

割合と比の文章題

I 倍数算

[一方だけが変化する倍数算]

2つの数量のうち一方だけが変化するとき、変化しない方の比の数を最小公倍数でそろえて解きます。

■例題1■

はじめ、兄と弟が持っているお金の比は5 : 2です。弟がお父さんから400円もらったので、兄と弟の持っているお金の比は3 : 2になりました。はじめ、兄の持っていたお金は何円ですか。

■解き方■

兄の持っているお金は変わりませんから、兄の比の数を5と3の最小公倍数の15でそろえるために、はじめに持っていたお金の比を3倍、後に持っているお金の比を5倍します。

	兄	弟		兄	弟
はじめ	5	2	$\xrightarrow{\times 3}$	15	6
		+400円			+400円
後	3	2	$\xrightarrow{\times 5}$	15	10

$$400 \div (10 - 6) = 100(\text{円}) \cdots \cdots \text{比の1にあたるお金}$$

これより、はじめ、兄が持っていたお金は、

$$100 \times 15 = 1500(\text{円})$$

答 1500円

[和が一定の倍数算]

2人の間でやりとりしているとき、やりとり前と後の合計は変わりません。したがって、やりとり前と後の比の和を、その和の数の最小公倍数でそろえて解きます。

■例題2■

はじめ、A君とB君の持っているお金の比は3 : 2です。A君からB君に350円わたすと、4 : 5になります。A君は、はじめ何円持っていましたか。

■解き方■

2人の持っているお金の合計は変わりません。やりとり前と後のお金の比の和の5と9を、最小公倍数の45でそろえます。右の図から、

	A	B		A	B
はじめ	3	2	(和5) $\xrightarrow{\times 9}$	27	18
	-350円	+350円		-350円	+350円
後	4	5	(和9) $\xrightarrow{\times 5}$	20	25

$$350 \div (27 - 20) = 50(\text{円}) \cdots \cdots \text{比の1にあたるお金}$$

これより、はじめ、A君の持っているお金は、

$$50 \times 27 = 1350(\text{円})$$

答 1350円

▶ 第5回
計算テスト答え

- (1) $1\frac{5}{7}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{5}{7}$ (4) $1\frac{1}{4}$ (5) $\frac{7}{9}$ (6) $1\frac{1}{2}$ (7) $1\frac{1}{6}$ (8) 5
 (9) $\frac{1}{3}$ (10) $1\frac{1}{4}$ (11) $1\frac{1}{5}$ (12) $1\frac{3}{4}$ (13) $\frac{2}{9}$ (14) $7\frac{1}{2}$ (15) $1\frac{1}{5}$

[差が一定の倍数算]

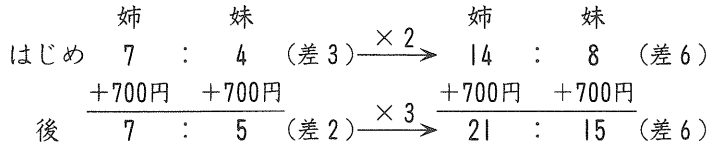
2つの数量に同じ数量を加えても、2つの数量から同じ数量をひいても、差は変わりません。したがって、2つの比の差を、その差の数の最小公倍数でそろえて解きます。

■例題3■

はじめ、姉と妹のおこづかいの比は7 : 4でしたが、ともに700円ずつ上がったので、その比は7 : 5になりました。姉のはじめのおこづかいは何円ですか。

■解き方■

はじめの数量から同じ数量(700円ずつ)がふえているから、姉と妹のおこづかいの差は変わりません。はじめと後のおこづかいの比の差の3と2を、最小公倍数の6でそろえます。



右の図から、

$$700 \div (21 - 14) = 100(\text{円}) \dots\dots \text{比の1にあたるお金}$$

これより、姉のはじめのおこづかいは、

$$100 \times 14 = 1400(\text{円})$$

答 1400円

[二方が異なって変化する倍数算]

2つの数量が異なって変化するとき、 $A : B = x : y \rightarrow A \times y = B \times x$ を利用して、比の1あたりの量を求めて解きます。

■例題4■

A, B 2つの品物の値段の比は、はじめ7 : 4でしたが、Aは150円、Bは200円値上がりしたので3 : 2になりました。はじめのAの値段は何円ですか。

■解き方■

値上がり後の比は、 $A : B = 3 : 2$ だから、

$$A \times 2 = B \times 3 \text{ となります。}$$

はじめのA, Bの値段を⑦, ④とすると、値上がり後の値段は、

$$A \dots \text{⑦} + 150(\text{円}), B \dots \text{④} + 200(\text{円})$$

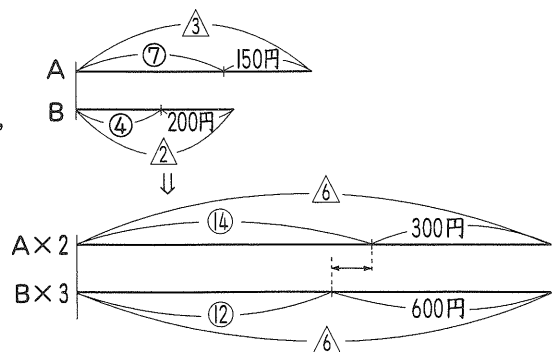
Aの2倍とBの3倍が等しいから、

$$\text{⑭} + 300 = \text{⑫} + 600$$

$$(600 - 300) \div (\text{⑭} - \text{⑫}) = 150(\text{円}) \dots \text{比の①にあたる値段}$$

したがって、はじめのAの値段は、

$$150 \times 7 = 1050(\text{円})$$



答 1050円

基本問題

1 赤玉と白玉がいくつかあります。その個数の割合は3 : 2です。白玉を8個加えたら、その個数の割合は5 : 6になりました。赤玉は何個ありますか。

2 AさんとBさんの持っているお金の比は3 : 4で、BさんからAさんに160円わたすとその比は5 : 4になります。Aさんのはじめに持っていたお金は何円ですか。

3 2つの数A, Bがあります。AとBの比は7 : 4で、AとBからそれぞれ18をひくと、AとBの比は5 : 2になります。Aはいくつですか。

4 A君とB君とC君の持っているお金の比は7 : 3 : 5です。いま、A君がB君に240円わたしたら3人の持っているお金は等しくなりました。B君のはじめに持っていたお金は何円ですか。

5 花子さんは妹と2人で父の誕生日のプレゼントを買いに行き、それぞれ1800円ずつ出し合ってネクタイを買いました。はじめに持っていたお金の割合は4 : 3でしたが、買い物をした後では8 : 3となっていました。現在の妹の持っているお金は何円ですか。

6 姉と妹の持っているお金は7 : 5の割合で、姉の方が妹より1200円多く持っています。これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 姉の持っているお金は何円ですか。
- (2) ある品物を買うのに、姉と妹が4 : 1の割合でお金を出し合って買ったところ、姉と妹の残金は同じになりました。品物の値段は何円ですか。

7 兄は3300円、弟は2700円持っていました。2人が同じお金を出し合ってお母さんにプレゼントを買ったところ、弟の残金は兄の残金の $\frac{3}{4}$ になりました。2人は何円ずつ出し合いましたか。

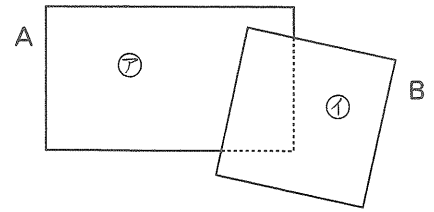
8 現在、お母さんの年齢とひとし君の年齢の比は5 : 1です。6年後には3 : 1になるそうです。現在のひとし君の年齢は何才ですか。

9 イチロー君とヒデキ君の持っているお金の比は5 : 2でしたが、イチロー君は1000円、ヒデキ君は700円もらったので、2人の持っているお金の比が2 : 1になりました。はじめ、イチロー君は何円持っていましたか。

練習問題

- 1 ある小学校の6年生の男子と女子の生徒数の比は16:19でした。男子が何人か転校してきたので、男子と女子の生徒数の比は7:8になり、6年生全体の生徒数は285人になりました。このとき、転校してきた男子の人数は何人ですか。
- 2 姉の持っているおこづかいは、妹の持っているおこづかいの5倍です。ここで、姉が妹に300円あげると、姉の持っているおこづかいは、妹の持っているおこづかいの1.4倍になります。姉がはじめに持っていたおこづかいは何円ですか。
- 3 兄と弟が8:5の割合でおこづかいを持っていましたが、5:3の割合で使ったので、残金は兄も弟も1200円になりました。兄と弟がはじめに持っていた金額をそれぞれ求めなさい。
- 4 A, B 2つの水の入った水そうがあります。Bの水そうからAの水そうへ水を60cm³移したところ、AとBの水の量の比が、3:7から2:3になりました。
さらに、Aの水そうに他から水を加えて、AとBの水の量の比を1:1にするためには、Aに何cm³の水を加えればよいですか。
- 5 兄が12000円、弟が何円か持っています。兄と弟が同じ金額を出し合って本を買ったので、兄と弟の持っているお金の比は18:11になりました。さらに、弟が1000円使ったら、兄と弟の持っているお金の比は2:1になりました。これについて、次の問いに答えなさい。
- (1) はじめ、弟は何円持っていましたか。
- (2) 本の値段は何円ですか。

- 6 面積の比が8 : 5の長方形Aと正方形Bを右の図のように重ねたところ、重なっていない部分⑦と⑧の面積の比が2 : 1になりました。重なっている部分の面積が 18cm^2 のとき、正方形Bの面積は何 cm^2 ですか。



- 7 A君, B君, C君の持っているお金の割合は, 5 : 7 : 4です。
B君がA君, C君にそれぞれ100円, 200円ずつあげたら, 割合は8 : 9 : 7になりました。はじめにC君の持っていたお金は何円ですか。

- 8 A君, B君, C君の3人で遊園地に行きました。A君は3人分の交通費と入園料を, B君は3人分の乗り物代を, C君は3人分の昼食代をそれぞれ支払しはらいました。3人が使った金額の比は, A君とC君が3 : 2, B君とC君が4 : 3でした。その後, C君がA君とB君に合わせて500円わたしたので, 3人は同じ金額を使ったことになりました。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 3人の昼食代はいくらでしたか。
- (2) C君はA君にいくら, B君にいくらをわたしましたか。

- 9 はじめ, はるかさんとのだかさんの持っているお金の比は7 : 4でした。はるかさんは600円の本を, のどかさんは200円のノートを買ったので, はるかさんとのだかさんの持っているお金の比は5 : 3となりました。はるかさんは, はじめ何円持っていましたか。

- 10 一郎と次郎がきのこ狩りに行きました。一郎, 次郎がはじめに採ったきのこの数の比は7 : 3でした。ところが家にもどると中で一郎は7個落としてしまい, 次郎は新しく6個見つけたので採って帰りました。家についてから2人の採ったきのこの数を比べてみると, 一郎と次郎の比は4 : 3になりました。一郎が, はじめに採ったきのこの数は何個ですか。

第6回

点

計算テスト

時間10分(各2点)

次の計算をなさい。

(1) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

答

(2) $1\frac{1}{6} \div 2\frac{4}{5} \times \frac{6}{25}$

答

(3) $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

答

(4) $\frac{4}{5} - \frac{2}{15} \div \frac{1}{3}$

答

(5) $1\frac{1}{20} \times (\frac{7}{9} - \frac{1}{2})$

答

(6) $(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}) \div 1\frac{1}{4}$

答

(7) $6\frac{2}{5} \div 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{8}$

答

(8) $\frac{5}{16} \div \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$

答

(9) $1\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{11} \div 1\frac{4}{5}$

答

(10) $1\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} \div 2\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{7}$

答

(11) $\frac{5}{9} + (\frac{7}{10} - \frac{8}{15}) \times 2\frac{2}{3}$

答

(12) $(3\frac{3}{8} + 2\frac{5}{16}) \div (7 - \frac{1}{2})$

答

(13) $(\frac{11}{12} + \frac{1}{4}) \div 2\frac{4}{5} \times \frac{6}{25}$

答

(14) $(8\frac{2}{5} \times \frac{1}{6} - 1\frac{2}{7}) \div 2\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{2}$

答

(15) $2\frac{3}{8} \div (12\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2})$

答

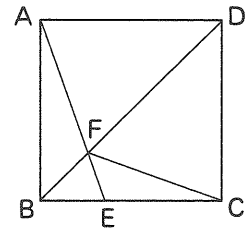
合同と相似

I 合同と相似

■例題 1 ■

右の図のような正方形 ABCD があって、E は辺 BC 上の点です。
これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 三角形 AFD と合同な三角形はどれですか。
- (2) 三角形 AFD と相似な三角形はどれですか。



■解き方■

- (1) 三角形 AFD と三角形 CFD で、 $AD = CD$ 、 $\angle ADF = \angle CDF = 45^\circ$ 、FD は共通の辺したがって、2つの辺の長さとその間の角の大きさがそれぞれ等しいから三角形 AFD と三角形 CFD は合同です。
- (2) 三角形 AFD と三角形 FEB で、AD と BE が平行だから、 $\angle FAD = \angle FEB$ 、 $\angle FDA = \angle FBE$ (または、対頂角は等しいから、 $\angle AFD = \angle FEB$) したがって、2つの角の大きさがそれぞれ等しいから、三角形 AFD と三角形 FEB は相似です。

答 (1) 三角形 CFD (2) 三角形 FEB

■例題 2 ■

縮尺 25000 分の 1 の地図があります。これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 実際に 4 km ある道のりは、この地図上では何 cm ですか。
- (2) この地図上の面積が 120 cm^2 の土地の実際の面積は何 km^2 ですか。

■解き方■

- (1) 地図上の長さ = 実際の長さ \times 縮尺だから、

$$4 \times 1000 \times 100 \times \frac{1}{25000} = 16 (\text{cm})$$

- (2) 実際の面積は地図上の面積の 25000×25000 (倍) になるから

$$\frac{120 \times 25000 \times 25000}{10000 \times 100 \times 100 \times 100} = 7.5 (\text{km}^2)$$

縮尺が $\frac{1}{x}$ のとき、
実際の長さは x 倍
実際の面積は $(x \times x)$ 倍

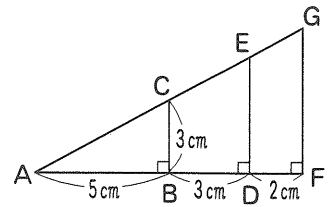
答 (1) 16cm (2) 7.5 km^2

2 平行線と相似な三角形

■例題3■

右の図について、次の問いに答えなさい。

- (1) EDの長さは何cmですか。
 (2) 台形CBDEの面積と台形EDFGの面積の比を求めなさい。



■解き方■

- (1) 三角形ABCと三角形ADEは相似だから、 $CB : ED = AB : AD = 5 : (5 + 3) = 5 : 8$
 したがって、EDの長さは、 $3 \div 5 \times 8 = 4.8(\text{cm})$
- (2) 三角形ABCと三角形ADEと三角形AFGは相似だから、 $AB : AD : AF = 5 : 8 : 10$ ……相似比
 これより、面積比は $(5 \times 5) : (8 \times 8) : (10 \times 10) = 25 : 64 : 100$
 三角形ABCの面積を25とすると台形CBDEは $(64 - 25) = 39$ 、台形EDFGの面積は $(100 - 64) = 36$
 したがって、 $39 : 36 = 13 : 12$

答	(1)	4.8cm	(2)	13 : 12
---	-----	-------	-----	---------

3 線対称と点対称、図形の折り返し

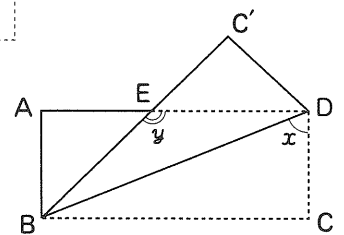
■例題4■

次の問いに答えなさい。

- (1) 次の㉗~㉜の中で、線対称の図形はどれですか。また、点対称の図形はどれですか。すべて答えなさい。

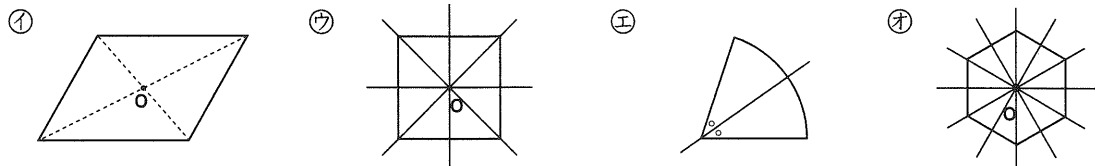
㉗台形 ㉘平行四辺形 ㉙正方形 ㉚おうぎ形 ㉛正六角形

- (2) 右の図のように長方形ABCDを対角線BDを折り目として折り返しました。xの角の大きさが68度のとき、yの角の大きさは何度ですか。



■解き方■

- (1) 対称の軸と対称の中心Oは、次のようになります。

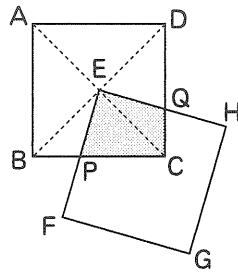


- (2) 角EDBは、 $90 - 68 = 22(\text{度})$ 、角EDB = 角DBC = 角EBDより、三角形EBDは二等辺三角形
 したがって、yの角は、 $180 - 22 \times 2 = 136(\text{度})$

答	(1)	線対称……㉘, ㉙, ㉚, 点対称……㉗, ㉘, ㉚	(2)	136度
---	-----	----------------------------	-----	------

基本問題

1 1辺20cmの正方形が右の図のように重なっています。これについて、次の問いに答えなさい。

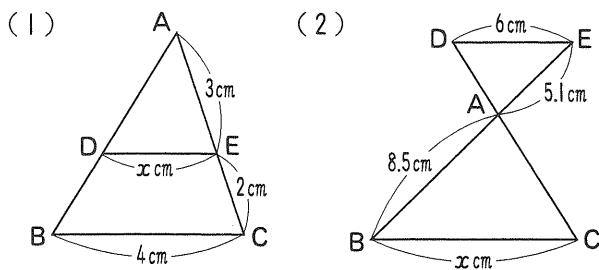


- (1) 三角形ECQと合同な三角形はどれですか。
- (2) かげをつけた部分の面積は何cm²ですか。

2 次の□にあてはまる数を求めなさい。

- (1) 3 kmの道のりが6 cmの長さで表されている地図の縮尺は□分の1です。
- (2) 縮尺 $\frac{1}{5000}$ の地図上で4 cmの道のりは、実際には□mです。
- (3) 8 kmの道のりは、縮尺1 : 50000の地図上では□cmになります。
- (4) 縮尺 $\frac{1}{25000}$ の地図上で、たて5 cm, 横8 cmの長方形の土地の実際の面積は□km²です。

3 次の図でBCとDEは平行です。xの長さを求めなさい。

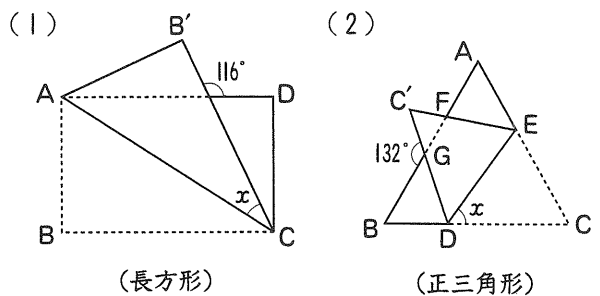


4 次の(1), (2)にあてはまる平面図形を、下の㊦~㊧からすべて選び、記号で答えなさい。

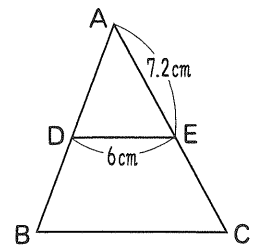
- (1) 辺の長さがみな等しい図形。
- (2) 線対称な図形であるが、点対称とはいえない図形。また、その図形の対称の軸の本数を答えなさい。

㊦二等辺三角形 ㊩ひし形 ㊧平行四辺形
 ㊥正三角形 ㊨長方形 ㊦正方形
 ㊫円 ㊪直角三角形 ㊧正五角形

5 次の図のxの角の大きさを求めなさい。



6 右の図で、BCとDEは平行です。AD : DB = 4 : 3のとき、次の問いに答えなさい。

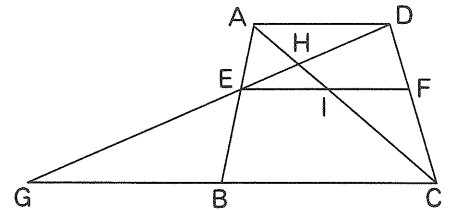


- (1) BCとECの長さを、それぞれ求めなさい。
- (2) 三角形ADEと台形DBCEの面積の比を求めなさい。

練習問題

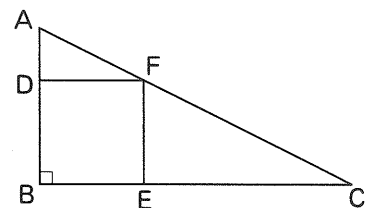
1 縮尺40万分の1の地図上で12cmの道のりを，列車で行くのに20分かかりました。この列車の速さは毎時何kmですか。

2 右の図のような，ADとBCが平行でAD : BC = 3 : 5である台形ABCDがあります。いま，辺ABを2 : 3の比に分ける点をE，点Eを通りBCに平行な直線と辺CDとの交点をFとします。また，DEの延長とCBの延長との交点をGとし，対角線ACとDG，EFとの交点をそれぞれH，Iとするとき，次の問いに答えなさい。

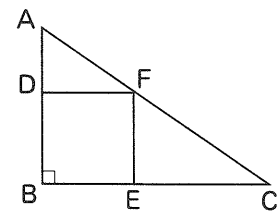


- (1) 長さの比EH : HDを求めなさい。
- (2) 三角形HGCの面積は，三角形HEIの面積の何倍ですか。

3 右の図の三角形ABCは角Bが直角の直角三角形です。また，四角形DBEFは正方形です。これについて，次の問いに答えなさい。

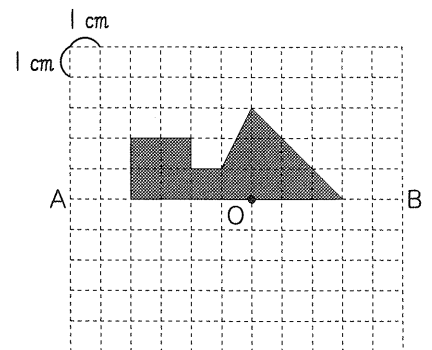


- (1) 辺ABとBCの長さの比が1 : 2のとき，三角形FECの面積は三角形ADFの面積の何倍ですか。
- (2) 辺AB，BCの長さがそれぞれ10cm，15cmのとき，正方形DBEFの面積は何cm²ですか。



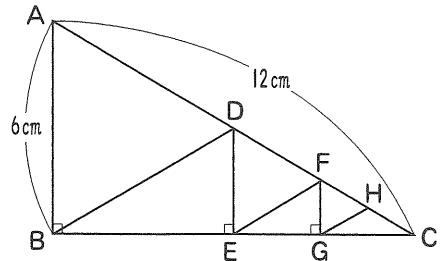
4 右の図について，次の問いに答えなさい。

- (1) 直線ABについて線対称な図形をかきなさい。
- (2) 点Oを中心として点対称な図形をかきなさい。
- (3) (1)，(2)でそれぞれかき加えた図形の重なっている部分の面積は何cm²ですか。



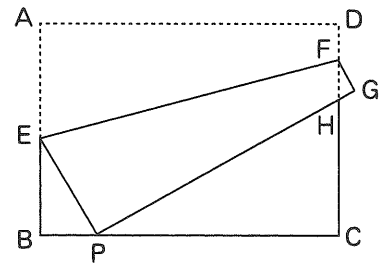
5 縮尺5万分の1の地図上に1円玉を置いたとき、1円玉の下にかくれている部分の実際の面積は何 km^2 ですか。
ただし、1円玉の直径は20 mm で、円周率は3.14とします。

6 右の図で、三角形ABCは $AB=6\text{cm}$ 、 $AC=12\text{cm}$ の直角三角形で、三角形ABD、三角形DEF、三角形FGHはいずれも正三角形です。これについて、次の問いに答えなさい。



- (1) CHの長さは何 cm ですか。
- (2) 三角形FGHの面積は三角形ABDの面積の何倍ですか。
- (3) 三角形ABCの面積は台形DEGFの面積の何倍ですか。

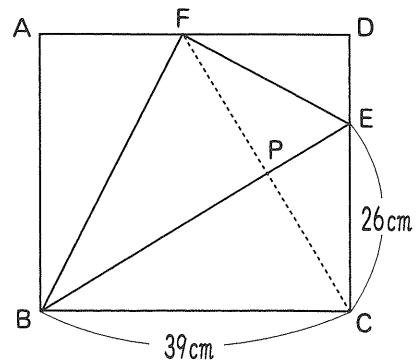
7 右の図は、 $AB=50\text{cm}$ 、 $AD=70\text{cm}$ の長方形ABCDをAがPにくるようにEFを折り目として折り曲げたもので、PGとDCの交点をHとします。



$BE=24\text{cm}$ 、 $BP=10\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

- (1) PHの長さは何 cm ですか。
- (2) 四角形AEFDの面積は何 cm^2 ですか。

8 右の図で、長方形ABCDの辺CD上に点Eをとり、2つの点B、Eを結ぶ線分を折り目にして三角形BCEを折り返したところ、頂点Cが辺AD上の点Fに重なりました。



$BC=39\text{cm}$ 、 $CE=26\text{cm}$ とし、BEとFCの交点をPとするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 三角形BCPと三角形CEPは相似です。三角形BCPと三角形CEPの相似比を求めなさい。
- (2) 三角形BCEと三角形FCEの面積の比を求めなさい。
- (3) AFの長さは何 cm ですか。
- (4) ABの長さは何 cm ですか。

第1回 速さの表し方, 速さとグラフ

解 答

【基本問題】

- ①(1) 900(m) (2) 2100(m)
 (3) 3(時間)20(分)
- ②(1) 25分 (2) 分速75m
- ③ 40分後
- ④(1) 700(m) (2) 8(分後)
 (3) 10(分後) (4) 12(分後)
- ⑤(1) 3分後 (2) 15分後
- ⑥(1) 分速75m (2) 分速100m
 (3) 分速80m (4) 2km

【練習問題】

- ①(1) 1800m (2) 分速60m
- ② $3\frac{2}{5}$ km
- ③(1) $\frac{1}{200}$ 分, $\frac{1}{150}$ 分 (2) 3000m
- ④(1) 分速140m (2) 60分後
- ⑤(1) 1400m (2) 800m
- ⑥(1) 1時16分 (2) 分速150m
 (3) 450m
- ⑦(1) 450m (2) 分速150m
 (3) 8時8分
- ⑧(1) 分速400m (2) 6分おき

解 説

【練習問題】

- ①(1) $72 \times 50 \div 2 = 1800(m)$
 (2) 和差算の考え方を使得と、行きにかかった時間は、
 $(50 + 10) \div 2 = 30(分)$
 行きの速さは、分速
 $1800 \div 30 = 60(m)$
- ② 1時間あたり6km進む } あわせて
 1時間あたり4km進む } $\frac{58}{60}$ 時間で5km
 $\frac{58}{60}$ 時間すべて時速4kmで歩いたとすると、家から公園までの道のりとの差は、
 $5 - 4 \times \frac{58}{60} = 1\frac{2}{15}(km)$
 時速6kmで歩いた時間は、

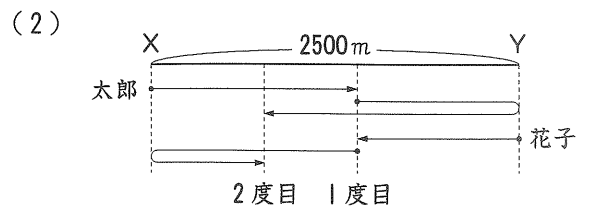
$$1\frac{2}{15} \div (6 - 4) = \frac{17}{30}(時間)$$

時速6kmで歩いた道のりは、
 $6 \times \frac{17}{30} = 3\frac{2}{5}(km)$

- ③(1) 最初の1周は、
 $1 \div 200 = \frac{1}{200}(分)$
 次の1周は、
 $1 \div 150 = \frac{1}{150}(分)$
- (2) 最初の1周で1m走ると、次の1周で1m走るとにかかる時間の合計は、
 $\frac{1}{200} + \frac{1}{150} = \frac{7}{600}(分)$
 公園のまわりの長さは、
 $35 \div \frac{7}{600} = 3000(m)$

- ④(1) $2.4km = 2400m$
 1分間にAとBの間がちぢまるきよりは、
 $2400 \div 10 = 240(m)$
 AとBの分速の差は40mなので、和差算の考え方を使得と求めると、Aの速さは、分速、
 $(240 + 40) \div 2 = 140(m)$
- (2) AがBを池1周分ひきはなしたとき、AはBに追いつくので、
 $2400 \div 40 = 60(分後)$

- ⑤(1) 1分間に2人の間がちぢまるきよりは、
 $70 + 55 = 125(m)$
 はじめて出会うまでにかかる時間は、
 $2500 \div 125 = 20(分)$
 X地点からのきよりは、
 $70 \times 20 = 1400(m)$



- 上の図より、2度目に出会うまでに2人が進むきよりの和は、
 $2500 \times 3 = 7500(m)$
 2度目に出会うまでにかかる時間は、
 $7500 \div 125 = 60(分)$