A}}$，B さんの速度を $\vec{v}_{\mathrm{B}}$ とする。

(1)　東の向きを正とすると，

$\vec{v}_{\mathrm{AB}}=\vec{v}_{\mathrm{B}}-\vec{v}_{\mathrm{A}}=6.0-2.0=4.0$〔m/s〕

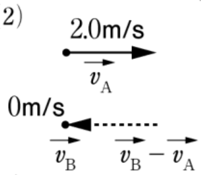
よって，東の向きに 4.0m/s

(1)


(2)　東の向きを正とすると，

$\vec{v}_{\mathrm{AB}}=\vec{v}_{\mathrm{B}}-\vec{v}_{\mathrm{A}}=0-2.0=-2.0$〔m/s〕

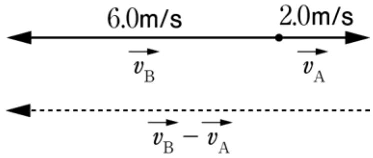
よって，西の向きに 2.0m/s

(2)


(3)　東の向きを正とすると，

$\vec{v}_{\mathrm{AB}}=\vec{v}_{\mathrm{B}}-\vec{v}_{\mathrm{A}}=-6.0-2.0=-8.0$〔m/s〕

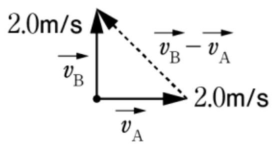
よって，西の向きに 8.0m/s

(3)


(4)　右図より，

$|\vec{v}_{\mathrm{AB}}|=|\vec{v}_{\mathrm{B}}-\vec{v}_{\mathrm{A}}|=2\sqrt{2}=2\times1.41=2.82\fallingdotseq2.8$〔m/s〕

よって，北西の向きに 2.8m/s

(4)


【　答　】(1)　東の向きに 4.0m/s　(2)　西の向きに 2.0m
(3)　西の向きに 8.0m/s　(4)　北西の向きに 2.8m/s

類　題　船 A は北東向きに 10m/s で移動し，船 B は南東向きに 10m/s で移動している。船 A から見ると船 B はどのように移動しているか。速さと向きを答えよ。

3 水平投射

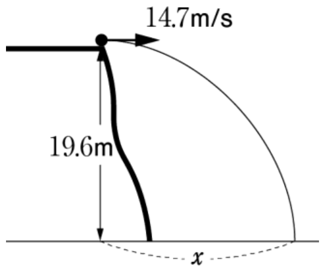
基本例題３

高さ19.6mの崖の上から水平方向に速さ14.7m/sで小球を投げ出した。重力加速度の大きさを$9.8\mathrm{m/s^2}$とする。

(1)　地面に落下するまでの時間を求めよ。

(2)　落下するまでに小球が水平方向に飛んだ距離を求めよ。

(3)　地面に落下するときの小球の速さを求めよ。



【考え方】　水平投射させた物体を水平方向と鉛直方向に分解すると，水平方向では等速直線運動(速さは初速度と等しい)と同様の運動を行い，鉛直方向では自由落下と同様の運動を行っている。これより，投げ出す点を原点とし，水平方向で初速度の向きにx軸，鉛直下向きにy軸をとり，初速度をv_0〔m/s〕とすると，

水平方向の速さ　$v_x=v_0$　　　鉛直方向の速さ　$v_y=gt$

水平方向の座標　$x=v_0t$　　　鉛直方向の座標　$y=\dfrac{1}{2}gt^2$

【解　法】

(1)　$y=\dfrac{1}{2}gt^2$より，

$$19.6=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2$$

これを解いて，$t=\pm2$。$t>0$より，$t=2.0$〔s〕

(2)　$x=v_0t$より，

$x=14.7\times2.0=29.4\fallingdotseq29$〔m〕

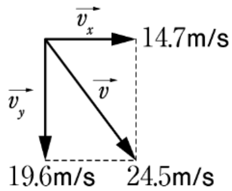
> **【復習】等加速度直線運動の式**
>
> $v=v_0+at$
>
> $x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$
>
> $v^2-{v_0}^2=2ax$
>
> 水平投射の鉛直方向(自由落下)の式を求めるには，v_0を0に，aをgに置きかえる。

(3)　地面に落下する直前の鉛直方向の速さは，$v_y=gt$より，

$v_y=9.8\times2.0=19.6$〔m/s〕

地面に落下する直前の水平方向の速さは，$v_x=v_0=14.7\mathrm{m/s}$より，右図のように速度の合成をすると，

$v=\sqrt{14.7^2+19.6^2}=24.5\fallingdotseq25$〔m/s〕



【　答　】(1)　2.0s　　(2)　29m　　(3)　25m/s

類題１　崖の上から水平方向に10m/sの速さでボールを投げた。重力加速度の大きさを$9.8\mathrm{m/s^2}$とする。

(1)　2.0s後の水平方向の移動距離は何mか。

(2)　2.0s後，もとの高さから何m落下しているか。

(3)　投げる速さを2倍にすると，(1)と(2)の値はそれぞれ何mになるか。

類題２　ビルの屋上からボールを水平方向に28m/sの速度で投げたところ，地面に対して45°の角度で衝突した。重力加速度の大きさを$9.8\mathrm{m/s^2}$とする。

(1)　ボールを投げてから地面に落下するまでにかかった時間を求めよ。

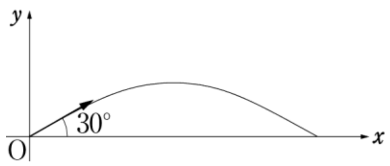
(2)　ビルの屋上は地面から何mの高さにあるか。

(3)　ボールを投げた地点の真下の地面からボールが落下した地点までの水平距離を求めよ。

4 斜方投射

基本例題４

速さ 9.8m/s で，水平より 30°上向きに小球を投げ出した。重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 とし，$\sqrt{3}=1.73$ とする。



(1)　初速度の水平成分 v_{0x} と鉛直成分 v_{0y} の大きさをそれぞれ求めよ。

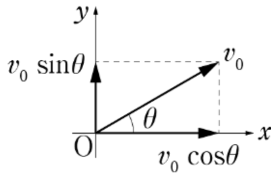
(2)　最高点に達するまでの時間 t_1 を求めよ。

(3)　最高点の高さ h を求めよ。

(4)　再び地上に戻ってくるまでの時間 t_2 を求めよ。

(5)　地面に戻ってくるまでの間に水平方向に飛んだ距離 x を求めよ。

【考え方】　斜方投射したときの初速度 v_0〔m/s〕を水平方向と鉛直方向に分解すると，水平成分は $v_0\cos\theta$，鉛直成分は $v_0\sin\theta$ になる。また，斜方投射は，水平方向では等速直線運動(速さは初速度の水平成分と等しい)と同様の運動を行い，鉛直方向では鉛直投げ上げと同様の運動を行っている。これより，投げ出す点を原点とし，水平方向で初速度の向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸をとると，



水平方向の速さ　$v_x=v_0\cos\theta$　　　鉛直方向の速さ　$v_y=v_0\sin\theta-gt$

水平方向の座標　$x=v_0\cos\theta\cdot t$　　　鉛直方向の座標　$y=v_0\sin\theta\cdot t-\dfrac{1}{2}gt^2$

【解　法】

(1)　$v_{0x}=v_0\cos 30°=9.8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9.8\times\dfrac{1.73}{2}=8.47\fallingdotseq 8.5$〔m/s〕

$v_{0y}=v_0\sin 30°=9.8\times\dfrac{1}{2}=4.9$〔m/s〕

(2)　最高点では鉛直方向の速度が 0 になるので，$v_y=v_0\sin\theta-gt$ より，
$0=4.9-9.8t_1$　これを解いて，$t_1=0.50$〔s〕

(3)　鉛直方向の座標 $y=v_0\sin\theta\cdot t-\dfrac{1}{2}gt^2$ に $t=0.50\text{s}$ を代入して，

$h=4.9\times0.50-\dfrac{1}{2}\times9.8\times0.50^2=1.225\fallingdotseq 1.2$〔m〕

(4)　投げ上げてから最高点に達するまでの時間と最高点に達してから地面に達するまでの時間は等しいから，$t_2=2t_1$ である。よって，$t_2=2\times0.50=1.0$〔s〕

(5)　水平方向では，初速度の水平成分で等速運動を行うから，$x=v_0\cos\theta\cdot t$ より，
$x=8.47\times1.0=8.47\fallingdotseq 8.5$〔m〕

【　答　】(1)　v_{0x}：8.5m/s，v_{0y}：4.9m/s　　(2)　0.50s　　(3)　1.2m　　(4)　1.0s　　(5)　8.5m

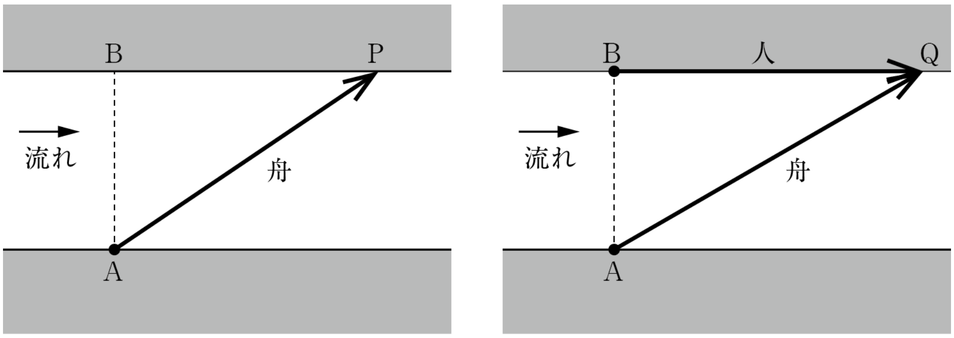
類　題　ボールを水平な地面から斜め上方 45°の向きに投げ上げた。水平方向の初速度の大きさは 19.6m/s であった。ボールは何 s で地面に戻ってくるか。また，落下点までの水平方向の移動距離は何 m か。

実戦問題演習

1　法政大

以下の文章の空欄に最も適切なものを選択肢から選べ。解答は有効数字１桁とする。

対岸までの距離が 300m，速さが 4km/h で流れる川を舟が横断する。舟は静水に対して 3km/h で進む。



図Ⅰ　　図Ⅱ

(1)　図Ⅰのように，舟は地点Ａから P まで直線上を進む。地点Ａのちょうど対岸のＢから P までの距離は 400m である。舟が川を渡りきるのに要する時間は［ア］分である。また，地点Ａで静止している人から見たとき舟の速さは［イ］km/h である。

(2)　図Ⅱのように，舟と同時に地点Ｂを出発する人が川下に向かって川岸を移動し，舟と同時に地点Ｑに到着する。舟の進行方向を変えるとＱの位置が変わるが，どんな場合にも人の速さは［ウ］km/h 未満である。

［ア］～［ウ］の解答群

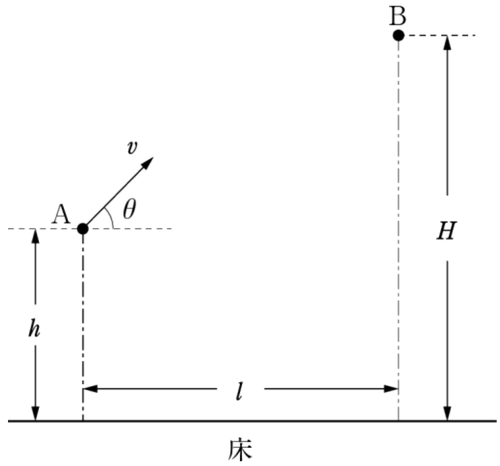
⓪　0　　①　1　　②　2　　③　3　　④　4　　⑤　5

⑥　6　　⑦　7　　⑧　8　　⑨　9

2 東京都市大

重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるものとする。

図１のように，水平な床からの高さ h の A 点と，そこから水平方向に距離 l 離れ，床からの高さ H の B 点がある。B 点から質量 m の小球を自由落下させると同時に，A 点からは質量 M の小球を速さ v，仰角 θ で発射し，二球がいずれも床に達する前に空中で衝突させる。



問１　衝突させるためには，仰角 θ が $\tan\theta=\boxed{\ 1\ }$ を満たさなければならない。

① $\dfrac{M}{m}$　② $\dfrac{H}{h}$　③ $\dfrac{MH}{ml}$

④ $\dfrac{h}{l}$　⑤ $\dfrac{l}{H-h}$　⑥ $\dfrac{H-h}{l}$

問２　二球が床に達する前に衝突するには，さらに，速さ v が，$v>\boxed{\ 2\ }$ を満たさなければならない。

① $\sqrt{2gH\dfrac{m}{M}}$　② $\sqrt{\dfrac{g}{2}\left\{\dfrac{H}{l^2+(H-h)^2}\right\}}$

③ $\sqrt{\dfrac{g}{2}\left\{\dfrac{l^2+(H-h)^2}{H}\right\}}$　④ $\sqrt{\dfrac{g}{2H}(l^2+H^2)}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{g}{2H}(l^2+h^2)}$　⑥ $\sqrt{\dfrac{g}{2H}(h^2+H^2)}$

2　剛体のつり合い

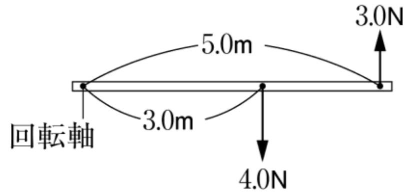
❶ 力のモーメント

基本例題５

右図のように，5.0m の軽い棒に 4.0N と 3.0N の２つの力を加えた。

(1)　回転軸を中心とすると，力のモーメントの和はいくらか。

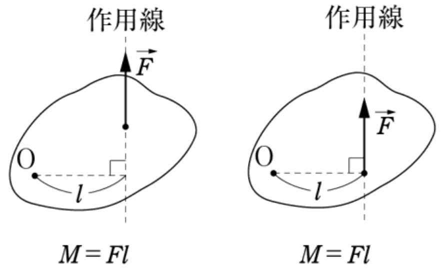
(2)　棒は時計回り，反時計回りのどちらに回転するか。



【考え方】　今までは大きさを考えない物体(質点)の運動について学んだが，ここでは物体の大きさを考えた場合(しかも，力を加えても変形しない物体)の運動について学ぶ。力を加えても全く変形しない理想的な物体を剛体といい，剛体に力を加えたときの運動は，次の２種類の運動の組み合わせで表される。

①　並進運動…物体の各点が平行に移動する運動

②　回転運動…ある点を中心として回転する運動



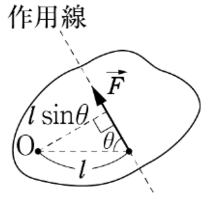
剛体にはたらく力は，作用線上のどの位置に移しても効果が変わらない

剛体をある点のまわりに回転させようとするはたらきを力のモーメントという。右図において，点 O のまわりの力のモーメント M は，力の大きさ F と，回転軸から作用線までの距離(腕の長さ) l との積で表される。

$$M=Fl$$

また，腕の向きと力の向きが角度 θ をなす場合，作用線と垂直となる腕の長さは $l\sin\theta$ (または，F を l に垂直な方向に分解したときの分力の大きさは $F\sin\theta$) だから，力のモーメント M は，

$$M=Fl\sin\theta$$



$M=Fl\sin\theta$

力のモーメントの単位はニュートンメートル〔N･m〕で，一般に，反時計回りのときを正，時計回りのときを負とする。

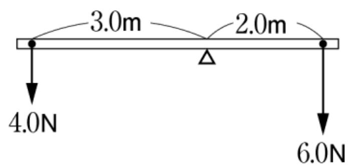
【解　法】　回転軸を中心として，反時計回りを正とすると，

(1)　$M=3.0\times5.0+(-4.0)\times3.0=3.0$〔N･m〕

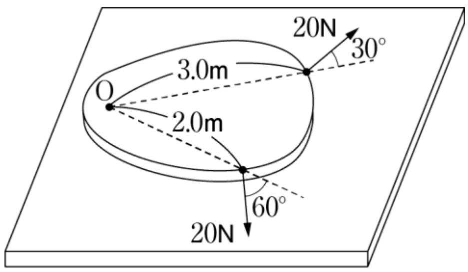
(2)　力のモーメントの和が正になるので，棒は反時計回りに回転する。

【　答　】(1)　3.0N･m　　(2)　反時計回り

類題１　右図のように，軽い棒の支点の右 2.0m の点に 6.0N，支点の左 3.0m の点に 4.0N の力を加えると，棒は時計回り，反時計回りのどちらに回転するか。



類題２　右図のように，一様な厚さの物体に２つの力がはたらいている。O 点のまわりの力のモーメントの和を求めよ。$\sqrt{3}=1.73$ とする。



3　運動量

❶ 運動量と力積

基本例題８

なめらかな平面上を質量 0.12kg の物体が右向きに 50m/s で等速運動している。一定の力を 0.32 秒間加え続けたら，物体は左向きに 30m/s の速さになった。

(1)　運動量の変化を求めよ。

(2)　物体に加えた力積の大きさを求めよ。

(3)　加えた力の向きと大きさを求めよ。

【考え方】　運動量 $\vec{p}$ は運動している物体の勢いを表す量で，質量 m と速度 $\vec{v}$ の積で表される。

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

また，力積は物体が受けた力 $\vec{F}$ と時間 Δt の積である。時間 Δt の間に一定の大きさの力 F を受け続け，質量 m の物体の速度が $\vec{v_0}$ から $\vec{v}$ に変化したとき，運動量の変化は物体が受けた力積に等しい。

$$m\vec{v}-m\vec{v_0}=\vec{F}\Delta t$$

なお，運動量の単位はキログラムメートル毎秒〔kg･m/s〕，力積の単位はニュートン秒〔N･s〕だが，〔N･s〕=〔(kg･m/s^2)･s〕=〔kg･m/s〕より，運動量と力積の単位は一致する。

【解　法】　右向きを正とすると，

(1)　$mv-mv_0=\{0.12\times(-30)\}-(0.12\times50)=-9.6$〔kg･m/s〕

よって，運動量の変化は，左向きに 9.6kg･m/s

(2)　加えた力積の大きさは，力を受けた物体の運動量の変化の大きさに等しいので，(1)より，

$F\Delta t=-9.6$kg･m/s

よって，力積の大きさは，$|F\Delta t|=9.6$N･s

(3)　力を加えた時間が 0.32 秒なので，$F\Delta t=-9.6$ より，

$$F=-\frac{9.6}{\Delta t}=-\frac{9.6}{0.32}=-30〔\mathrm{N}〕$$

よって，加えた力は左向きに 30N

【　答　】(1)　左向きに 9.6kg･m/s　　(2)　9.6N･s　　(3)　左向きに 30N

類題１　静止していた質量 0.20kg のボールに 30N の力を 0.20s 間加えた。このボールの運動量の大きさと速さをそれぞれ求めよ。

類題２　3.0m/s の速さで走っている質量 2.0kg の台車に，速度と同じ向きに一定の力を 0.20s 間加えたところ，5.0m/s の速さになった。台車の運動量変化を求めよ。また，台車に加えた力の大きさを求めよ。

4　円運動と慣性力

1　等速円運動

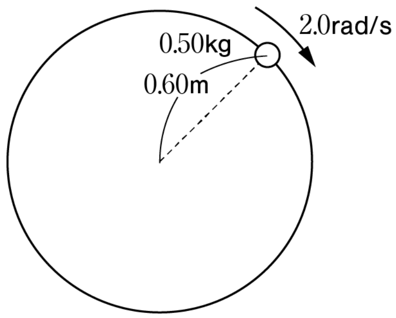
基本例題 14

質量 0.50kg の物体が，半径 0.60m の円周上を2.0rad/s の角速度で等速円運動をしている。

(1)　回転の周期と速さを求めよ。また，この物体は1秒間に何回転するか。

(2)　加速度の向きと大きさを求めよ。

(3)　物体にはたらいている向心力の大きさを求めよ。



【考え方】　物体が円周上を一定の速さで回転する運動を等速円運動という。質量 m〔kg〕の物体が，半径 r〔m〕の円周上を t〔s〕間で θ〔rad〕回転するとき，

角速度 ω〔rad/s〕$=\dfrac{\theta}{t}$　　速度 v〔m/s〕$=\dfrac{r\theta}{t}=r\omega$

周期（1 周するのにかかる時間）T〔s〕$=\dfrac{2\pi r}{v}=\dfrac{2\pi}{\omega}$

回転数（1s 間あたりの周回数）n〔Hz〕$=\dfrac{1}{T}$

加速度 a〔m/s^2〕$=v\omega=r\omega^2=\dfrac{v^2}{r}$（向きは円の中心方向）

向心力 F〔N〕$=ma=mr\omega^2=m\dfrac{v^2}{r}$

【復習】弧度法

半径と等しい長さの円弧に対する中心角を 1rad（ラジアン）とする角度の表し方。

半径 r〔m〕の円で，長さ l〔m〕の円弧に対する中心角 θ〔rad〕は，

$\theta=\dfrac{l}{r}$，$l=r\theta$

これより，

$360°=2\pi$〔rad〕

$1\mathrm{rad}=\dfrac{180°}{\pi}\fallingdotseq 57.3°$

【解　法】

(1)　$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\times3.14}{2.0}=3.14\fallingdotseq3.1$〔s〕

$v=r\omega=0.60\times2.0=1.2$〔m/s〕

$n=\dfrac{1}{T}=\dfrac{1}{3.14}\fallingdotseq0.32$〔Hz〕

(2)　$a=r\omega^2=0.60\times2.0^2=2.4$〔m/s^2〕

等速円運動の加速度の向きは，円の中心方向である。

(3)　$F=ma=0.50\times2.4=1.2$〔N〕

【　答　】(1)　周期 3.1s，速さ 1.2m/s，1 秒間に 0.32 回転

(2)　2.4m/s^2，向きは円の中心方向　　(3)　1.2N

類　題　半径 2.0m の円周上を周期 0.50 秒で等速円運動している物体がある。この物体の速さはいくらか。また，物体は1秒間に何回転するか。

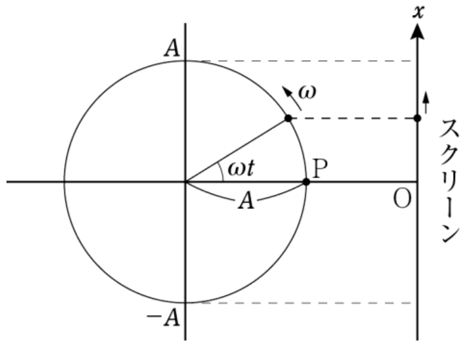
5　単振動

1 等速円運動と単振動

基本例題 18

次の空欄にあてはまる語句や数，式を補充せよ。

単振動は，一般に（　ア　）運動する物体の正射影として表される。円の半径を A，角速度を ω，時刻 $t=0$ のときの物体の位置をＰとすると，時刻 t におけるスクリーン上の変位 x は $x=$（　イ　）と表される。変位 x が最大なのは，$\omega t=$（　ウ　）$(0\leqq\omega t\leqq2\pi)$ のときで，最大値 $x_{max}=$（　エ　）である。また，速さ v が最大なのは，$\omega t=$（　オ　）$(0\leqq\omega t\leqq2\pi)$ のときである。



なお，時刻 t におけるスクリーン上の単振動の速度を v とすると $v=$（　カ　）と表される。

【考え方】 単振動は，ばねにとりつけたおもりの往復運動のような振動で，等速円運動の正射影（等速円運動している物体を真横から見たときに物体が行う往復運動）である。質量 m〔kg〕の物体が，半径 A〔m〕，角速度 ω〔rad/s〕の等速円運動をしているとき，その正射影にあたる単振動の周期（1 回の振動に要する時間）を T〔s〕，振動数（1s 当たりの往復回数）を f〔Hz〕とすると，

$$f=\frac{1}{T} \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

また，初期位相（$t=0$ のときの x の値）が 0 のとき，時刻 t〔s〕における

変位 x〔m〕$=A\sin\omega t$　　速度 v〔m/s〕$=A\omega\cos\omega t$

加速度 a〔m/s^2〕$=-A\omega^2\sin\omega t=-\omega^2 x$

復元力 F〔N〕$=ma=m\times(-A\omega^2\sin\omega t)=-m\omega^2 x$

【参考】
x を t について微分すると v が得られ，
v を t について微分すると a が得られる。
$(\sin t)'=\cos t$　　$(\sin\omega t)'=\omega\cos\omega t$
$(\cos t)'=-\sin t$　　$(\cos\omega t)'=-\omega\sin\omega t$

【 答 】 ア　等速円運動　　イ　$A\sin\omega t$　　ウ　$\dfrac{\pi}{2}$　　エ　A　　オ　0，π　　カ　$A\omega\cos\omega t$

類題１　x 軸上を単振動している物体がある。この物体は，時刻 $t=0$ のとき原点を，x 軸の正の向きに最大の速さ 1.0m/s で通過した。また，$x=0.20$m の位置における加速度の大きさは 0.80m/s^2 であった。

(1)　角振動数を求めよ。
(2)　振幅を求めよ。
(3)　この単振動の変位の式と，速度の式を求めよ。

類題２　時刻 t〔s〕のときの変位 x が，$x=0.20\sin\pi t$ で表される単振動がある。次の値を求めよ。

(1)　振幅　　(2)　角振動数　　(3)　振動数　　(4)　周期

6 万有引力

1 ケプラーの法則

基本例題 22

地球と海王星の公転軌道は近似的に円と考えてよい。また，海王星の軌道半径は地球の軌道半径の約 30 倍である。海王星の公転周期は約何年か。ただし，$\sqrt{30}=5.5$ とする。

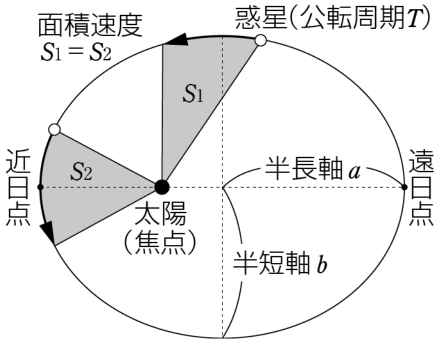
【考え方】　惑星はケプラーの法則にしたがって運動する。

ケプラーの法則

第１法則　惑星は太陽を１つの焦点とするだ円上を運動する。

第２法則　惑星と太陽を結ぶ線分が一定時間に通過する面積（面積速度）は一定である（面積速度一定の法則）。

第３法則　惑星の公転周期 T の２乗は，だ円軌道の半長軸 a の３乗に比例する。



$$T^2=ka^3,\quad \frac{T^2}{a^3}=k\ （k\text{ は定数}）$$

【解　法】　地球の軌道半径を r とすると，海王星の軌道半径は $30r$ である。また，地球の公転周期は１年なので，海王星の公転周期を T 年とすると，ケプラーの第３法則より，

$$\frac{T^2}{(30r)^3}=\frac{1^2}{r^3}$$

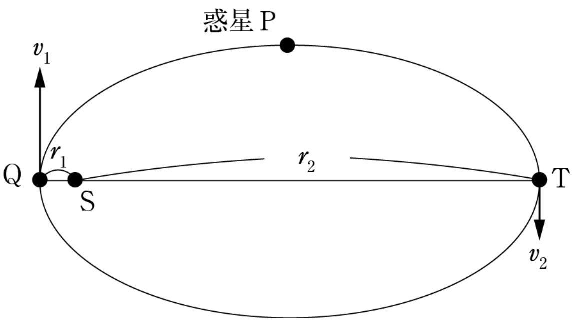
これを解いて，

$$T^2=30^3,\quad T=30\sqrt{30}=30\times5.5=165\fallingdotseq1.7\times10^2\ 〔年〕$$

【　答　】　1.7×10^2 年

類題１　木星の公転軌道の半長軸は，地球の公転軌道の半長軸の 5.2 倍である。これより，木星の公転周期を求めよ。

類題２　右図のように，惑星Ｐが太陽Ｓを焦点とする楕円運動をしている。近日点をＱ，遠日点をＴとし，$QS=r_1$，$TS=r_2$，惑星のＱ点，Ｔ点での速さを，それぞれ v_1，v_2 としたとき，r_1，r_2，v_1，v_2 の間に成り立つ関係を答えよ。

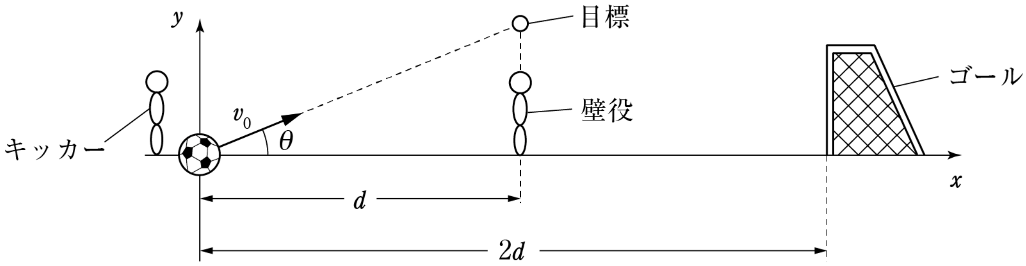


章末問題

1　立命館大

次の文章を読み，$\boxed{\text{あ}}$～$\boxed{\text{か}}$に適切な数式を，$\boxed{\text{A}}$～$\boxed{\text{C}}$には数値を答えよ。ただし，数式に用いる記号は，本文中に定義されているもののみとする。

サッカーのフリーキックにおけるボールの軌道について考える。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とし，ボール自身の大きさと空気抵抗は無視できるものとする。図のように，水平方向に x 座標，鉛直方向に y 座標をとり，図の矢印の方向を座標軸の正の向きとする。また，最初にボールが置かれていた位置を原点とし，ボールは xy 平面内のみで運動するものとする。



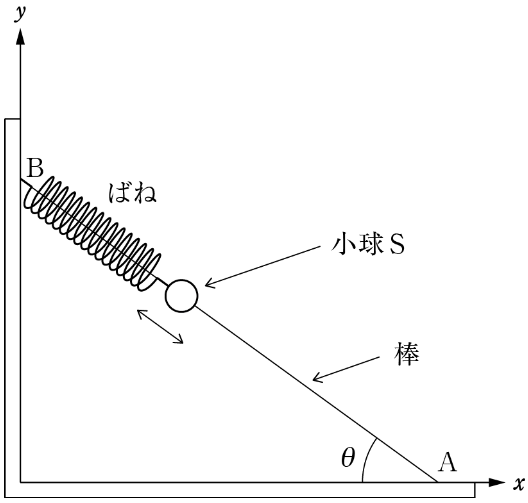
キッカーがゴールに向かって，時刻 $t=0$〔s〕に，初速度の大きさ v_0〔m/s〕で地面との角度 θ の向きにボールを蹴り上げた。ボールが地面に落下するまでの間，時刻 t〔s〕におけるボールの x, y 座標を t の関数として表すと，$x=\boxed{\text{あ}}$，$y=\boxed{\text{い}}$となる。これらから，y を x の関数として表すと $y=\boxed{\text{う}}$となるため，ボールが放物線を描くことがわかる。このボールの最高点と飛距離に関して v_0, θ, g を用いて表すと，ボールが最高点に達する時刻は$\boxed{\text{え}}$〔s〕，その時の高さは$\boxed{\text{お}}$〔m〕である。一方，ボールが地面に落下するまでに飛んだ水平距離は$\boxed{\text{か}}$〔m〕と表せる。したがって，v_0 が一定の時，ボールを一番遠くまで飛ばせる角度 θ は$\boxed{\text{A}}$度である。ただし，$0<\theta<90$ 度とする。

相手チームは，ゴールまでの中間点 $x=d$〔m〕の位置に壁役のプレーヤーを置いた。そこで，ボールの軌道として，$x=d$〔m〕で壁役の頭上を越えて $y=h$〔m〕の位置を通過し，$x=2d$〔m〕にあるゴールでちょうど地面に落下する軌道を考えよう。前述のボールの軌道に対する考察から，この時の $\tan\theta$ を求めることができ，キッカーは壁役の頭上 $y=\boxed{\text{B}}\times h$〔m〕の点を目標にボールを蹴れば良いことがわかる。また前述の考察から，この時の v_0 を求めることもできる。例えば，ゴールまでの距離 $2d$ が 24m で，中間点で壁役を越えるボールの高さ h を 2m にしたい時，重力加速度 g を 10m/s^2 として計算すると，v_0 は$\boxed{\text{C}}$m/s である。

2　立教大

次の文の空所$\boxed{\text{イ}}$～$\boxed{\text{ト}}$にあてはまる数式を，それぞれ対応する a ～ f から1つずつ選び，その記号を答えよ。ただし，重力加速度を g とする。

以下の実験装置を考える。図のように水平な面とそれに垂直な面をL字型に組み合わせた台があり，水平方向に x 軸を，鉛直上向きに y 軸を取る。xy 平面内にあるまっすぐな細い棒が台に固定されており，台の水平な面に固定されている点を A とし，垂直な面に固定されている点を B とする。台の水平な面と棒がなす角度は θ である。装置は，台に固定されている棒と質量 m で大きさの無視できる小球Sとそれを吊り下げるばね定数 k のばねからなる。なお，ばねの上端はBに固定されており小球Sは棒に沿ってなめらかに運動するものとする。



小球Sがつりあいの位置で静止しているとき，棒から小球Sが受ける力の大きさは［イ］である。その状態のとき質量$2m$のもう一つの小球S′をAにおき，Bの向きに初速vで打ち出した。すると，小球S′は棒に沿って距離dだけ登ったところで小球Sと完全弾性衝突をした。ただし，小球S′の運動も小球Sと同様に棒に沿ってなめらかに運動するものとする。小球S′の衝突直前の速さは［ロ］であり，小球Sの衝突直後の速さv'は［ハ］である。衝突後，小球Sは棒に沿って単振動を開始した。その単振動の振幅を求めると［ニ］となる。

次に，小球Sがつりあいの位置で静止した状態にもどした。そして，装置をx軸の負の向きに加速度の大きさがaで加速させたとき，小球Sは棒に沿って単振動を開始した。このとき，単振動の振幅は［ホ］と表すことができる。この加速度aがある値のときに小球Sが棒から受ける力が0になった。そのときの単振動の振幅は［ヘ］でありその周期は［ト］である。

［イ］

a $mg\sin\theta$　b $mg\cos\theta$　c $mg\tan\theta$　d $\dfrac{mg}{\sin\theta}$　e $\dfrac{mg}{\cos\theta}$　f $\dfrac{mg}{\tan\theta}$

［ロ］,［ハ］

a $\sqrt{v^2-2gd\sin\theta}$　b $\sqrt{v^2-2gd\cos\theta}$　c $\dfrac{3}{2}\sqrt{v^2-2gd\sin\theta}$

d $\dfrac{3}{2}\sqrt{v^2-2gd\cos\theta}$　e $\dfrac{4}{3}\sqrt{v^2-2gd\sin\theta}$　f $\dfrac{4}{3}\sqrt{v^2-2gd\cos\theta}$

［ニ］

a $v'\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　b $\dfrac{3}{2}v'\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　c $\dfrac{4}{3}v'\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

d $v'\sqrt{\dfrac{m\cos\theta}{k}}$　e $\dfrac{3}{2}v'\sqrt{\dfrac{m\cos\theta}{k}}$　f $\dfrac{4}{3}v'\sqrt{\dfrac{m\cos\theta}{k}}$

［ホ］

a $\dfrac{ma}{k\sin\theta}$　b $\dfrac{ma}{k\cos\theta}$　c $\dfrac{ma\sin\theta}{k}$　d $\dfrac{ma\cos\theta}{k}$　e $\dfrac{ma\tan\theta}{k}$　f $\dfrac{ma}{k\tan\theta}$

［ヘ］

a $\dfrac{mg\cos\theta}{k\sin\theta}$　b $\dfrac{mg\cos^2\theta}{k\sin\theta}$　c $\dfrac{mg\sin\theta}{k\cos\theta}$　d $\dfrac{mg\sin^2\theta}{k\cos\theta}$　e $\dfrac{mg\sin\theta}{k\cos^2\theta}$　f $\dfrac{mg\sin^2\theta}{k\cos^2\theta}$

［ト］

a $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k\sin\theta}}$　b $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k\cos\theta}}$　c $2\pi\sqrt{\dfrac{m\sin\theta}{k}}$

d $2\pi\sqrt{\dfrac{m\cos\theta}{k}}$　e $2\pi\sqrt{\dfrac{m\cos\theta}{k\sin\theta}}$　f $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

1　平面内の運動

P.2 **類題１**　2.8m/s

解　説

$2.0\sqrt{2} \fallingdotseq 2.0\times 1.41 \fallingdotseq 2.8$〔m/s〕

類題２　(1)　0.20m/s　　(2)　0.35m/s　　(3)　2.0m

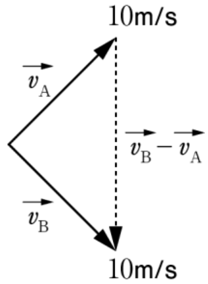
解　説

(1)　$0.40\cos 60^\circ = 0.20$〔m/s〕

(2)　$0.40\sin 60^\circ \fallingdotseq 0.20\times 1.73 = 0.346 \fallingdotseq 0.35$〔m/s〕

(3)　$0.20\times 10 = 2.0$〔m〕

P.3 **類　題**　南向きに 14m/s



解　説

船Ａの速度を$\vec{v}_A$，船Ｂの速度を$\vec{v}_B$とすると，右図より，

$|\vec{v}_{AB}| = |\vec{v}_B - \vec{v}_A| = 10\sqrt{2} \fallingdotseq 10\times 1.41 = 14.1 \fallingdotseq 14$〔m/s〕

P.4 **類題１**　(1)　20m　　(2)　20m　　(3)　(1)の値：40m，(2)の値：20m

解　説

(1)　$10\times 2.0 = 20$〔m〕

(2)　鉛直方向は，初速度０の等加速度運動を行うので，$y = \dfrac{1}{2}gt^2$ より，

$$y = \frac{1}{2}\times 9.8\times 2.0^2 = 19.6 \fallingdotseq 20 \text{〔m〕}$$

(3)　(1)の値は２倍になるが，(2)の値は変わらない。

類題２　(1)　2.9 秒　　(2)　40m　　(3)　80m

解　説

(1)　地面に対して 45° の角度で衝突したので，衝突時の $v_y = v_x = 28$m/s である。よって，

$28 = 9.8t$

これを解いて，$t = \dfrac{28}{9.8} = \dfrac{20}{7} = 2.85\cdots \fallingdotseq 2.9$〔s〕

(2)　$y = \dfrac{1}{2}gt^2$ より，$y = \dfrac{1}{2}\times 9.8\times\left(\dfrac{20}{7}\right)^2 = 40$〔m〕

(3)　$x = v_x t$ より，$x = 28\times\dfrac{20}{7} = 80$〔m〕

P.5 **類　題**　時間：4.0s，移動距離：78m

解　説

斜め上方 45° の向きに投げ上げたので，鉛直方向の初速度の大きさは，水平方向の初速度の大きさと等しく 19.6m/s である。ボールが地面に戻ってくるのは，鉛直方向の速度が－19.6

m/s になるときなので，$v=v_0-gt$ より，

$$-19.6=19.6-9.8t$$

これを解いて，$t=4.0$〔s〕

よって，4.0s 間に水平方向に移動した距離は，

$$19.6\times4.0=78.4\fallingdotseq78\text{〔m〕}$$

P.6 **実戦問題演習**

1　ア　⑥　　イ　⑤　　ウ　⑦

解　説

ア　$\dfrac{0.3}{3}=0.1$〔時間〕$=0.1\times60=6$〔分〕

イ　$\dfrac{0.5}{0.1}=5$〔km/h〕

ウ　舟が流れの向きと同じ向きに進むときより小さいので，7km/h 未満である。

P.7 **2**　問１　⑥　　問２　③

解　説

問１　衝突する時刻を t とすると，

$$t=\frac{l}{v\cos\theta}$$

衝突するときは，２つの小球の A 点からの位置が同じになればよいから，

$$v\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2=(H-h)-\frac{1}{2}gt^2$$

$$v\sin\theta\cdot t=v\sin\theta\cdot\frac{l}{v\cos\theta}=l\tan\theta=H-h$$

よって，$\tan\theta=\dfrac{H-h}{l}$

問２　床に達する前に二球が衝突するには，$\dfrac{1}{2}gt^2<H$ であればよいから，

$$\frac{1}{2}g\frac{l^2}{v^2\cos^2\theta}<H$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{gl^2}{v^2}(\tan^2\theta+1)<H$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{gl^2}{v^2}\left\{\left(\frac{H-h}{l}\right)^2+1\right\}<H$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{gl^2}{v^2}\left\{\frac{(H-h)^2+l^2}{l^2}\right\}<H$$

これを v について解いて，$v>\sqrt{\dfrac{g}{2}\left\{\dfrac{l^2+(H-h)^2}{H}\right\}}$

2　剛体のつり合い

P.8

類題１　棒は回転しない

解　説

棒にはたらく力のモーメントの和は，

$4.0\times3.0-6.0\times2.0=0$

よって，棒は回転しない。

類題２　$-4.6\mathrm{N\cdot m}$

解　説

$20\sin30^\circ\times3.0-20\sin60^\circ\times2.0=30-34.6=-4.6$〔N·m〕

P.9

類題１　(1)　20N　　(2)　5.7N　　(3)　5.7N

解　説

(1)　鉛直方向の力のつり合いより，

$N_\mathrm{B}=2.0\times9.8=19.6\fallingdotseq20$〔N〕

(2)　棒の長さを l〔m〕とすると，B を軸としたときにはたらく力のモーメントのつり合いより，

$$2.0\times9.8\cos60^\circ\times\frac{l}{2}-N_\mathrm{A}\sin60^\circ\times l=0$$

これを解いて，$N_\mathrm{A}=\dfrac{9.8\sqrt{3}}{3}\fallingdotseq5.7$〔N〕

(3)　水平方向の力のつり合いより，$F_\mathrm{B}=N_\mathrm{A}=5.7$〔N〕

P.10

類題２　(1)　W　　(2)　W

解　説

棒が糸から受ける力の大きさを T，棒が A 端で受ける力(大きさ f)の水平成分を f_x，鉛直成分を f_y とすると，水平方向の力のつり合いより，

$f_x=T\cos30^\circ$　…①

鉛直方向の力のつり合いより，

$f_y+T\sin30^\circ=W$　…②

A のまわりの力のモーメントのつり合いより，

$$T\times l\sin30^\circ=W\times\frac{l}{2}\quad\cdots③$$

③より，$T=W$ だから，これを①，②に代入して，

$$f_x=\frac{\sqrt{3}}{2}W,\ f_y=\frac{W}{2}\quad よって，f=\sqrt{{f_x}^2+{f_y}^2}=W$$

類題３　(1)　17N　　(2)　水平成分：8.5N，鉛直成分：4.9N

解　説

(1)　棒の長さを l，A 端で棒が床から受ける力の水平成分，鉛直成分をそれぞれ f_x，f_y とすると，A 端のまわりの力のモーメントより，

$$\frac{r_1^{\,2}-r_2^{\,2}}{r_2^{\,2}}v_1^{\,2}=2GM\frac{r_1-r_2}{r_1r_2}$$

$$v_1^{\,2}=2GM\frac{r_2}{r_1(r_1+r_2)}$$ よって，$v_1=\sqrt{2GM\dfrac{r_2}{r_1(r_1+r_2)}}$

P.39 **実戦問題演習**

1 問１ $G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$ 問２ $\sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$ 問３ $\dfrac{2\pi}{\sqrt{GM}}(R+h)^{\frac{3}{2}}$

問４ $\sqrt{\dfrac{2GM}{R+h}}$ 問５ $\dfrac{10-\sqrt{2}}{9}\sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$

解　説

問２　運動方程式より，

$m\dfrac{v_0^{\,2}}{R+h}=G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$　これを解いて，$v_0=\sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$

問３　$\dfrac{2\pi(R+h)}{v_0}=\dfrac{2\pi}{\sqrt{GM}}(R+h)^{\frac{3}{2}}$

問４　無限遠で力学的エネルギーが０のときなので，力学的エネルギー保存則より，

$\dfrac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^{\,2}-G\dfrac{Mm}{R+h}=0$　これを解いて，$v_{\mathrm{m}}=\sqrt{\dfrac{2GM}{R+h}}$

問５　運動量の保存より，

$0.1mv_{\mathrm{m}}+0.9mV=mv_0$　これを解いて，$V=\dfrac{10v_0-v_{\mathrm{m}}}{9}=\dfrac{10-\sqrt{2}}{9}\sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$

第１章　力と運動

章末問題

P.40 1 あ：$v_0t\cos\theta$ い：$v_0t\sin\theta-\dfrac{1}{2}gt^2$ う：$-\dfrac{g}{2v_0^{\,2}\cos^2\theta}x^2+x\tan\theta$

え：$\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ お：$\dfrac{v_0^{\,2}\sin^2\theta}{2g}$ か：$\dfrac{v_0^{\,2}\sin2\theta}{g}$ A：45 B：2 C：20

解　説

え　$v_y=0$ のときなので，

$v_0\sin\theta-gt_0=0$　これを解いて，$t_0=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$

お　えより，$t_0=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ を $y=v_0t\sin\theta-\dfrac{1}{2}gt^2$ に代入して，$y_{\mathrm{H}}=\dfrac{v_0^{\,2}\sin^2\theta}{2g}$

か　$y=0$ のときなので，うより，

$0=-\dfrac{g}{2v_0^{\,2}\cos^2\theta}x^2+x\tan\theta$　これを解いて，$x=\dfrac{v_0^{\,2}\sin2\theta}{g}$

A　かより，$\sin 2\theta$ が最大のとき，x は最大になる。よって，

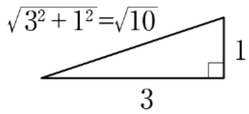
$2\theta = 90°$　これを解いて，$\theta = 45°$

B　お，かより，

$$h = \frac{{v_0}^2 \sin^2\theta}{2g},\quad 2d = \frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{2{v_0}^2 \sin\theta\cos\theta}{g}$$

$\frac{y}{d} = \tan\theta$ なので，$\frac{h}{d} = \frac{y}{2d}$　これを解いて，$y = 2 \times h$

C　$\tan\theta = \frac{y}{d} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ より，$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$



また，$h = \frac{{v_0}^2 \sin^2\theta}{2g}$ より，

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sin\theta} = \frac{\sqrt{2\times10\times2}}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = 20\ \text{〔m/s〕}$$

2　イ：b　　ロ：a　　ハ：e　　ニ：a　　ホ：d　　ヘ：b　　ト：f

解　説

イ　棒に垂直な方向の力のつり合いより，$F = mg\cos\theta$

ロ　力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{2m}{2}v^2 = \frac{2m}{2}V^2 + 2mgd\sin\theta$$　これを解いて，$V = \sqrt{v^2 - 2gd\sin\theta}$

ハ　A から B の向きを正とする。運動量の保存と反発係数の式より，

$2mV = mv' + 2mV'$　…①

$1 = -\frac{V' - v'}{V - 0}$　…②

①，②より，$v' = \frac{4}{3}V = \frac{4}{3}\sqrt{v^2 - 2gd\sin\theta}$

ニ　角振動数 ω は，$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ なので，振幅 A は，$A = \frac{v'}{\omega} = v'\sqrt{\frac{m}{k}}$

ホ　静止しているときのばねののび s_0 は，棒に平行な力のつり合いより，

$ks_0 = mg\sin\theta$　これを解いて，$s_0 = \frac{mg\sin\theta}{k}$

装置が加速度運動をしているときのばねののび s は，力のつり合いより，

$ks = mg\sin\theta + ma\cos\theta$　これを解いて，$s = \frac{mg\sin\theta + ma\cos\theta}{k}$

よって，振幅 A' は，$A' = s - s_0 = \frac{ma\cos\theta}{k}$

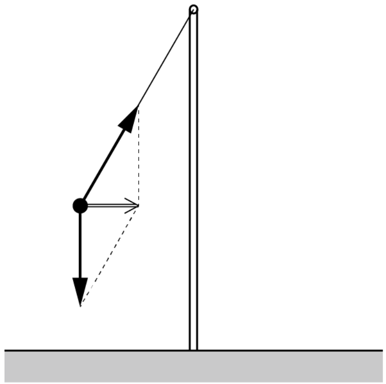
ヘ　棒に垂直な方向の力のつり合いより，

$ma\sin\theta = mg\cos\theta$　これを解いて，$a = \frac{g\cos\theta}{\sin\theta}$

よって，ホより，$A' = \frac{ma\cos\theta}{k} = \frac{m\cos\theta}{k} \times \frac{g\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{mg\cos^2\theta}{k\sin\theta}$

ト　角振動数は変化しないので，$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

P.42　3　1：$\dfrac{2\pi}{T}$　　2：$r\omega$　　3：向心力　　4：$S\cos\alpha-mg=0$



5：$S\sin\alpha$　　6：$ml\omega^2$　　7：$\dfrac{g}{l\omega^2}$　　8：$\dfrac{R}{l\sin\alpha}$

問1：右図

問2：$l\cos\theta=\dfrac{g}{\omega^2}$ より，l が大きくなってもかごの高さは変わらないから，位置エネルギーは変わらない。

かごの速さ v は，

$$v=(l\sin\alpha)\omega=\omega\sqrt{l^2-(l\cos\alpha)^2}=\omega\sqrt{l^2-\left(\frac{g}{\omega^2}\right)^2}$$

より，l が大きくなると v が大きくなるので，運動エネルギーは大きくなる。

問3：S，α はともに大きくなる

解　説

8　運動方程式より，

$$m(l\sin\alpha+R)\omega^2=S\sin\alpha \quad \text{これを解いて，} S=ml\omega^2\left(1+\frac{R}{l\sin\alpha}\right)$$