

■ 数学 I

●ねらいと特色

本書は、高校の必修科目の1つである数学 I の内容を、基本的な事柄を中心に、じっくり時間をかけて理解することを目標として編集されています。

数学 I は高校数学の土台となる重要な科目であり、その内容をおろそかにしたままでは、あとで学習する上級の科目の理解はおぼつかなくなります。ですから、数学 I の基礎を確実に固めておくことはとても大切なのです。そのためには、基本となる事柄をしっかり把握したうえで、個々の問題の考え方、定理・公式の使い方に慣れることが何よりも大切です。

本書では、各単元の重要な学習項目、新しい学習項目、定理・公式・計算方法などを各項目ごとに例を用いてわかりやすく示したり、例題の考え方や解答を示したりすることで修得が速やかになるように工夫しました。また、理解を確かなものにするために、例や例題のあとでは精選された類題を生徒自身が解くようにしてあります。

さらに、いくつかの関連する項目をまとめて繰り返し問題を解くことで復習が絶えず可能となり、理解が定着できるようにしてあります。

本書を最大限に活用することで、数学 I の基礎力を大いに養ってください。

●構成と使い方

例・**例題**…**例**は、重要な学習項目、新しい学習項目、重要な定理・公式・計算方法などを確実に修得するために設けてあります。

また、**例題**は、新しく学習する項目の基本的かつ最重要な問題です。じっくり時間をかけて読み、理解することが大切です。

類題…**例**や**例題**で学習した考え方、解き方を時間をおかずに自分自身の力で解くことで、理解を確かなものにします。

問題 A・B…いくつかの関連する項目をまとめて反復練習します。A問題は類題と同一レベル、B問題はやや発展した問題を収録してあります。

章末問題…各章のまとめの問題です。基本問題・発展問題の2段階構成で、やや程度の高い問題も含まれています。各章の学習の仕上げとしてアタックしてください。

もくじ

第1章 数と式

1 整式	4	6 1次不等式	26
2 整式の乗法	6	問題A・B	30
問題A・B	10	7 集合	32
3 因数分解	12	8 命題と条件	34
問題A・B	16	9 命題と証明	38
4 実数	18	問題A・B	40
5 平方根	21	章末問題	42
問題A・B	24		

第2章 2次関数

10 関数とグラフ	44	14 2次方程式	64
11 2次関数のグラフ	47	問題A・B	68
問題A・B	52	15 2次関数のグラフと x 軸の位置関係	70
12 2次関数の最大・最小	54	問題A・B	75
問題A・B	58	16 2次不等式	76
13 2次関数の決定	60	問題A・B	83
問題A・B	63	章末問題	85

第3章 図形と計量

17 鋭角の三角比	88	20 正弦定理と余弦定理	100
問題A・B	91	問題A・B	106
18 鈍角の三角比	92	21 三角形の面積	108
問題A・B	95	22 空間図形への応用	110
19 三角比の相互関係	96	問題A・B	112
問題A・B	99	章末問題	114

第4章 データの分析

23 データの整理	116	26 データの相関	125
24 データの代表値	118	問題A・B	128
25 データの散らばり	121	章末問題	130

重要事項	132
平方・立方・平方根の表	135
三角比の表	136

1

整式

① 単項式の係数と次数

- ① 単項式において、数の部分をその単項式の係数^{けいすう}といい、かけ合わせた文字の個数を、その単項式の次数^{じすう}という。

例 (1) $3x^2$ の係数は 3, 次数は 2 (2) $4abx^3$ の係数は 4, 次数は 5

- ② 単項式が 2 種類以上の文字を含むとき、特定の文字に着目して次数を考えることがある。この場合、残りの文字は数と同じように扱う。

例 単項式 $4abx^3$ において、 x に着目すると、係数は $4ab$, 次数は 3
 a と b に着目すると、係数は $4x^3$, 次数は 2

1 次の単項式の係数と次数をいえ。

- (1) $-3a^2$ (2) $2x$ (3) a^2 (4) $-x^3$ (5) $4ab^2$

2 単項式 $5a^3bx^2$ において、次の文字に着目するとき、その係数と次数をいえ。

- (1) x (2) a (3) a と b

② 整式の次数

- ① 単項式と多項式を合わせて整式という。
 ② 整式において、最も次数の高い項の次数を、その整式の次数という。
 また、次数が n の整式を n 次式という。

例 $3x^2-4x+1$ の次数は 2 だから、2 次式である。

- ③ 整式が 2 種類以上の文字を含むとき、特定の文字に着目して次数を考えることがある。整式の項の中で、着目した文字を含まない項を定数項という。

例 整式 $3x^2y-4x+1$ の次数

- (1) x に着目すると 2 (2) y に着目すると 1 (3) x と y に着目すると 3

3 次の整式は何次式か。

- (1) x^3+3x^2+2x+4 (2) $3+2a+4a^2$

4 整式 $2x^3+3x^2y^4+1$ において、次の文字に着目するとき、その次数と定数項をいえ。

- (1) x (2) y (3) x と y

3 整式の整理

- ① 整式において、文字の部分が同じである項を、^{どうるいこう}同類項という。

$$\text{同類項をまとめる} \\ ma+na=(m+n)a$$

- ② 整式の整理は、一般的に次のように行う。

[1] 同類項をまとめ、各項を次数の高い方(低い方)から順に並べる。

[2] 文字が2種類以上ある場合は、指定された文字について[1]のように整理する。

- ③ 次数の高い方から並べる並べ方を、降べきの順に整理するという。

例 $x^2+9x-1-6x-2x^3-5x^2$ を降べきの順に整理すると、
 $-2x^3+(1-5)x^2+(9-6)x-1=-2x^3-4x^2+3x-1$

例 $x^2+xy+y^2+x+y+2$ を、 x について降べきの順に整理すると、
 $x^2+(y+1)x+(y^2+y+2)$

- 5 次の整式を降べきの順に整理せよ。

(1) $3-4x+3x^2+6x$

(2) $2x-4x^3+6x^2-x+3x^3$

- 6 次の整式を、[]内の文字について降べきの順に整理せよ。

(1) $x^2+y^2+xy+2x+4$ [x]

(2) $2y-2x^2y^2+xy^2+y+1$ [y]

4 整式の加法と減法

- 整式の和、差を求めるためには、同類項をまとめて計算すればよい。

例 $A=2x^3+2x^2+6x-1$, $B=-x^3+3x^2-x+8$ のとき、

(1) $A+B=(2x^3+2x^2+6x-1)+(-x^3+3x^2-x+8)$
 $=2x^3+2x^2+6x-1-x^3+3x^2-x+8$
 $=(2-1)x^3+(2+3)x^2+(6-1)x+(-1+8)$
 $=x^3+5x^2+5x+7$

(2) $A-B=(2x^3+2x^2+6x-1)-(-x^3+3x^2-x+8)$
 $=2x^3+2x^2+6x-1+x^3-3x^2+x-8$
 $=(2+1)x^3+(2-3)x^2+(6+1)x+(-1-8)$
 $=3x^3-x^2+7x-9$

$$(1) \begin{array}{r} 2x^3+2x^2+6x-1 \\ +) -x^3+3x^2-x+8 \\ \hline x^3+5x^2+5x+7 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} 2x^3+2x^2+6x-1 \\ -) -x^3+3x^2-x+8 \\ \hline 3x^3-x^2+7x-9 \end{array}$$

- 7 次の整式 A , B について、 $A+B$, $A-B$ を計算せよ。

(1) $A=2x^2+3xy+y^2$, $B=x^2+xy-y^2$

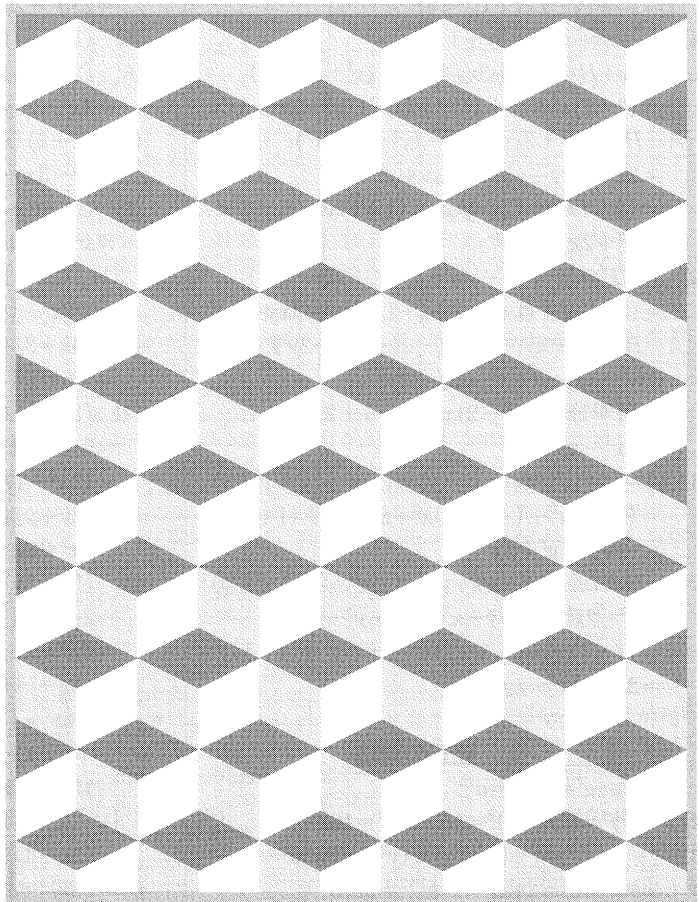
(2) $A=x^2+xy-y^2$, $B=-x^2+2xy-2y^2$

(3) $A=x^3-2x^2-xy+y$, $B=-x^3+2x^2+y^2+y$

高校ゼミ・スタンダード

数学I

解答編



第1章 数と式

p.4~5

① 整式

1 (1) 係数...-3, 次数...2

(2) 係数...2, 次数...1

(3) 係数...1, 次数...2

(4) 係数...-1, 次数...3

(5) 係数...4, 次数...3

2 (1) 係数... $5a^3b$, 次数...2

(2) 係数... $5bx^2$, 次数...3

(3) 係数... $5x^2$, 次数...4

3 (1) 3次式 (2) 2次式

4 (1) 次数...3, 定数項...1

(2) 次数...4, 定数項... $2x^3+1$

(3) 次数...6, 定数項...1

5 (1) $3x^2 + (-4+6)x + 3 = 3x^2 + 2x + 3$

(2) $(-4+3)x^3 + 6x^2 + (2-1)x = -x^3 + 6x^2 + x$

6 (1) $x^2 + (y+2)x + (y^2+4)$

(2) $(-2x^2+x)y^2 + 3y + 1$

7 (1) $A+B = (2x^2+3xy+y^2) + (x^2+xy-y^2)$

$$= (2+1)x^2 + (3+1)xy + (1-1)y^2 = 3x^2 + 4xy$$

$$A-B = (2x^2+3xy+y^2) - (x^2+xy-y^2)$$

$$= 2x^2 + 3xy + y^2 - x^2 - xy + y^2$$

$$= (2-1)x^2 + (3-1)xy + (1+1)y^2$$

$$= x^2 + 2xy + 2y^2$$

(2) $A+B = (x^2+xy-y^2) + (-x^2+2xy-2y^2)$

$$= (1-1)x^2 + (1+2)xy + (-1-2)y^2 = 3xy - 3y^2$$

$$A-B = (x^2+xy-y^2) - (-x^2+2xy-2y^2)$$

$$= x^2 + xy - y^2 + x^2 - 2xy + 2y^2$$

$$= (1+1)x^2 + (1-2)xy + (-1+2)y^2$$

$$= 2x^2 - xy + y^2$$

(3) $A+B = (x^3-2x^2-xy+y) + (-x^3+2x^2+y^2+y)$

$$= (1-1)x^3 + (-2+2)x^2 - xy + y^2 + (1+1)y$$

$$= -xy + y^2 + 2y$$

$$A-B = (x^3-2x^2-xy+y) - (-x^3+2x^2+y^2+y)$$

$$= x^3 - 2x^2 - xy + y + x^3 - 2x^2 - y^2 - y$$

$$= (1+1)x^3 + (-2-2)x^2 - xy - y^2 + (1-1)y$$

$$= 2x^3 - 4x^2 - xy - y^2$$

p.6~9

② 整式の乗法

1 (1) $a^3 \times a^7 = a^{3+7} = a^{10}$

(2) $(2x^2)^4 = 2^4 \times (x^2)^4 = 16 \times x^{2 \times 4} = 16x^8$

(3) $(-3xy^3)^2 = (-3)^2 \times x^2 \times (y^3)^2 = 9x^2y^6$

(4) $a^2b \times 3ab^3 = 3 \times a^{2+1} \times b^{1+3} = 3a^3b^4$

(5) $(-2ab^2) \times a^3b = -2 \times a^{1+3} \times b^{2+1} = -2a^4b^3$

(6) $(-2xy^2)^3 \times (-2x^2y)^2 = -8x^3y^6 \times 4x^4y^2$

$$= \{(-8) \times 4\} \times x^{3+4} \times y^{6+2} = -32x^7y^8$$

2 (1) $2x^3 - 6x^2 + 2x$

(2) $-2x^5 + 2x^3 + 2x^2$

(3) $2x^3 - 6x^2 + 2x$

(4) $-3x^4 - 3x^3 + 3x$

3 (1) $(2x-1)(3x+1) = 2x(3x+1) - (3x+1)$

$$= 6x^2 + 2x - 3x - 1 = 6x^2 - x - 1$$

(2) $(4x+y)(2x-3y) = 4x(2x-3y) + y(2x-3y)$

$$= 8x^2 - 12xy + 2xy - 3y^2 = 8x^2 - 10xy - 3y^2$$

(3) $(-x+2)(4x+1) = -x(4x+1) + 2(4x+1)$

$$= -4x^2 - x + 8x + 2 = -4x^2 + 7x + 2$$

(4) $(a-2)(a^2+a-1) = a(a^2+a-1) - 2(a^2+a-1)$

$$= a^3 + a^2 - a - 2a^2 - 2a + 2 = a^3 - a^2 - 3a + 2$$

4 (1) $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

(2) $(3x-1)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1$

(3) $(3x+2y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2$

$$= 9x^2 + 12xy + 4y^2$$

(4) $(5a-2b)^2 = (5a)^2 - 2 \cdot 5a \cdot 2b + (2b)^2$

$$= 25a^2 - 20ab + 4b^2$$

(5) $(4x+5)(4x-5) = (4x)^2 - 5^2 = 16x^2 - 25$

(6) $(2x-5y)(2x+5y) = (2x)^2 - (5y)^2$

$$= 4x^2 - 25y^2$$

(7) $(x+3)(x-6) = x^2 + \{3 + (-6)\}x + 3 \cdot (-6)$

$$= x^2 - 3x - 18$$

(8) $(x-3)(x-5) = x^2 + \{(-3) + (-5)\}x + (-3) \cdot (-5)$

$$= x^2 - 8x + 15$$

5 (1) $(2x+1)(3x+2)$

$$= 2 \cdot 3x^2 + (2 \cdot 2 + 1 \cdot 3)x + 1 \cdot 2 = 6x^2 + 7x + 2$$

(2) $(4x+3)(6x+1)$

$$= 4 \cdot 6x^2 + (4 \cdot 1 + 3 \cdot 6)x + 3 \cdot 1 = 24x^2 + 22x + 3$$

(3) $(3x-5)(4x+1)$

$$= 3 \cdot 4x^2 + \{3 \cdot 1 + (-5) \cdot 4\}x + (-5) \cdot 1$$

$$= 12x^2 - 17x - 5$$

(4) $(2x+y)(3x+y) = 2 \cdot 3x^2 + (2 \cdot 1 + 1 \cdot 3)xy + y^2$

$$= 6x^2 + 5xy + y^2$$

(5) $(2x+3y)(3x-2y)$

$$= 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3\}xy + 3y \cdot (-2y)$$

$$= 6x^2 + 5xy - 6y^2$$

(6) $(3x-y)(5x-2y)$

$$= 3 \cdot 5x^2 + \{3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 5\}xy$$

$$+ (-y) \cdot (-2y)$$

$$= 15x^2 - 11xy + 2y^2$$

6 (1) $(3x+4)(9x^2-12x+16)$

$$= (3x+4)\{(3x)^2 - 3x \cdot 4 + 4^2\}$$

$$= (3x)^3 + 4^3 = 27x^3 + 64$$

(2) $(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$

$$= (4x-3y)\{(4x)^2 + 4x \cdot 3y + (3y)^2\}$$

$$= (4x)^3 - (3y)^3 = 64x^3 - 27y^3$$