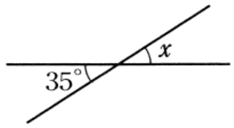
1．平行線と角

基本ワーク

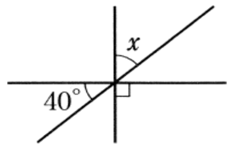
1 例題 **対頂角**

次の各図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



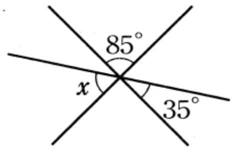
(2)



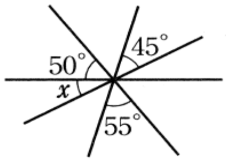
考え方　2本の直線が交わってできる2組の対頂角の大きさはそれぞれ等しい。

2　次の各図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



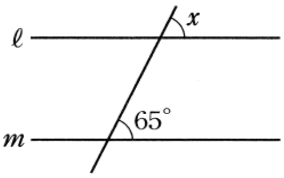
(2)



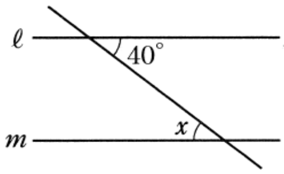
3 例題 **平行線の同位角，錯角**

次の各図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



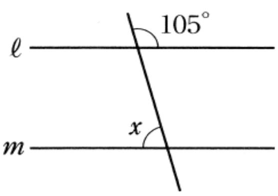
(2)



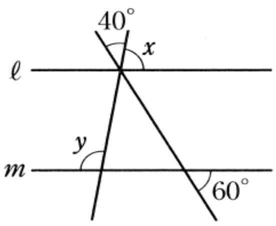
考え方　2本の平行な直線に1つの直線が交わってできる同位角，錯角はそれぞれ等しい。

4　次の各図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



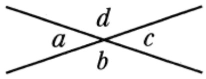
(2)



ポイント

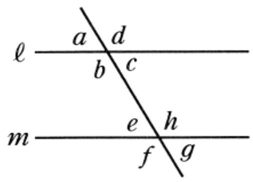
- **角の大きさによる分類**
  ①**直角**　90°の角。直角を∠Rと書く。
  ②**鋭角**　0°より大きく，90°より小さい角
  ③**鈍角**　90°より大きく，180°より小さい角
- **対頂角**…2直線が交わってできる4つの角のうち，向かいあっている角を**対頂角**という。対頂角は等しい。

例　下図で，$\angle a$ と $\angle c$，$\angle b$ と $\angle d$ の位置にある角はそれぞれ対頂角である。



ポイント

- **同位角**……下図で，$\angle a$ と $\angle e$ のような位置にある角を**同位角**という。$\angle b$ と $\angle f$，$\angle c$ と $\angle g$，$\angle d$ と $\angle h$ も同位角である。
- **錯角**……下図で，$\angle b$ と $\angle h$ のような位置にある角を**錯角**という。$\angle c$ と $\angle e$ も錯角である。



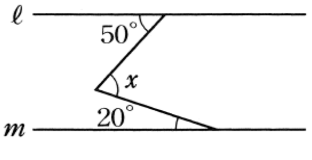
- **平行線と角**
  2直線が平行のとき，
  ①同位角は等しい。
  ②錯角は等しい。

基本ワーク

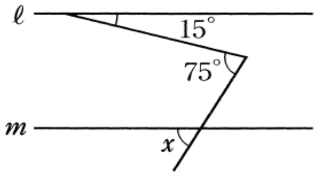
5 例題 平行線と補助線

次の各図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



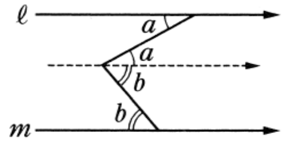
(2)



考え方 (1) $\angle x$ の頂点を通り，ℓ，m に平行な補助線をひき，平行線の錯角は等しいことを利用する。

ポイント

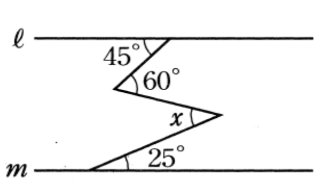
● **平行線と補助線**
下の図のように，平行な補助線をひくとよい。



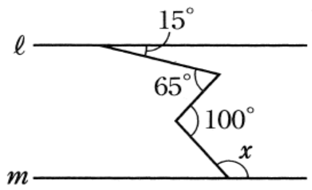
6

次の各図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



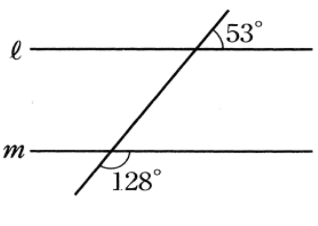
(2)



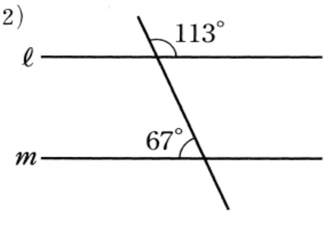
7 例題 平行線になるための条件

次の各図で，2 直線 ℓ，m は平行といえるか。

(1)



(2)

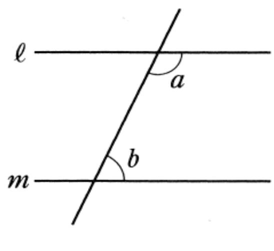


考え方 同位角または錯角が等しいか，同側内角の和が 180° ならば，$\ell /\!/ m$ といえる。

ポイント

● **平行線になるための条件**
①同位角が等しければ 2 直線は平行である。
②錯角が等しければ 2 直線は平行である。

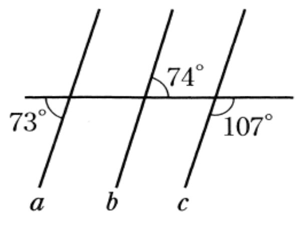
● **同側内角**
下の図で，$\angle a$ と $\angle b$ の位置にある角を**同側内角**という。
$\ell /\!/ m \Longleftrightarrow a + b = 180^\circ$



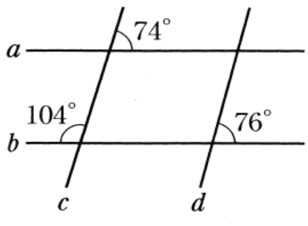
8

次の各図の直線のうちで，平行なものはどれとどれか。

(1)



(2)



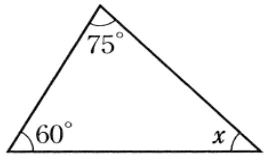
2．三角形・多角形の角

基本ワーク

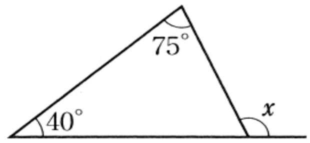
9 例題　**三角形の内角と外角**

次の各図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



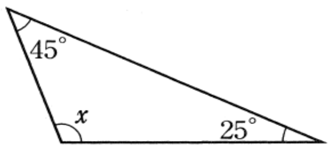
(2)



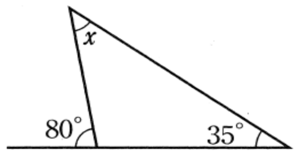
考え方　(2)　三角形の１つの外角は，それととなり合わない２つの内角の和に等しいから，$\angle x = 40^\circ + 75^\circ$ である。

10　次の各図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)

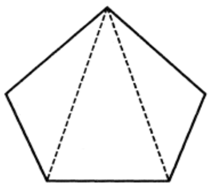


(2)



11 例題　**多角形の内角**

(1)　右の図は，五角形の内角の和を求めるために，１つの頂点から２本の対角線をひいて，３つの三角形に分けたものである。五角形の内角の和を求めよ。



(2)　n 角形の内角の和は，$180^\circ \times (n-2)$ であることを説明せよ。

考え方　(2)　n 角形は，１つの頂点からひいた対角線によって，いくつの三角形に分けられるかを考える。

12　次の各問いに答えよ。

(1)　六角形の内角の和を求めよ。

(2)　七角形の内角の和を求めよ。

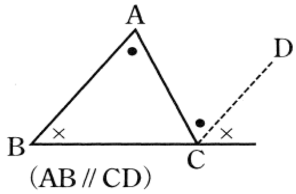
(3)　正九角形の１つの内角の大きさを求めよ。

ポイント

- **三角形の内角と外角**

①三角形の３つの内角の和は 180° である。

②三角形の１つの外角はそれととなり合わない２つの内角の和に等しい。



(AB // CD)

- **三角形の分類**

①鋭角三角形……３つの内角がすべて鋭角である三角形。

②直角三角形……１つの内角が直角である三角形。

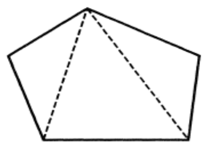
③鈍角三角形……１つの内角が鈍角である三角形。

ポイント

- **多角形の内角**

①n 角形の１つの頂点からひける対角線の数は $(n-3)$ 本である。

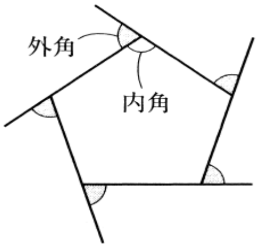
②n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ である。



基本ワーク

13 例題 多角形の外角

n 角形の外角の和を次のように求めた。□にあてはまるものを求めよ。



［求め方］　各頂点における内角と外角の和は 180° だから，全体では

180° ×□…①

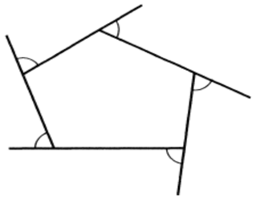
ここで，n 角形の内角の和は，180° ×□…②

だから，外角の和は，①－②より□°である。

ポイント

● **多角形の外角の和**

多角形の外角の和は 360° である。



14 次の各問いに答えよ。

(1)　正六角形の１つの外角の大きさを求めよ。

(2)　１つの外角の大きさが 20° である正多角形は正何角形か。

(3)　正二十角形の１つの内角の大きさを求めよ。

14(3)　正 n 角形の１つの内角の大きさは，

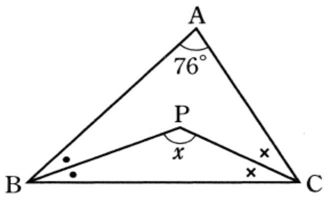
180°－(１つの外角)

でも求められる。

15 例題 いろいろな図形の角

右の図の△ABC で，点 P は ∠B，∠C の二等分線の交点である。

∠x の大きさを求めよ。



考え方　•を ∠a，×を ∠b とおいて，∠a ＋∠b を求める。

$2\angle a+2\angle b+76°=180°$ が成り立つ。

ポイント

● **角の二等分線と角**

角の二等分線がある問題では，

①等しい角を a などとおく。

②角について成り立つ関係式をつくる。

③a などを消去する。

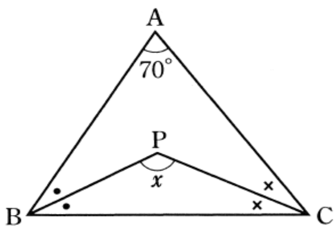
の順で考えるとよい。

● **複雑な図形の角**

複雑な図形の角を求めるとき，へこんでいる部分があると求めにくいので，頂点を結ぶなどして，凸多角形にして考えるとよい。

16 右の図の△ABC で，点 P は ∠B，∠C の二等分線の交点である。

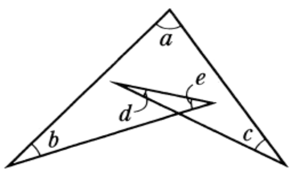
∠x の大きさを求めよ。



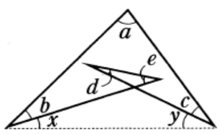
17 右の図で，

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

の大きさを求めよ。



17　下の図で，∠x ＋∠y を ∠d，∠e で表す。

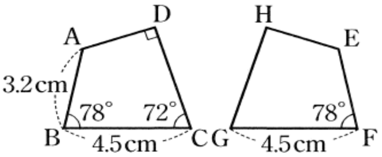


3．三角形の合同

基本ワーク

18 **例題** **合同な図形**

右の２つの四角形は合同である。次の各問いに答えよ。



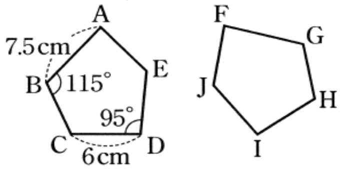
(1)　２つの四角形が合同であることを，記号≡を用いて表せ。

(2)　辺 EF の長さを求めよ。

(3)　∠E の大きさを求めよ。

考え方　合同な図形では，対応する線分の長さや角の大きさは等しい。

19　右の図で，五角形 ABCDE≡五角形 FGHIJ である。次の各問いに答えよ。



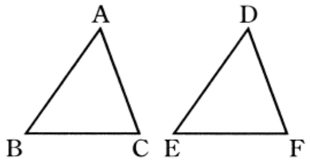
(1)　点Eに対応する点をいえ。

(2)　∠G，∠I の大きさを求めよ。

(3)　辺 FG の長さを求めよ。

20 **例題** **三角形の合同条件**

右の図で，△ABC≡△DEF となるように，次の□をうめよ。

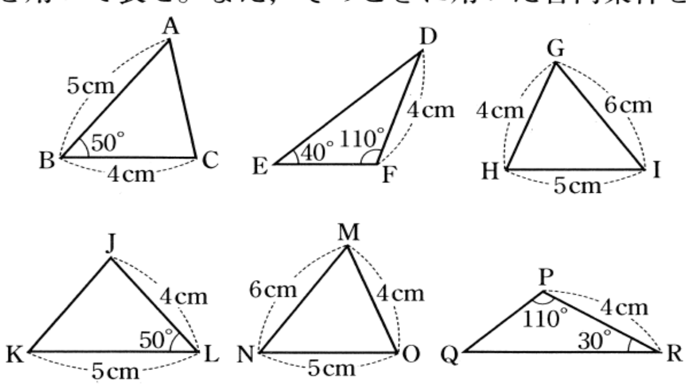


(1)　AB＝DE，BC＝EF，
□＝□

(2)　AB＝DE，∠A＝∠D，□＝□

考え方　□の中は，辺の関係，角の関係の２通りが考えられる。

21　次の三角形のなかで，合同な三角形はどれとどれか。記号≡を用いて表せ。また，そのときに用いた合同条件をいえ。



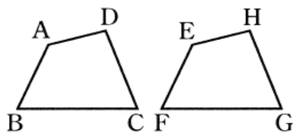
ポイント

- **合同な図形**……一方をずらしたり，裏返したりすることによって，他方に重ね合わせることができるとき，この２つの図形は合同である。

合同な図形は，形も大きさも等しい。

- **合同の表し方**……２つの図形が合同であることを，記号≡を使って表す。この場合，対応する頂点を同じ順にならべて書く。

例　四角形 ABCD≡四角形 EFGH



ポイント

- **三角形の合同条件**
  ①３辺がそれぞれ等しい。
  ②２辺とその間の角がそれぞれ等しい。
  ③１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

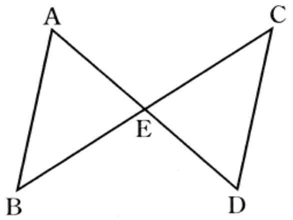
- **三角形の決定条件**
  ①３辺の長さ
  ②２辺の長さとその間の角の大きさ
  ③１辺の長さとその両端の角の大きさ

基本ワーク

22 例題 三角形の合同の証明①

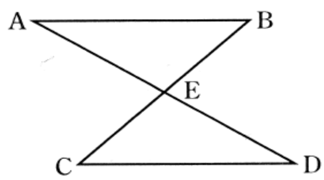
右の図で，点Eは線分ADと線分BCの交点で，AE＝DE，BE＝CEである。

このとき，△ABE≡△DCEであることを証明せよ。



考え方　問題の条件や図形の性質から，三角形の合同条件を導く。

23 右の図で，AB＝CD，AB//CDで，線分ADと線分BCの交点をEとする。このとき，△AEB≡△DECであることを次のように証明した。



次の□をうめよ。

証明　△AEBと△DECにおいて

AB＝□ …………①

平行線の錯角は等しいから，

∠EAB＝□ ………②

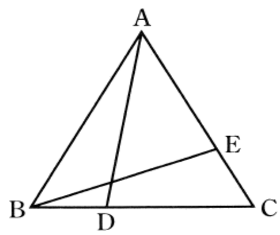
□＝∠ECD ………③

①，②，③より，□から，

△AEB≡△DEC

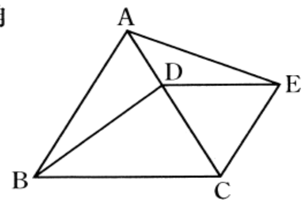
24 例題 三角形の合同の証明②

右の図で，△ABCは正三角形であり，辺BC，CA上にそれぞれ点D, EをBD＝CEとなるようにとる。このとき，△ABD≡△BCEであることを証明せよ。



考え方　AB＝BC，∠ABD＝∠BCE＝60°である。

25 右の図で，△ABCと△DCEは正三角形である。このとき，△DBC≡△EACであることを証明せよ。



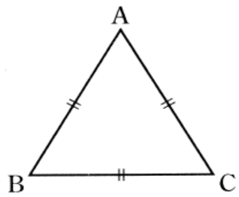
ポイント

- **証明**……あることがらが成り立つわけを，すでに正しいとわかっていることがらを根拠にして示すことを**証明**という。

- **三角形の合同の証明**
  ①問題にあう図をかき，記号をつける。
  ②問題の条件を，その記号を使って表す。
  ③問題の条件や図形の性質から，どの合同条件が成り立つかを考える。
  ④順序正しく，証明を書く。

ポイント

- **正三角形の性質**
  3つの角が等しく，60°である。



△ABCで，AB＝BC＝CAならば，∠A＝∠B＝∠C

4．定理と証明

基本ワーク

26 例題 **仮定と結論**

次のことがらの仮定と結論をいえ。

(1)　x が 10 の倍数ならば，x は 5 の倍数である。

(2)　△ABC≡△DEF ならば，∠A＝∠D である。

考え方　ことがら「PならばQである」のうち，P の部分が仮定，Q の部分が結論である。

27 次の用語の定義をいえ。

(1)　二等辺三角形　　(2)　鋭角三角形

(3)　長方形　　(4)　ひし形

28 次のことがらの仮定と結論をいえ。

(1)　x が 6 の約数ならば，x は 12 の約数である。

(2)　△ABC≡△DEF ならば，AC＝DF である。

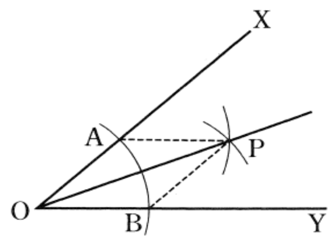
(3)　AB＝BC＝CA ならば，△ABC は正三角形である。

ポイント

- **定義**……用語の意味をはっきり述べたものを**定義**という。
- **定理**……正しいことが証明されたことがらのうち，重要なものを**定理**という。
- **仮定と結論**……「P ならば Q である」の形に書かれたことがらのうち，P の部分を「**仮定**」，Q の部分を「**結論**」という。

29 例題 **作図の証明**

右の図は，∠XOY の二等分線 OP の作図のし方を示したものである。次の各問いに答えよ。



(1)　作図のし方をいえ。

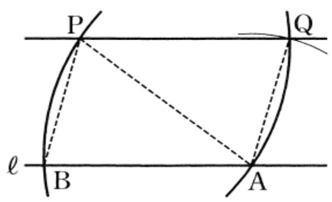
(2)　∠AOP＝∠BOP であることを証明せよ。

考え方　(2)　△AOP≡△BOPを示し，このことから結論を導く。

ポイント

- **作図の証明**
作図の確かめに，三角形の合同を用いることができる。その場合の合同条件は，多くの場合「3 辺相等」である。

30 右の図は，点Pを通り，直線 ℓ に平行な直線の作図のし方を示したものである。次の各問いに答えよ。



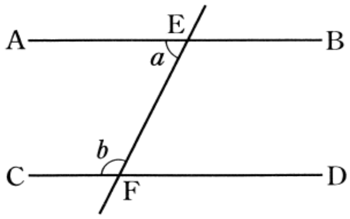
(1)　作図のし方をいえ。

(2)　PQ // ℓ であることを証明せよ。

基本ワーク

31 例題 角に関する証明

右の図で，AB∥CD のとき，$\angle a+\angle b=180^\circ$ である。次の各問いに答えよ。

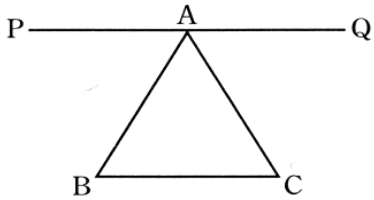


(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

考え方　2つの直線が平行ならば，錯角は等しい。

32　右の図で，PQ∥BC で，△ABC の頂点Aは線分 PQ 上にある。この図を用いて，三角形の内角の和は180°であることを証明せよ。



ポイント

● **平行線の性質**

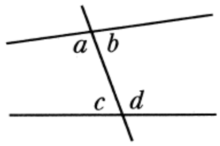
2直線が平行⇄ {同位角が等しい／錯角が等しい}

● **同側内角**

下図で，$\angle a$ と $\angle c$，$\angle b$ と $\angle d$ を**同側内角**という。

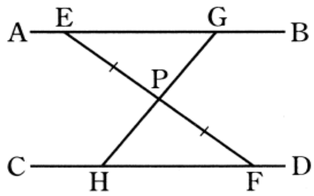
①平行線の同側内角の和は180°である。

②同側内角の和が180°ならば2直線は平行である。



33 例題 三角形の合同の利用

右の図で，AB∥CD であり，線分 EF の中点をPとする。点Pを通る直線を GH とするとき，EG＝FH である。次の各問いに答えよ。



(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

考え方　△PEG≡△PFH を示し，このことから結論を導く。

ポイント

● **三角形の合同条件の利用**

2つの線分の長さや角の大きさが等しいことを証明するとき，三角形の合同を利用することが多い。

● **三角形の合同条件**

①3辺相等

②2辺夾角

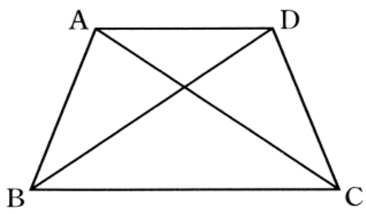
③2角夾辺

● **合同な図形の性質**

①対応する線分の長さは等しい。

②対応する角の大きさは等しい。

34　右の図の四角形 ABCD で，AB＝DC，BD＝CA のとき，∠ABD＝∠DCA である。次の各問いに答えよ。



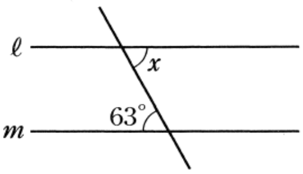
(1)　仮定と結論をかけ。

(2)　このことを証明せよ。

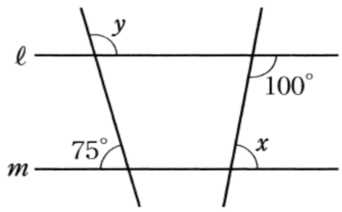
章のまとめ

1　次の各図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。

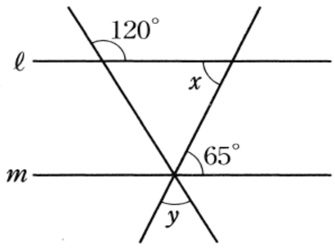
(1)



(2)

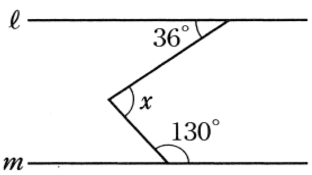


(3)

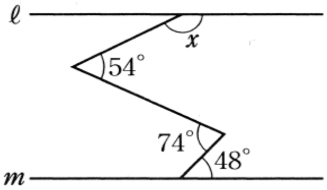


2　次の各図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

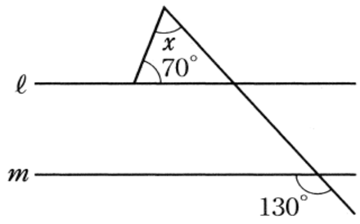
(1)



(2)

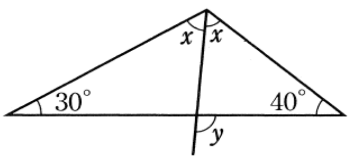


(3)

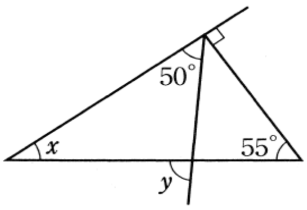


3　次の各図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。

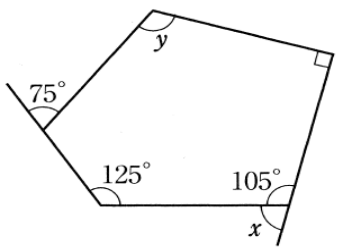
(1)



(2)



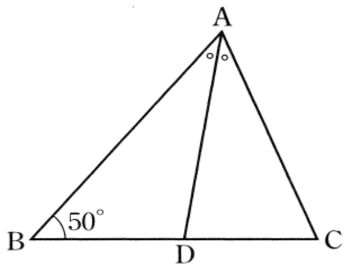
(3)



4　右の図の BA＝BC の二等辺三角形 ABC で，$\angle$BAC の二等分線と BC との交点をDとする。$\angle$B＝50° のとき，次の各問いに答えよ。

(1)　$\angle$ACD の大きさを求めよ。

(2)　$\angle$ADB の大きさを求めよ。



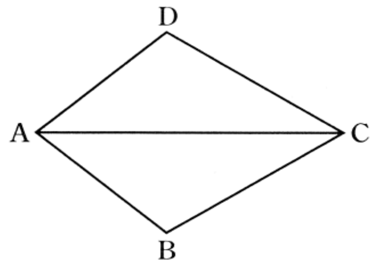
5　次の各問いに答えよ。

(1)　内角の和が 1260° の正多角形は正何角形か。

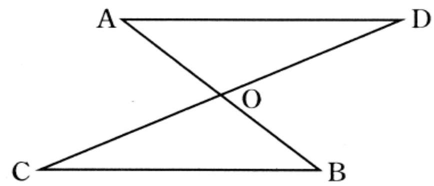
(2)　1つの内角の大きさが 144°の正多角形は正何角形か。

(3)　1つの頂点から 13 本の対角線がひける正多角形の，1つの外角の大きさを求めよ。

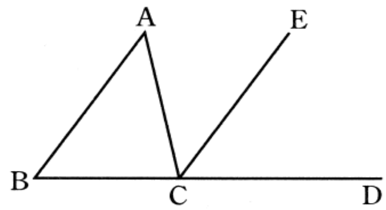
6　右の図の四角形 ABCD で，AB＝AD，BC＝DC ならば，∠BAC＝∠DAC であることを証明せよ。



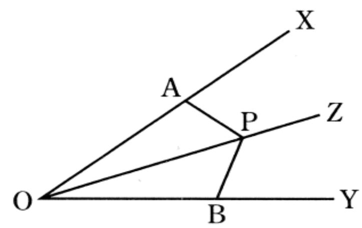
7　右の図で，線分 AB と線分 CD の交点をＯとすると，OA＝OB，OC＝OD である。このとき，AD // CB であることを証明せよ。



8　右の図のように，△ABC の辺 BC の延長上に点Ｄをとる。頂点Ｃを通り，辺 AB に平行な直線上に点Ｅをとるとき，∠ACD＝∠A＋∠B であることを証明せよ。



9　右の図で，OZ は∠XOY の二等分線である。半直線 OX，OY 上にそれぞれ点Ａ，Ｂを OA＝OB となるようにとるとき，AP＝BP であることを証明せよ。



10　右の図のように，AD // BC の台形 ABCD がある。線分 BD の中点をＥとし，線分 AE の延長と辺 BC との交点をＦとする。このとき，AD＝FB となることを証明せよ。