数学A

●ねらいと特色

本書は，高校の重要科目である数学Aの内容を，基本的な事柄を中心に，じっくり時間をかけて理解することを目標として編集されています。

数学Aは高校数学の土台となる重要な科目であり，その内容をおろそかにしたままでは，あとで学習する上級の科目の理解はおぼつかなくなります。ですから，数学Aの基礎を確実に固めておくことはとても大切なのです。そのためには，基本となる事柄をしっかり把握したうえで，個々の問題の考え方，定理・公式の使い方に慣れることが何よりも大切です。

本書では，各単元の重要な学習項目，新しい学習項目，定理・公式・計算方法などを各項目ごとに例を用いてわかりやすく示したり，例題の考え方や解答を示したりすることで修得が速やかになるように工夫しました。また，理解を確かなものにするために，例や例題のあとでは精選された類題を生徒自身が解くようにしてあります。

さらに，いくつかの関連する項目をまとめて繰り返し問題を解くことで復習が絶えず可能となり，理解が定着できるようにしてあります。

本書を最大限に活用することで，数学Aの基礎力を大いに養ってください。

●構成と使い方

例・**例題**…**例**は，重要な学習項目，新しい学習項目，重要な定理・公式・計算方法などを確実に修得するために設けてあります。また，**例題**は，新しく学習する項目の基本的かつ最重要な問題です。じっくり時間をかけて読み，理解することが大切です。

類題…**例**や**例題**で学習した考え方，解き方を時間をおかずに自分自身の力で解くことで，理解を確かなものにします。

問題A・B…いくつかの関連する項目をまとめて反復練習します。A問題は類題と同一レベル，B問題はやや発展した問題を収録してあります。

章末問題…各章のまとめの問題です。基本問題・発展問題の2段階構成で，やや程度の高い問題も含まれています。各章の学習の仕上げとしてアタックしてください。

もくじ

第2章 確率

5 事象と確率

1 試行と事象

❶ 「さいころを投げる」などのように，同じ状態のもとで繰り返すことのできる実験や観察を**試行**といい，試行の結果として起きる事柄を**事象**という。

❷ ある試行の結果において，これ以上細かく分けることのできない事象を**根元事象**という。また，根元事象の全体からなる事象を**全事象**という。

例 1つのさいころを投げる試行において，

根元事象は，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{4\}$，$\{5\}$，$\{6\}$ ←― 事象は集合の形で表す。

全事象は，$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，偶数の目が出る事象は，$\{2,\ 4,\ 6\}$

例 白玉3個，赤玉2個が入った袋から2個を同時に取り出す試行において，3個の白玉をa_1，a_2，a_3，2個の赤玉をb_1，b_2で表して，たとえば，a_1，a_2を取り出すことを$(a_1,\ a_2)$と表すものとするとき，

根元事象は，$\{(a_1,\ a_2)\}$，$\{(a_1,\ a_3)\}$，$\{(a_2,\ a_3)\}$，$\{(a_1,\ b_1)\}$，$\{(a_1,\ b_2)\}$，
$\{(a_2,\ b_1)\}$，$\{(a_2,\ b_2)\}$，$\{(a_3,\ b_1)\}$，$\{(a_3,\ b_2)\}$，$\{(b_1,\ b_2)\}$

1 10円硬貨1枚と100円硬貨1枚の2枚の硬貨を投げる試行において，表が出ることを1，裏が出ることを0で表し，10円が裏，100円が表が出ることを$(0,\ 1)$のように書くものとする。このとき，すべての根元事象を書き表せ。

2 さいころと確率①

❶ ある試行において，どの根元事象が起こることも同程度に期待できるとき，これらの根元事象は**同様に確からしい**という。

❷ 試行の根元事象のうち，どれが起こることも同様に確からしいとき，

$n(U)$：全事象Uに属する根元事象の数　　$n(A)$：事象Aに属する根元事象の数として，事象Aの起こる確率$P(A)$を次のように定める。

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}=\frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

例 1個のさいころを投げるとき，6の約数の目が出る確率は

全事象をU，6の約数の目が出るという事象をAとすると，

$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ より，$n(U)=6$，$n(A)=4$

よって，$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

2 1個のさいころを投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 奇数の目が出る。　　(2) 3の目が出る。

(3) 3以下の目が出る。　　(4) 素数の目が出る。

3 さいころと確率②

例題 2個のさいころを同時に投げるとき，出る目の和が4以下になる確率を求めよ。

考え方 まず，全事象Uの根元事象の数$n(U)$，すなわち，起こりうるすべての場合の数を求める。

解答 2個のさいころを同時に投げるときの目の出方は，$6\times6=36$(通り)

このうち，目の和が4以下になる場合は，

(1, 1)，(1, 2)，(1, 3)，(2, 1)，(2, 2)，(3, 1)

の6通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ 答

	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○			
2	○	○				
3	○					
4						
5						
6						

3 2個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 目の和が5になる。　　(2) 2個とも同じ目が出る。

(3) 目の和が偶数になる。　　(4) 目の積が5の倍数になる。

4 硬貨と確率

例題 3枚の硬貨を同時に投げるとき，そのうち1枚だけ表が出る確率を求めよ。

考え方 1枚について，表，裏の2通りの出方がある。

解答 3枚の硬貨に，それぞれ表，裏の2通りの出方がある。

よって，起こりうるすべての場合の数は，$2\times2\times2=8$(通り)

このうち，1枚だけ表が出る場合は，

(表，裏，裏)，(裏，表，裏)，(裏，裏，表)の3通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{3}{8}$ 答

4 3枚の硬貨を同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 3枚とも表が出る。　　(2) 1枚だけ裏が出る。

5 順列と確率

例題　A, B, C, D, Eの5文字を1列に並べるとき，AとBが隣り合う確率を求めよ。

考え方　分母と分子を順列の計算により求める。

○ $\boxed{\mathrm{AB}}$ ○ ○
○ $\boxed{\mathrm{BA}}$ ○ ○

解答　5文字の並べ方は，全部で，5! 通りある。
AとBが隣り合う場合の数は，2×4! 通りある。
よって，求める確率は，$\dfrac{2\times4!}{5!}=\dfrac{2\times4\cdot3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\dfrac{2}{5}$　答

約分のしやすい形にする。

5　A, B, C, D, Eの5文字を1列に並べるとき，次の確率を求めよ。
(1)　まん中にAがくる確率　　(2)　両端がA，Bになる確率
(3)　A，B，Cの3文字が隣り合う確率

6　5, 6, 7, 8, 9の5個の数字から異なる3個を選んで，3桁の整数をつくるとき，次のような整数ができる確率を求めよ。
(1)　奇数である確率　　(2)　900以上の数である確率

6 組合せと確率①

例題　白玉6個，赤玉2個が入っている袋から，よくかき混ぜて2個を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。
(1)　2個とも白玉である確率　　(2)　白玉と赤玉が1個ずつである確率

考え方　「選ぶ」あるいは「取り出す」場合の数は，組合せで求める。同じ色の玉でも区別して考える。

解答　8個の玉から2個の玉の取り出し方は ${}_8C_2$ 通りである。
(1)　2個とも白玉である場合は ${}_6C_2$ 通りより，求める確率は，$\dfrac{{}_6C_2}{{}_8C_2}=\dfrac{15}{28}$　答
(2)　白玉と赤玉が1個ずつである場合は ${}_6C_1\times{}_2C_1$ 通りより，
求める確率は，$\dfrac{{}_6C_1\times{}_2C_1}{{}_8C_2}=\dfrac{3}{7}$　答

7　白玉5個，赤玉4個が入っている袋から，よくかき混ぜて3個を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。
(1)　3個とも赤玉である確率　　(2)　3個とも白玉である確率
(3)　白玉1個と赤玉2個である確率　　(4)　白玉2個と赤玉1個である確率

7 組合せと確率②

例 題 10本のくじの中に当たりくじが 4 本入っている。このくじを同時に 3 本引くとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 3 本とも当たりくじである。 (2) 2 本だけ当たりくじである。

考え方 10本のくじの中に，当たりくじが 4 本，はずれくじが 6 本ある。「3 本の引き方」は，3 本の選び方となる。

解 答 10本のくじから 3 本のくじの引き方は，${}_{10}C_3$通りである。

(1) 3 本とも当たりくじとなる場合は，${}_4C_3$通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{4}{120}=\mathbf{\dfrac{1}{30}}$ 答

(2) 2 本だけ当たる場合は，${}_4C_2\times{}_6C_1$ 通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_4C_2\times{}_6C_1}{{}_{10}C_3}=\dfrac{6\times6}{120}=\mathbf{\dfrac{3}{10}}$ 答

8 16本のくじの中に当たりくじが 5 本入っている。このくじを同時に 3 本引くとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 3 本ともはずれくじである。 (2) 1 本だけ当たりくじである。

8 組合せと確率③

例 題 男子 8 人，女子 3 人の中から 3 人の委員を選ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 男子 2 人，女子 1 人が選ばれる。

(2) 特定の男子A，Bの 2 人を含んで 3 人を選ぶ。

考え方 (1) 男子 2 人，女子 1 人の選び方は積の法則による。

(2) A，B以外の 9 人から残り 1 人を選ぶ。

解 答 11人から 3 人の委員の選び方は，${}_{11}C_3$通りである。

(1) 男子 2 人，女子 1 人の選び方は，${}_8C_2\times{}_3C_1$ 通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_8C_2\times{}_3C_1}{{}_{11}C_3}=\dfrac{28\times3}{165}=\mathbf{\dfrac{28}{55}}$ 答

(2) A，B以外のもう 1 人の選び方は，${}_9C_1$通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_9C_1}{{}_{11}C_3}=\dfrac{9}{165}=\mathbf{\dfrac{3}{55}}$ 答

9 上の 例 題 について，さらに，次の場合の確率を求めよ。

(1) 男子だけ 3 人が選ばれる。 (2) 男子 1 人，女子 2 人が選ばれる。

(3) 11人の中の特定のA，B，C，D，Eから 3 人が選ばれる。

高校ゼミ・スタンダード

数学A

解答編

第2章　確率

p.24～27　⑤　**事象と確率**

1　$\{(0,\ 0)\}$，$\{(0,\ 1)\}$，$\{(1,\ 0)\}$，$\{(1,\ 1)\}$

2　全事象 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

(1)　奇数の目が出るという事象を A とすると，$A=\{1,\ 3,\ 5\}$ より，その根元事象の数は 3

よって，$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\dfrac{3}{6}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

(2)　3 の目が出るという事象を A とすると，$A=\{3\}$ より，その根元事象の数は 1

よって，$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$

(3)　3 以下の目が出るという事象を A とすると，$A=\{1,\ 2,\ 3\}$ より，その根元事象の数は 3

よって，$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\dfrac{3}{6}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

(4)　素数の目が出るという事象を A とすると，$A=\{2,\ 3,\ 5\}$ より，その根元事象の数は 3

よって，$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\dfrac{3}{6}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

3　2 個のさいころを同時に投げるとき，目の出方は，$6\times6=36$(通り)

(1)　目の和が 5 になる場合は，(1，4)，(2，3)，(4，1)，(3，2)の 4 通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{4}{36}=\mathbf{\dfrac{1}{9}}$

(2)　2 個とも同じ目が出る場合は，(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6)の 6 通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{6}{36}=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$

(3)　2 個とも偶数の目が出るか，2 個とも奇数の目が出るかの場合で，

$3\times3+3\times3=18$(通り)

よって，求める確率は，$\dfrac{18}{36}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

(4)　目の積が 5 の倍数になる場合は，右の図のように，11通りである。よって，求める確率は，$\mathbf{\dfrac{11}{36}}$

	1	2	3	4	5	6
1					○	
2					○	
3					○	
4					○	
5	○	○	○	○	○	○
6					○	

4　3 枚の硬貨の表裏の出方は，$2\times2\times2=8$(通り)

(1)　3 枚とも表が出る場合は 1 通りだから，求める確率は，$\mathbf{\dfrac{1}{8}}$

(2)　1 枚だけ裏が出る場合は，(表，表，裏)，(表，裏，表)，(裏，表，表)の 3 通りである。

よって，求める確率は，$\mathbf{\dfrac{3}{8}}$

5　5 文字の並べ方は，全部で，5! 通りある。

(1)　A以外の 4 個の文字の並べ方は，4! 通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{4!}{5!}=\mathbf{\dfrac{1}{5}}$

(2)　両端のA，Bの並べ方は，A○○○B，B○○○Aの 2 通りある。間の 3 文字の並び方は 3! 通りあるから，両端がA，Bになる並び方は，$2\times3!$ 通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{2\times3!}{5!}=\mathbf{\dfrac{1}{10}}$

(3)　A，B，CのひとまとめとD，Eの並べ方は 3! 通りあり，そのそれぞれに対して，A，B，Cの並べ方が 3! 通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{3!\times3!}{5!}=\mathbf{\dfrac{3}{10}}$

6　3 桁の整数は全部で ${}_5P_3$ 個できる。

(1)　一の位が 5，7，9 のとき，それぞれ ${}_4P_2$ 個ずつできるから，求める確率は，

$\dfrac{3\times{}_4P_2}{{}_5P_3}=\dfrac{3\times4\cdot3}{5\cdot4\cdot3}=\mathbf{\dfrac{3}{5}}$

(2)　900以上の数は，${}_4P_2$ 個できる。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_4P_2}{{}_5P_3}=\dfrac{4\cdot3}{5\cdot4\cdot3}=\mathbf{\dfrac{1}{5}}$

7　9 個から 3 個の玉の取り出し方は ${}_9C_3$ 通りである。

(1)　3 個とも赤玉である場合は ${}_4C_3$ 通りより，求める確率は，$\dfrac{{}_4C_3}{{}_9C_3}=\dfrac{4}{84}=\mathbf{\dfrac{1}{21}}$

(2)　3 個とも白玉である場合は ${}_5C_3$ 通りより，求める確率は，$\dfrac{{}_5C_3}{{}_9C_3}=\dfrac{10}{84}=\mathbf{\dfrac{5}{42}}$

(3)　白玉 1 個と赤玉 2 個である場合は ${}_5C_1\times{}_4C_2$ 通りより，求める確率は，

$\dfrac{{}_5C_1\times{}_4C_2}{{}_9C_3}=\dfrac{5\times6}{84}=\mathbf{\dfrac{5}{14}}$

(4)　白玉 2 個と赤玉 1 個である場合は ${}_5C_2\times{}_4C_1$ 通りより，求める確率は，

$\dfrac{{}_5C_2\times{}_4C_1}{{}_9C_3}=\dfrac{10\times4}{84}=\mathbf{\dfrac{10}{21}}$

8　16本のくじから 3 本のくじの引き方は ${}_{16}C_3$ 通りである。

(1)　3 本ともはずれである場合は，${}_{11}C_3$ 通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_{11}C_3}{{}_{16}C_3}=\mathbf{\dfrac{33}{112}}$

(2)　1本だけ当たりくじである場合は，
${}_5C_1\times{}_{11}C_2$ 通りある。

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_5C_1\times{}_{11}C_2}{{}_{16}C_3}=\mathbf{\dfrac{55}{112}}$

9　(1)　$\dfrac{{}_8C_3}{{}_{11}C_3}=\mathbf{\dfrac{56}{165}}$

(2)　$\dfrac{{}_8C_1\times{}_3C_2}{{}_{11}C_3}=\dfrac{8\times3}{165}=\mathbf{\dfrac{8}{55}}$

(3)　$\dfrac{{}_5C_3}{{}_{11}C_3}=\dfrac{10}{165}=\mathbf{\dfrac{2}{33}}$

p.28～31　⑥　確率の基本性質

1　$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{3,\ 6,\ 9\}$，
$C=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ である。

(1)　$A\cup B=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$

(2)　$A\cup C=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

(3)　$A\cap B=\{3\}$

(4)　$A\cap C=\{3,\ 5,\ 7\}$

2　集合で表すと，
$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$，$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$，
$C=\{4,\ 8\}$，$D=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$
よって，$B\cap C=\phi$，$C\cap D=\phi$ より，互いに排反である事象は，***BとC，CとD***

3　18個の玉から2個の玉の取り出し方は ${}_{18}C_2$ 通り。

2個とも白玉である確率は，$\dfrac{{}_{10}C_2}{{}_{18}C_2}=\dfrac{5}{17}$

2個とも赤玉である確率は，$\dfrac{{}_8C_2}{{}_{18}C_2}=\dfrac{28}{153}$

2つの事象は排反事象であるから，求める確率は，

$\dfrac{5}{17}+\dfrac{28}{153}=\mathbf{\dfrac{73}{153}}$

4　ジョーカーを除いた1組のトランプは52枚である。

(1)　絵札は12枚あるから，その選ぶ確率は，$\dfrac{12}{52}$

エースは4枚あるから，その選ぶ確率は，$\dfrac{4}{52}$

2つの事象は排反事象であるから，求める確率は，$\dfrac{12}{52}+\dfrac{4}{52}=\dfrac{16}{52}=\mathbf{\dfrac{4}{13}}$

(2)　ハートの札の出る確率は，$\dfrac{13}{52}$

スペードのエースの出る確率は，$\dfrac{1}{52}$

2つの事象は排反事象であるから，求める確率は，$\dfrac{13}{52}+\dfrac{1}{52}=\dfrac{14}{52}=\mathbf{\dfrac{7}{26}}$

5　各等に当たる事象は互いに排反だから，求める確率は，$\dfrac{3}{100}+\dfrac{5}{100}+\dfrac{20}{100}=\dfrac{28}{100}=\mathbf{\dfrac{7}{25}}$

6　15個の玉から3個の玉の取り出し方は ${}_{15}C_3$ 通り。

(1)　3個とも白玉である確率は，$\dfrac{{}_8C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{56}{455}$

3個とも赤玉である確率は，$\dfrac{{}_4C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{4}{455}$

3個とも青玉である確率は，$\dfrac{{}_3C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{1}{455}$

3つの事象は互いに排反だから，求める確率は，

$\dfrac{56}{455}+\dfrac{4}{455}+\dfrac{1}{455}=\mathbf{\dfrac{61}{455}}$

(2)　白玉と赤玉を合わせた12個から2個と，青玉3個から1個を取り出す場合だから，求める確率は，$\dfrac{{}_{12}C_2\times{}_3C_1}{{}_{15}C_3}=\mathbf{\dfrac{198}{455}}$

7　(1)　同じ目が出る。

(2)　2回とも奇数の目が出る。

8　偶数の目が少なくとも1個出る事象の余事象は2個とも奇数の目が出る事象である。
2個とも奇数が出る場合は，$3\times3=9$(通り)

その確率は，$\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

よって，求める確率は，$1-\dfrac{1}{4}=\mathbf{\dfrac{3}{4}}$

9　(1)　3枚とも裏が出るという事象の余事象の確率だから，$1-\dfrac{1}{2^3}=1-\dfrac{1}{8}=\mathbf{\dfrac{7}{8}}$

(2)　A，Bが隣り合うという事象の余事象の確率だから，$1-\dfrac{2\times5!}{6!}=1-\dfrac{1}{3}=\mathbf{\dfrac{2}{3}}$

(3)　3人とも男子が選ばれるという事象の余事象の確率だから，$1-\dfrac{{}_4C_3}{{}_7C_3}=1-\dfrac{4}{35}=\mathbf{\dfrac{31}{35}}$

(4)　3個とも赤玉が出るという事象の余事象の確率だから，$1-\dfrac{{}_4C_3}{{}_9C_3}=1-\dfrac{1}{21}=\mathbf{\dfrac{20}{21}}$

10　(1)　6の倍数であるという事象を A，8の倍数であるという事象を B とすると，
$A=\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots,\ 6\cdot16\}$，
$B=\{8\cdot1,\ 8\cdot2,\ \cdots,\ 8\cdot12\}$，
$A\cap B=\{24\cdot1,\ 24\cdot2,\ 24\cdot3,\ 24\cdot4\}$ より，

$P(A)=\dfrac{16}{100}$，$P(B)=\dfrac{12}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{4}{100}$

よって，$P(A\cup B)=\dfrac{16}{100}+\dfrac{12}{100}-\dfrac{4}{100}=\dfrac{24}{100}$

$=\mathbf{\dfrac{6}{25}}$