数学Ⅱ

特　色

本書は，学習指導要領をふまえ，各単元の標準的なレベルの問題を，年間を通じてじっくり完全マスターし，あわせて，受験への基礎対策用としても使用できるように編集されています。

数学は体系が整然としている学問ですから，１つの単元を把握するためには，それを構成している基本事項を正確に理解し，さらに，その単元における典型的な問題の解法パターンを習得することが必要です。

そこで本書では，各単元において，基本事項や重要事項を習得するための基本レベルの問題を取り上げ，それらを反復練習することでまず基礎を固め，続いて，単元の内容をより深く理解する上で必須となる標準レベルの問題を精選して，その解き方をパターンとして学ぶことによって，幅広い応用力が定着するようにしました。

構　成

○数学Ⅱで学習する事項を，６章47セクションに分けました。

○各セクションは原則として見開き２ページ構成で，年間計画がたてやすいよう配慮されています。

☆１セクションの構成

(セクション)

学習の要点	言葉による基本事項の説明。 公式や計算法則の例示。
↓	
基本問題	新しく学習する内容についての理解度をチェックする。 基本レベルの問題で構成。
↓	
例　題	単元を代表する標準レベルの問題を，解き方のパターンも含めて学習する。
↓	
標準問題 発展問題	例題の関連問題を解きながら，応用範囲の広い実戦力の養成をめざす。
↓	
章末問題	章全体のまとめと，程度の高い問題で応用力を養う。

もくじ

1章　式と証明

1　3次式の展開と因数分解

☆学習の要点☆

❶　3次式の展開　（複号同順）

(1)　$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

(2)　$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

❷　3次式の因数分解　（複号同順）

(1)　$a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3=(a\pm b)^3$

(2)　$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

●基本問題——●●

1　［$(a\pm b)^3$ の展開］　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+3)^3$　　(2)　$(x-2y)^3$

(3)　$(2x+3y)^3$　　(4)　$(3a-2b)^3$

2　［$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$ の展開］　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)(x^2-x+1)$　　(2)　$(a-2)(a^2+2a+4)$

(3)　$(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$　　(4)　$(3x-4y)(9x^2+12xy+16y^2)$

3　［$a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$ の因数分解］　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^3+3x^2+3x+1　　(2)　$a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$

4　［$a^3\pm b^3$ の因数分解］　次の式を因数分解せよ。

(1)　a^3+8　　(2)　x^3-1

(3)　$8x^3+27y^3$　　(4)　$64-27a^3$

例題 1　3次式の因数分解

次の式を因数分解せよ。

(1)　a^6-b^6　　　(2)　x^6-7x^3-8

着眼点　(1)　$a^6=(a^3)^2$，$b^6=(b^3)^2$ と考える。　(2)　$x^6=(x^3)^2$ と考える。

解　(1)　与式$=(a^3)^2-(b^3)^2$

$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$=(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$ ……答

(2)　与式$=(x^3)^2-7x^3-8$

$=(x^3+1)(x^3-8)$

$=(x+1)(x^2-x+1)(x-2)(x^2+2x+4)$

$=(x+1)(x-2)(x^2-x+1)(x^2+2x+4)$ ……答

5　**類題**　次の式を因数分解せよ。

(1)　$64x^6-y^6$　　　(2)　a^6+26a^3-27

▶標準問題◀◀

6　次の式を因数分解せよ。

(1)　$8a^3+64b^3$　　　(2)　a^4-27ab^3

(3)　$x^3y^3-z^3$　　　(4)　$(a+b)^3+8c^3$

(5)　x^6-2x^3+1　　　(6)　$x^3+y^3+3y^2+3y+1$

7　$x+y=-2$，$xy=-1$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　x^2+y^2　　　(2)　x^3+y^3　　　(3)　x^6+y^6

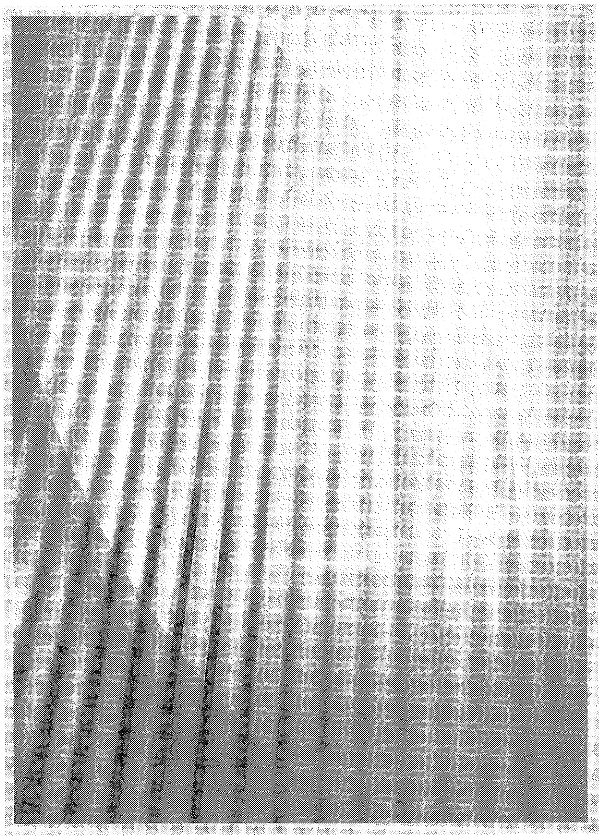
◆発展問題◆◆

8　等式 $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ を利用して，$a^3+b^3+c^3-3abc$ を因数分解せよ。

高校ゼミ・エセンス

数学Ⅱ

解答編



CKT

1章　式と証明

【p. 4】 1　3次式の展開と因数分解

1 (1) $x^3+9x^2+27x+27$

(2) $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$

(3) $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$

(4) $27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$

2 (1) x^3+1　(2) a^3-8

(3) $8a^3+b^3$　(4) $27x^3-64y^3$

3 (1) $(x+1)^3$　(2) $(a-2b)^3$

4 (1) $(a+2)(a^2-2a+4)$

(2) $(x-1)(x^2+x+1)$

(3) $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

(4) $-(3a-4)(9a^2+12a+16)$

【p. 5】

5 類題 (1) $(2x+y)(2x-y)$
$\times(4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2)$

(2) $(a-1)(a+3)(a^2+a+1)(a^2-3a+9)$

6 (1) $8(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$

(2) $a(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)$

(3) $(xy-z)(x^2y^2+xyz+z^2)$

(4) $(a+b+2c)(a^2+b^2+4c^2+2ab-2bc-2ca)$

(5) $(x-1)^2(x^2+x+1)^2$

(6) $(x+y+1)(x^2+y^2-xy-x+2y+1)$

7 (1) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=(-2)^2-2\times(-1)=\mathbf{6}$

(2) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$
$=(-2)^3-3\times(-1)\times(-2)=\mathbf{-14}$

(3) $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3=(x^3+y^3)^2-2(xy)^3$
$=(-14)^2-2\times(-1)^3=\mathbf{198}$

8 $a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc$
$=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$
$=(a+b+c)\{(a+b)^2-c(a+b)+c^2\}$
$-3ab(a+b+c)$
$=(a+b+c)\{(a+b)^2-c(a+b)+c^2-3ab\}$
$=\boldsymbol{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}$

【p. 6】 2　二項定理

9 (1) $(x+2)^5={}_5C_0x^5+{}_5C_1x^4\cdot2+{}_5C_2x^3\cdot2^2$
$+{}_5C_3x^2\cdot2^3+{}_5C_4x\cdot2^4+{}_5C_52^5$
$=\boldsymbol{x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32}$

(2) $(x-1)^6={}_6C_0x^6+{}_6C_1x^5(-1)^1+{}_6C_2x^4(-1)^2$
$+{}_6C_3x^3(-1)^3+{}_6C_4x^2(-1)^4+{}_6C_5x(-1)^5$
$+{}_6C_6(-1)^6$
$=\boldsymbol{x^6-6x^5+15x^4-20x^3+15x^2-6x+1}$

(3) $(2x+y)^4={}_4C_0(2x)^4+{}_4C_1(2x)^3y$
$+{}_4C_2(2x)^2y^2+{}_4C_32xy^3+{}_4C_4y^4$
$=\boldsymbol{16x^4+32x^3y+24x^2y^2+8xy^3+y^4}$

(4) $\left(x+\dfrac{y}{2}\right)^5={}_5C_0x^5+{}_5C_1x^4\cdot\dfrac{y}{2}+{}_5C_2x^3\left(\dfrac{y}{2}\right)^2$
$+{}_5C_3x^2\left(\dfrac{y}{2}\right)^3+{}_5C_4x\left(\dfrac{y}{2}\right)^4+{}_5C_5\left(\dfrac{y}{2}\right)^5$
$=\boldsymbol{x^5+\dfrac{5}{2}x^4y+\dfrac{5}{2}x^3y^2+\dfrac{5}{4}x^2y^3+\dfrac{5}{16}xy^4+\dfrac{y^5}{32}}$

10 (1) 一般項は ${}_5C_r(3x)^{5-r}2^r$
$5-r=2$ とすると，$r=3$
よって，x^2 の係数は，${}_5C_33^22^3=\mathbf{720}$

(2) 一般項は ${}_8C_rx^{8-r}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^r$
$8-r=4$ とすると，$r=4$
よって，x^4 の係数は，${}_8C_4\left(-\dfrac{1}{3}\right)^4=\mathbf{\dfrac{70}{81}}$

(3) 一般項は ${}_7C_r(2x)^{7-r}(3y)^r$
$r=4$ の場合で，係数は，${}_7C_42^33^4=\mathbf{22680}$

(4) 一般項は
${}_6C_r(x^2)^{6-r}(-2y)^r={}_6C_r(-2)^rx^{12-2r}y^r$
$r=2$ の場合で，係数は，${}_6C_2(-2)^2=\mathbf{60}$

11 (1) $a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4$
$+6ab^5+b^6$

(2) $x^8-8x^7y+28x^6y^2-56x^5y^3+70x^4y^4$
$-56x^3y^5+28x^2y^6-8xy^7+y^8$

12 (1) 一般項は $\dfrac{6!}{p!q!r!}a^pb^qc^r$
$p=2$，$q=3$，$r=1$ の場合で，
係数は，$\dfrac{6!}{2!3!1!}=\mathbf{60}$

(2) 一般項は，$\dfrac{7!}{p!q!r!}1^p(2a)^q(3b)^r$
$q=2$，$r=3$，$p=7-2-3=2$ の場合で，
係数は，$\dfrac{7!}{2!2!3!}2^23^3=\mathbf{22680}$

【p. 7】

13 類題　一般項は
$\dfrac{10!}{p!q!r!}1^px^q(x^2)^r=\dfrac{10!}{p!q!r!}x^{q+2r}$
x の係数は，0以上の整数 p，q，r が
$p+q+r=10$，$q+2r=1$ を満たす場合で，
よって，求める係数は，$\dfrac{10!}{9!1!0!}=\mathbf{10}$
また，x^4 の係数は，0以上の整数 p，q，r が
$p+q+r=10$，$q+2r=4$ を満たす場合で，
$(p,\ q,\ r)=(6,\ 4,\ 0)$，$(7,\ 2,\ 1)$，$(8,\ 0,\ 2)$
よって，求める係数は，
$\dfrac{10!}{6!4!0!}+\dfrac{10!}{7!2!1!}+\dfrac{10!}{8!0!2!}=\mathbf{615}$

14 (1) 二項定理の公式で $a=1$，$b=x$ とおくと，
$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots\cdots+{}_nC_nx^n$
……①
①に $x=1$ を代入すると，
${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots\cdots+{}_nC_n=2^n$

(2) ①に $x=-1$ を代入すると，
${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$

(3) 二項定理の公式で，$a=2$，$b=-1$ とすると，