■センター数学ⅠA

本書の特徴

各分野の先頭ページに重要事項のワンポイントアドバイス **PICK UP！** を掲載。
例題付きで分かりやすい！

PICK UP！　絶対値の扱い方

（ｉ）場合分けで絶対値をはずす方法

$$|X|=\begin{cases} X & (X \geq 0\text{のとき}) \\ -X & (X<0\text{のとき}) \end{cases}$$

（ⅱ）絶対値を含む方程式・不等式の解法
次の①②は場合分けをしなくてよい。

各分野ごとに公式適用から重要例題まで基本事項をまとめた問題を用意。実践問題を解く前の準備も万全。

数と式、方程式と不等式の基

問. 次の $\boxed{}$ を正しくうめよ。

(1) a^3+a^2b-a-b を因数分解すると $\boxed{ア}$ である

(2) $(1-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5})$ を計算す

(3) $\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2+4x+4}$ は

実践問題は微妙に切り口を変えた AB2 タイプの類題で構成されているから，解けなかった問題の再チャレンジで理解度が大幅アップ！

2A. $2\sqrt{14}$ の小数部分を a とし，$b=\dfrac{1}{a}$ とおくと
である。次に，b の小数部分を c とすると

2B. $3\sqrt{7}$ の小数部分を a とし，$b=\dfrac{1}{a}$ とおくと，
である。次に，b の小数部分を c とすると，
となる。

もくじ

Ⅲ　２次関数

PICK UP！　**2 次関数（下に凸）の最小値**

ｉ）x に範囲がないとき，頂点で最小値をとる。

ⅱ）x に範囲があるとき，

・頂点が範囲内にあれば，頂点で最小値をとる。

・頂点が範囲外にあれば，範囲内の点で頂点(軸)に一番近い所で最小値をとる。

（頂点は範囲外だから，もはや頂点は最小値になれない）

例. 2 次関数 $f(x)=x^2-kx+k$ の $0 \quad x \quad 2$ の範囲における最小値と，そのときの x の値を，k の値で分類して答えよ。

解答

$f(x)=\left(x-\dfrac{k}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}k^2+k$ と書けるから，軸の方程式は $x=\dfrac{k}{2}$ である。

軸 $x=\dfrac{k}{2}$ が x の範囲 $0 \quad x \quad 2$ の中にあるときと外にあるとき(左外と右外)に分けて考える。

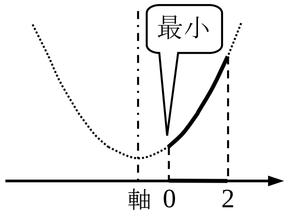
(ｉ) 軸 $\left(x=\dfrac{k}{2}\right)$ が x の範囲($0 \quad x \quad 2$)の左外にあるのは $\dfrac{k}{2}<0$，

つまり，$k<0$ のときである。このとき，$x=0$ が軸に一番近くなるから，$f(x)$ は $x=0$ で最小値をとる。

このとき最小値は

$f(0)=k$

$f(x)=x^2-kx+k$ に $x=0$ を代入



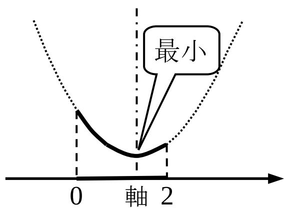
(ⅱ) 軸 $\left(x=\dfrac{k}{2}\right)$ が x の範囲($0 \quad x \quad 2$)の中にあるのは $0 \quad \dfrac{k}{2} \quad 2$，

つまり，$0 \quad k \quad 4$ のときである。このとき，頂点が最小値となる。よって，$f(x)$ は $x=\dfrac{k}{2}$ で最小値をとる。

このとき最小値は

$f\left(\dfrac{k}{2}\right)=-\dfrac{1}{4}k^2+k$

頂点の y 座標



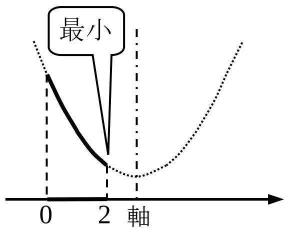
(ⅲ) 軸 $\left(x=\dfrac{k}{2}\right)$ が x の範囲($0 \quad x \quad 2$)より右外にあるのは $2<\dfrac{k}{2}$，

つまり，$4<k$ のときである。このとき，$x=2$ が軸に一番近くなるから，$f(x)$ は $x=2$ で最小値をとる。

このとき，最小値は

$f(2)=-k+4$

$f(x)=x^2-kx+k$ に $x=2$ を代入



(ｉ)(ⅱ)(ⅲ)より，$f(x)$ の最小値は以下のようになる。

$$\begin{cases} k<0 \text{ のとき，最小値 } k \quad (x=0) \\ 0 \quad k \quad 4 \text{ のとき，最小値 } -\dfrac{1}{4}k^2+k \quad \left(x=\dfrac{k}{2}\right) \\ 4<k \text{ のとき，最小値 } -k+4 \quad (x=2) \end{cases}$$

PICK UP！　**2 次関数（下に凸）の最大値**

下に凸の 2 次関数は頂点で最小値をとるから，逆に頂点(軸)から最も離れたところで最大値をとることになる。

・x に範囲があるとき，

　軸が x の範囲の中央値より右にあるか左にあるかで場合分けする

例. 2 次関数 $f(x)=x^2-kx+k$ の $0 \quad x \quad 2$ の範囲における最大値と，そのときの x の値を，k の値で分類して答えよ。

解答

$f(x)=\left(x-\dfrac{k}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}k^2+k$ と書けるから，軸の方程式は $x=\dfrac{k}{2}$ である。

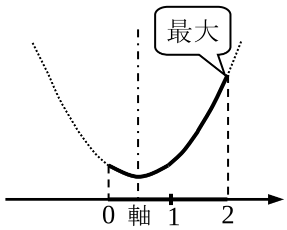
x の範囲 $0 \quad x \quad 2$ の中間の値は $x=1$ であるから，軸 $x=\dfrac{k}{2}$ が 1 より小さい(数直線上で左)か 1 より大きい(数直線上で右)かで場合分けする。最大値をとるときの x の値を明記する場合には軸 $x=\dfrac{k}{2}$ が 1 に等しいときを特別な場合として考える。

(ｉ) 軸$\left(x=\dfrac{k}{2}\right)$が $x=1$ より左にあるのは $\dfrac{k}{2}<1$，つまり，$k<2$ のときである。このとき，軸から最も遠くにあるのは $x=2$ のところだから，$f(x)$ は $x=2$ で最大値をとる。

このとき，最大値は

$f(2)=-k+4$

$f(x)=x^2-kx+k$ に $x=2$ を代入

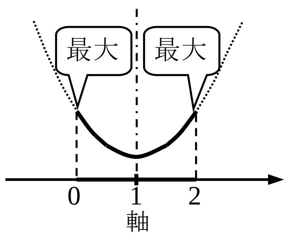


(ⅱ) 軸$\left(x=\dfrac{k}{2}\right)$が $x=1$ に重なるのは $\dfrac{k}{2}=1$，つまり，$k=2$ のときである。このとき，軸から $x=0$ までの距離と，軸から $x=2$ までの距離は等しいので，$f(x)$ は $x=0,\ 2$ の両方で最大値をとる。

このとき，最大値は

$f(0)=f(2)=2$

$f(0)=k$ だが, 今は $k=2$ の場合を考えているので $f(0)=2$ となる。$f(2)$ は計算しなくてよい。

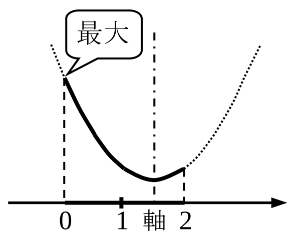


(ⅲ) 軸$\left(x=\dfrac{k}{2}\right)$が $x=1$ より右にあるのは $\dfrac{k}{2}>1$，つまり，$k>2$ のときである。このとき，軸から最も遠くにあるのは $x=0$ のところだから，$f(x)$ は $x=0$ で最大値をとる。

このとき，最大値は

$f(0)=k$

$f(x)=x^2-kx+k$ に $x=0$ を代入



(ｉ)(ⅱ)(ⅲ)より，

$$\begin{cases} k<2 \text{ のとき，最大値 } -k+4 \quad (x=2) \\ k=2 \text{ のとき，最大値 } 2 \quad (x=0,\ 2) \\ 2<k \text{ のとき，最大値 } k \quad (x=0) \end{cases}$$

２次関数の基本確認

問.　次の$\boxed{}$を正しくうめよ。

(1)　方程式 $x^2+6x+m-3=0$ が重解を持つのは $m=\boxed{\text{ア}}$ のときである。
そのとき，重解は $x=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　2 つの 2 次方程式 $x^2+x-a=0$ と $2x^2+5x+2a+1=0$ のうち，一方が実数の解を持ち，他方が実数の解を持たないとき，a の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3)　軸の方程式が $x=1$ で，2 点 $(0,\ 1)$，$(3,\ -5)$ を通る放物線の方程式を求めると $\boxed{\text{エ}}$ となる。
この放物線を x 軸方向に 2，y 軸方向に 3 だけ平行移動して，さらに，x 軸に関して対称移動したグラフの方程式は，$\boxed{\text{オ}}$ である。

(4)　a を正の定数とする。$x\quad 1$ の範囲における $f(x)=x^2-ax+2a$ の最小値は
$0<a<\boxed{\text{カ}}$ のとき $\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{カ}}\quad a$ のとき $\boxed{\text{ク}}$ である。

(5)　放物線 $C: y=x^2-2ax+a^2+3a-4$ の頂点 P の座標は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，C が x 軸と異なる 2 点 A，B で交わるとき，a の値の範囲は $\boxed{\text{コ}}$ となる。また，$\mathrm{AB}=2$ となるのは $a=\boxed{\text{サ}}$ のときである。

(6)　x についての 2 次不等式 $ax^2-x+4a<0$ …①について，
(ⅰ)　①が，すべての数 x について成り立つとき，定数 a の値のとる範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。
(ⅱ)　①の解が $1<x<b$ のとき，定数 a，b の値は $a=\boxed{\text{ス}}$，$b=\boxed{\text{セ}}$ である。

(7)　2 次方程式 $x^2-4x+c=0$ が正の解と負の解を持つような c の値の範囲は $\boxed{\text{ソ}}$ である。
また，この方程式が 2 つの異なる正の解を持つような c の値の範囲は $\boxed{\text{タ}}$ である。

POINT

(1)　2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解を持のは，$b^2-4ac=0$ のとき。このとき，重解は $x=\dfrac{-b}{2a}$

(2)　2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が実数解を持つのは，$b^2-4ac\quad 0$ のとき。

(3)　放物線の移動は頂点がどこに移動したかを考えるとよい。

(4)　軸の位置で場合分け。

(5)　放物線と x 軸との交点の x 座標を求める。

(6)(7)　2 次関数のグラフを考える。題意を満たすのはどんなグラフになったとき？

1A. 2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+2a+3$ に対して， $y=f(x)$ のグラフを C とする。

(1)　C の頂点の座標は $\left(\boxed{ア},\ \boxed{イ}a^2+\boxed{ウ}a+\boxed{エ}\right)$ である。

(2)　C を x 軸方向に 1，y 軸方向に 5 だけ平行移動したグラフが原点を通るのは，

$a=\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}$ のときである。

(3)　C が x 軸と 2 点 A，B で交わるのは， $a<\boxed{クケ},\ \boxed{コ}<a$ のときであり，

線分 AB の長さが 6 となるのは $a=\boxed{サ}\pm\sqrt{\boxed{シス}}$ のときである。

1B. a を実数の定数とし，x の 2 次関数 $f(x)=x^2-2(a+1)x+a^2-1$ に対して， $y=f(x)$ のグラフを C とする。

(1)　C の頂点の座標は $\left(a+\boxed{ア},\ \boxed{イウ}a-\boxed{エ}\right)$ である。

(2)　C を x 軸方向に 2，y 軸方向に -19 だけ平行移動したグラフが原点を通るのは

$a=\boxed{オ}$，または， $a=\boxed{カキ}$ のときである。

(3)　C が x 軸と異なる 2 点 P，Q で交わるのは $a>\boxed{クケ}$ のときであり，線分 PQ の

長さが 8 となるのは $a=\boxed{コ}$ のときである。

2A. 2 次関数 $f(x)=2x^2+(a+1)x+a+1$ について，以下の問いに答えよ。

(1)　放物線 $y=f(x)$ の頂点の座標は，$\left(-\dfrac{a+\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ -\dfrac{a^2-\boxed{\text{ウ}}a-\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ である。

(2)　不等式 $f(x)<0$ を満たす解が存在しないのは $-\boxed{\text{カ}}\quad a\quad \boxed{\text{キ}}$ のときである。

(3)　不等式 $f(x)<0$ の解が $t<x<1$ (ただし，$t<1$) となるのは，$a=-\boxed{\text{ク}}$ のときで，

このとき，$t=-\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

2B. 2 次関数 $f(x)=-x^2+(a+2)x-4a+4$ について，以下の問いに答えよ。

(1)　放物線 $y=f(x)$ の頂点の座標は，$\left(\dfrac{a+\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \dfrac{a^2}{\boxed{\text{ウ}}}-\boxed{\text{エ}}a+\boxed{\text{オ}}\right)$ である。

(2)　不等式 $f(x)<0$ がすべての x で成り立つのは $\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キク}}$ のときである。

(3)　不等式 $f(x)>0$ の解が $0<x<t$ (ただし，$0<t$) となるのは，$a=\boxed{\text{ケ}}$ のときで，

このとき，$t=\boxed{\text{コ}}$ である。

3A. a を定数とし，$f(x)=x^2+2ax+a-2$ とする。

(1)　放物線 $y=f(x)$ は a の値によらず定点 $\left(-\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ -\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\right)$ を通る。

(2)　$0\quad x\quad 4$ の範囲における $f(x)$ の最小値が -1 となるのは，$a=\boxed{\text{オ}}$ のときである。

(3)　2 次方程式 $f(x)=0$ が正と負の解をもつような a の値の範囲は $a<\boxed{\text{カ}}$ である。

2 次方程式 $f(x)=0$ が $-4\quad x\quad 1$ の範囲に 2 つの解をもつような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\quad a\quad \boxed{\text{ケ}}$ である。

3B. a を実数とし，$f(x)=-x^2+ax-a+3$ とする。

(1)　放物線 $y=f(x)$ は a の値によらず定点 $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ を通る。

(2)　$0\quad x\quad 3$ の範囲における $f(x)$ の最大値が 2 となるのは，$a=\boxed{\text{ウ}}$ のときである。

(3)　2 次方程式 $f(x)=0$ が正と負の解をもつような a の値の範囲は $a<\boxed{\text{エ}}$ である。

2 次方程式 $f(x)=0$ が $0<x<4$ の範囲に 2 つの解をもつような a の値の範囲は

$\boxed{\text{オ}}<a<\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

4A. 2 次関数 $f(x)=x^2-4ax+3a+1$ (a は定数)について,

(1) 放物線 $y=f(x)$ の頂点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}a,\ -\boxed{\text{イ}}a^2+\boxed{\text{ウ}}a+\boxed{\text{エ}}\right)$ である。また,

放物線 $y=f(x)$ が x 軸と共有点をもつような a の値の範囲は $a\quad -\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}},\ \boxed{\text{キ}}\quad a$

である。

(2) $f(x)$ の $0\quad x\quad 2$ における最小値を m とすると,

$a<0$ のとき, $m=\boxed{\text{ク}}a+\boxed{\text{ケ}}$

$0\quad a\quad \boxed{\text{コ}}$ のとき, $m=-\boxed{\text{サ}}a^2+\boxed{\text{シ}}a+\boxed{\text{ス}}$

$\boxed{\text{コ}}<a$ のとき, $m=-\boxed{\text{セ}}a+\boxed{\text{ソ}}$

である。したがって,a がすべての値をとって変化するとき,m の最大値は

$\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ となる。

4B. 2 次関数 $y=-x^2+ax-a+1$ ① のグラフを考える。

(1) ①のグラフの頂点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a,\ \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}a^2-a+\boxed{\text{オ}}\right)$ であるから,①のグラフ

が x 軸に接するのは $a=\boxed{\text{カ}}$ のときである。

(2) $f(x)$ の $0\quad x\quad 2$ における最大値を M とすると,

$a\quad 0$ のとき, $M=\boxed{\text{キ}}a+\boxed{\text{ク}}$

$0<a<\boxed{\text{ケ}}$ のとき, $M=\dfrac{1}{\boxed{\text{コ}}}\left(a-\boxed{\text{サ}}\right)^2$

$\boxed{\text{ケ}}\quad a$ のとき, $M=a-\boxed{\text{シ}}$

である。

したがって,a がすべての値をとって変化するとき,M の最小値は $\boxed{\text{ス}}$ となる。

5A. x の 2 次関数 $f(x)=x^2-ax+b$ は，$x=2$ のとき最小値 4 をとる。

(1)　$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$f(0)=f(\boxed{\text{ウ}})$ となる。

(3)　$0\quad x\quad t$ における関数 $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。ただし，$t>0$ とする。このとき，

$0<t<\boxed{\text{エ}}$ のとき，$M=\boxed{\text{オ}}$，$m=t^2-\boxed{\text{カ}}t+\boxed{\text{キ}}$

$\boxed{\text{エ}}\quad t\quad \boxed{\text{ク}}$ のとき，$M=\boxed{\text{ケ}}$，$m=\boxed{\text{コ}}$

$\boxed{\text{ク}}<t$ のとき，$M=t^2-\boxed{\text{サ}}t+\boxed{\text{シ}}$，$m=\boxed{\text{ス}}$

である。

5B. x の 2 次関数 $f(x)=-x^2+ax+b$ は，$x=1$ のとき最大値 4 をとる。

(1)　$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$f(0)=f(\boxed{\text{ウ}})$ となる。

(3)　$0\quad x\quad t$ における関数 $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。ただし，$t>0$ とする。このとき，

$0<t<\boxed{\text{エ}}$ のとき，$M=-t^2+\boxed{\text{オ}}t+\boxed{\text{カ}}$，$m=\boxed{\text{キ}}$

$\boxed{\text{エ}}\quad t\quad \boxed{\text{ク}}$ のとき，$M=\boxed{\text{ケ}}$，$m=\boxed{\text{コ}}$

$\boxed{\text{ク}}<t$ のとき，$M=\boxed{\text{サ}}$，$m=-t^2+\boxed{\text{シ}}t+\boxed{\text{ス}}$

である。

6A. 2 次関数 $y = ax^2 + 2x + b$ は，2 点 $(-1,\ 4)$，$(4,\ -1)$ を通る。

(1)　$a = \boxed{\text{アイ}}$，$b = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2)　t　x　$t+2$ における関数 $f(x)$ の最大値を M とすると，

$t < -\boxed{\text{エ}}$ のとき，$M = -t^2 - \boxed{\text{オ}}\,t + \boxed{\text{カ}}$

$-\boxed{\text{エ}}$　t　$\boxed{\text{キ}}$ のとき，$M = \boxed{\text{ク}}$

$\boxed{\text{キ}} < t$ のとき，$M = -t^2 + \boxed{\text{ケ}}\,t + \boxed{\text{コ}}$

である。

(3)　t　x　$t+2$ における関数 $f(x)$ の最小値を m とすると，

$t < \boxed{\text{サ}}$ のとき，$m = -t^2 + \boxed{\text{シ}}\,t + \boxed{\text{ス}}$

$\boxed{\text{サ}}$　t のとき，$m = -t^2 - \boxed{\text{セ}}\,t + \boxed{\text{ソ}}$

である。

6B. 2 次関数 $y = x^2 - ax + b$ は，2 点 $(1,\ 6)$，$(5,\ 14)$ を通る。

(1)　$a = \boxed{\text{ア}}$，$b = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　t　x　$t+2$ における関数 $f(x)$ の最大値を M とすると，

$t < \boxed{\text{ウ}}$ のとき，$M = t^2 - \boxed{\text{エ}}\,t + \boxed{\text{オ}}$

$\boxed{\text{ウ}}$　t のとき，$M = t^2 + \boxed{\text{カ}}$

である。

(3)　t　x　$t+2$ における関数 $f(x)$ の最小値を m とすると，

$t < \boxed{\text{キ}}$ のとき，$m = t^2 + \boxed{\text{ク}}$

$\boxed{\text{キ}}$　t　$\boxed{\text{ケ}}$ のとき，$m = \boxed{\text{コ}}$

$\boxed{\text{ケ}} < t$ のとき，$m = t^2 - \boxed{\text{サ}}\,t + \boxed{\text{シ}}$

である。

7A. 放物線 $y=-x^2-2x-2a^2+1$ （a は正の定数）…①がある。

(1)　放物線①の頂点の座標は $\left(\boxed{\text{アイ}},\ \boxed{\text{ウ}}-\boxed{\text{エ}}a^2\right)$ である。また，放物線①が x 軸と共有点をもつのは，$0<a\quad\boxed{\text{オ}}$ のときである。

(2)　放物線①を x 軸方向に 3，y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線を $y=f(x)$ とすると，$f(x)=-x^2+\boxed{\text{カ}}x-\boxed{\text{キ}}a^2$ となる。

（ｉ）　定義域 $0\quad x\quad t$ $(t>0)$ における関数 $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。$t=3$ のとき，$M-m=\boxed{\text{ク}}$ である。

また，$M-m=10$ となるのは $t=\boxed{\text{ケ}}+\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}$ のときである。

（ⅱ）　放物線 $y=f(x)$ と x 軸とが $2<x<3$ の範囲に共有点をもつような a の値の範囲は，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}<a<\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。

7B. 放物線 $y=x^2-2ax+b+2$ （a, b は定数であり，$a>0$）…①が点 $(-1,\ 16)$ を通っている。

(1)　b を a で表すと $b=\boxed{\text{アイ}}a+\boxed{\text{ウエ}}$ であるから，放物線①の頂点の y 座標は $-a^2-\boxed{\text{オ}}a+\boxed{\text{カキ}}$ である。

(2)　放物線①が x 軸と接するのは $a=\boxed{\text{ク}}$，$b=\boxed{\text{ケ}}$ のときである。

このとき，①のグラフを x 軸方向に－2，y 軸方向に c だけ平行移動した放物線を $y=f(x)$ とする。

（ｉ）　定義域 $0\quad x\quad t$ $(t>0)$ における関数 $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。$t=3$ のとき，$M-m=\boxed{\text{コ}}$ である。

また，$M-m=10$ となるのは $t=\boxed{\text{サ}}+\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ のときである。

（ⅱ）　放物線 $y=f(x)$ と x 軸とが $2<x<3$ の範囲に共有点をもつような c の値の範囲は $\boxed{\text{セソ}}<c<\boxed{\text{タチ}}$ である。

8A. $f(x)=x^2-2x-8$， $g(x)=-x^2+ax+b$ とし，2 次関数 $y=f(x)$， $y=g(x)$ のグラフをそれぞれ C_1，C_2 とする。

(1) $a=-2$， $b=\boxed{\text{ア}}$ のとき，グラフ C_2 を x 軸方向に $\boxed{\text{イ}}$ だけ平行移動し，さらに x 軸に関して対称移動するとグラフ C_1 に一致する。

(2) どのような x に対しても $f(x) \quad g(x)$ となるとき， $a^2+\boxed{\text{ウ}}a+\boxed{\text{エ}}b+\boxed{\text{オカ}} \quad 0$ が成り立つ。これを満たす整数 $a,\ b$ の組のうち，b が最大となるものは，$(a,\ b)=\left(\boxed{\text{キク}},\ \boxed{\text{ケコ}}\right)$ である。

(3) 2 次方程式 $g(x)=0$ が 2 つの解を持ち，この 2 つの解の差が $2\sqrt{2}$ である。a，b が自然数であれば $a=\boxed{\text{サ}}$， $b=\boxed{\text{シ}}$ である。

8B. $f(x)=x^2-4x+9$， $g(x)=-x^2+2ax+b$ とし，2 次関数 $y=f(x)$， $y=g(x)$ のグラフをそれぞれ C_1，C_2 とする。

(1) $a=4$ のとき，グラフ C_2 を，原点に関して対称移動し，x 軸方向に $\boxed{\text{ア}}$，y 軸方向に 14 だけ平行移動するとグラフ C_1 に一致するという。このとき, $b=\boxed{\text{イウ}}$ である。

(2) 不等式 $f(x)<g(x)$ が解をもたないとき， $a^2+\boxed{\text{エ}}a+\boxed{\text{オ}}b-\boxed{\text{カキ}} \quad 0$ が成り立つ。これを満たす整数 $a,\ b$ の組のうち，b が最大となるものは，$(a,\ b)=\left(\boxed{\text{クケ}},\ \boxed{\text{コ}}\right)$ である。

(3) 2 次方程式 $g(x)=0$ が 2 つの解を持ち，この 2 つの解の差が 4 である。a，b が自然数であれば $a=\boxed{\text{サ}}$， $b=\boxed{\text{シ}}$ である。

9A. x の 2 次関数 $f(x)=ax^2-3ax-1$ について，次の各問に答えよ。

(1)　$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ -\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ である。

(2)　$x=4$ が方程式 $f(x)=0$ の解の 1 つであるなら，$a=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ となる。

このとき，もう 1 つの解は $x=-\boxed{\text{ク}}$ である。

(3)　$f(x)\quad 0$ をみたす整数 x がちょうど 4 個あるとき，4 個の整数の中で最小のものは $\boxed{\text{ケ}}$ であり，a の値の範囲は $p=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ として，次の①から④のうちの $\boxed{\text{シ}}$ で表される。

①　$a\quad p$　　②　$a<p$　　③　$a\quad p$　　④　$a>p$

9B. x の 2 次関数 $f(x)=ax^2-2ax+a^2+a-12$ について，次の各問いに答えよ。

(1)　$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ a^2-\boxed{\text{イウ}}\right)$ である。

(2)　$x=3$ が方程式 $f(x)=0$ の解の 1 つであるなら，$a=-\boxed{\text{エ}}$，または，$a=\boxed{\text{オ}}$ となる。どちらの場合も，もう 1 つの解は $x=-\boxed{\text{カ}}$ である。

(3)　$f(x)\quad 0$ をみたす整数 x がちょうど 3 個存在するとき，a のとりうる値の範囲は，$p=\boxed{\text{キ}}$，$q=\boxed{\text{ク}}$ として，次の①から⑧のうちの $\boxed{\text{ケ}}$ で表される。

①　$p\quad a\quad q$　　②　$p\quad a<q$　　③　$p<a\quad q$　　④　$p<a<q$

⑤　$a\quad p,\ q\quad a$　　⑥　$a\quad p,\ q<a$　　⑦　$a<p,\ q\quad a$　　⑧　$a<p,\ q<a$

センター試験
数学ⅠA

実践問題演習

この問題は，2011 年度以降に実施されたセンター試験の本試験・追試験問題を改題して作成しています。模擬試験等で出題された問題を編集したものではなく，実際の本試験・追試験のみを参考に作問しているので，出題内容・レベルとも本番に準じています。

センター試験で高得点を得るためには,

$\boxed{\text{基礎力の充実}}$ ⇒ $\boxed{\text{応用力の養成}}$ ⇒ $\boxed{\text{問題演習}}$

と勉強をすすめていくとよいでしょう。この問題集は最後の「問題演習」に相当します。センター試験の過去問題の解説授業のあとに活用すると大きな効果が期待できます。

第１回
実践問題演習

第１問

aを定数として，xの２次関数

$$y = x^2 - 4ax + 6a^2 + 12a - 32 \quad \cdots ①$$

のグラフをGとする。Gの頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\, a,\ \boxed{\text{イ}}\, a^2 + \boxed{\text{ウエ}}\, a - \boxed{\text{オカ}} \right)$$

である。Gとy軸との交点のy座標をpとする。

(1)　$p = -14$のとき，aの値は，$a = \boxed{\text{キク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$である。$a = \boxed{\text{キク}}$のときの①のグラフをx軸方向に$\boxed{\text{コ}}$，y軸方向に$\boxed{\text{サシ}}$だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{ケ}}$のときの①のグラフに一致する。

(2) 下の ソ ，タ ，ホ ，マ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ ＞　　① ＜　　② ≧　　③ ≦

G が x 軸と共有点を持つような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{スセ}}\ \boxed{\text{ソ}}\ a\ \boxed{\text{タ}}\ \boxed{\text{チ}} \quad \cdots ②$$

である。a が②の範囲にあるとき，p は，$a = \boxed{\text{ツテ}}$ で最小値 $\boxed{\text{トナニ}}$ をとり，

$a = \boxed{\text{ヌネ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ノハヒ}}$ をとる。

G が x 軸と共有点を持ち，さらにそのすべての共有点の x 座標が 4 より小さくなるような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{フヘ}}\ \boxed{\text{ホ}}\ a\ \boxed{\text{マ}}\ \frac{\boxed{\text{ミム}}}{\boxed{\text{メ}}}$$

である。

第2問

△ABC は，AB＝6，BC＝4，$\cos\angle ABC=\dfrac{1}{3}$ を満たすとする。このとき

$$CA=\boxed{\text{ア}},\qquad \cos\angle BAC=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\qquad \sin\angle BAC=\frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり，△ABC の外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。∠ABC の二等分線と ∠BAC の二等分線の交点を D，直線 BD と辺 AC の交点を E，直線 BD と円 O との交点で B と異なる交点を F とする。

(1)　このとき

$$AE=\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}},\quad BE=\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}},\quad BD=\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

となる。

(2)　△EBC の面積は△EAF の面積の $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ 倍である。

(3)　角度に注目すると，線分 FA，FC，FD の関係で正しいものは $\boxed{ナ}$ であることが分かる。

ナ に当てはまるものを，⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪　FA＜FC＝FD　　①　FA＝FC＜FD

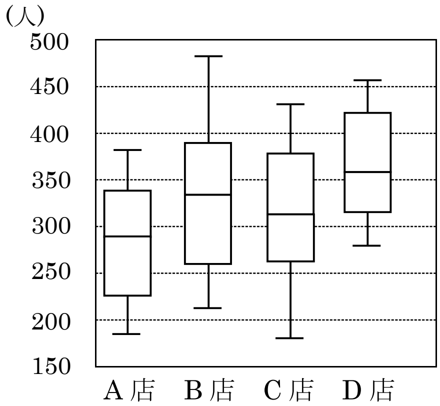
②　FC＜FA＝FD　　③　FD＜FC＜FA

④　FA＝FC＝FD　　⑤　FD＜FC＝FA

第3問

[1]

(1)　右の表は，4 つのファーストフード店，A 店，B 店，C 店，D 店に来た人数を 1 カ月(30 日間)間調べたデータを箱ひげ図に表したものである。



箱ひげ図から読み取れることとして正しいものを，⓪～③からすべて選べ。 ア

⓪　1 日の来客者数が 400 人を超えた日がある店はない。
①　四分位範囲が最も大きいのは C 店である。
②　A 店は 1 日の来客者数が 250 人より少ない日が 8 日以上ある。
③　C 店は来客者数が 200 人以上の日が，最大 29 日ある。

(2)　10 点満点のテストを 30 回受けた。1～20 回までの平均点は 6.5 点，標準偏差は 4.0 点だったが，最後の 10 回は頑張って，平均点が 8.5 点，標準偏差が 2.5 点であった。このとき，30 回全体の平均点は イ . ウ 点で，分散は， エオ . カキ である。

[2]　集合 U を $U=\{\ n \mid n$ は $6<\sqrt{n}<7$ を満たす自然数 $\}$ で定め，また，U の部分集合 P，Q，R，S を次のように定める。

$P=\{\ n \mid n \in U$　かつ　n は 5 の倍数 $\}$

$Q=\{\ n \mid n \in U$　かつ　n は 6 の倍数 $\}$

$R=\{\ n \mid n \in U$　かつ　n は 7 の倍数 $\}$

$S=\{\ n \mid n \in U$　かつ　n は 8 の倍数 $\}$

全体集合を U とする。集合 P の補集合を $\overline{P}$ で表し，同様に Q，R，S の補集合をそれぞれ $\overline{Q}$，$\overline{R}$，$\overline{S}$ で表す。

(1)　U の要素の個数は $\boxed{\text{チツ}}$ 個である。

(2)　次の⓪～④で与えられた集合のうち，空集合であるものは $\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ である。

テ，ト に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。

ただし，テ，ト の解答順序は問わない。

⓪　$P\quad R$　　①　$P\quad S$　　②　$Q\quad R$　　③　$P\quad \overline{Q}$　　④　$R\quad \overline{Q}$

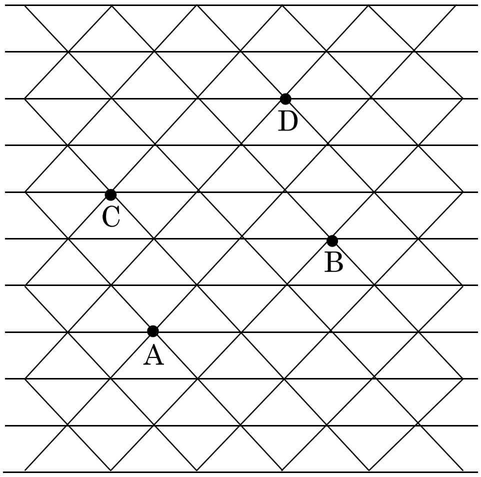
(3)　集合 X が集合 Y の部分集合であるとき，$X \subset Y$ と表す。

このとき，次の集合⓪～④のうち，部分集合の関係について成り立つものは $\boxed{\text{ナ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$ である。ナ，ニ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，ナ，ニ の解答順序は問わない。

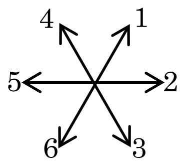
⓪　$P\quad R \subset \overline{Q}$　　①　$S\quad \overline{Q} \subset P$　　②　$\overline{Q}\quad \overline{S} \subset \overline{P}$

③　$\overline{P}\quad \overline{Q} \subset \overline{S}$　　④　$\overline{R}\quad \overline{S} \subset \overline{Q}$

第4問



図



上図のような格子状の座標平面がある。動点 P が A を出発し，次の規則に従って次の点へ移動を繰り返す。

① 移動は格子上のみ。

② サイコロを投げ，出た目に応じて，上図の 1〜6 の矢印の方向の隣の点へ移動する。

③ 移動したら，再びサイコロを投げ，出た目に応じて，図の 1〜6 の矢印の方向の隣の点へ移動する。（一度通ったところも引き返すことができる。）

④ 移動するたび，③と同じことを繰り返す。

(1) 点 P が A を出発し，3 回移動して，B にいる移動の仕方について考える。この場合，1 の矢印の方向の移動が 2 回，2 の矢印の方向の移動が 1 回であるので，このような移動の仕方は，$\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

(2) 点 P が A を出発し，4 回移動して，C にいる移動の仕方は，$\boxed{\text{イウ}}$ 通りある。

(3) 点 P が A を出発し，7 回移動することを考える。このとき，A を出発し，4 回の移動が終わった時点で C にいて, 次に 3 回移動して, D にいる移動の仕方は, $\boxed{\text{エオ}}$ 通りあり，その確率は，$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケコ}}}$ である。

(4) 点 P が A を出発し，7 回移動して，D にいる移動の仕方について考える。

・3 の矢印の向きの移動を含むものは，$\boxed{\text{サシス}}$ 通りある。

・5 の矢印の向きの移動を含むものは，$\boxed{\text{セソタ}}$ 通りある。

・6 の矢印の向きの移動を含むものは，$\boxed{\text{チツ}}$ 通りある。

・3，5，6 の矢印の向きの移動を含まないものは，$\boxed{\text{テトナ}}$ 通りある。

また，7 回移動して，D にいるとき，サイコロで少なくとも 2 の目が 1 回出る確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。

第5問

最大公約数が 23 である 2 つの自然数 m， n $(m < n)$ について考える。

(1)　$n = 230$ のとき，m のとりうる値は $\boxed{ア}$ 個あり，m が最大のとき，m と n の最小公倍数は $\boxed{イウエ}$ である。

(2)　$mn = 7935$ のとき，m と n の最小公倍数を求めてみよう。
7935 を素因数分解すると，

$$7935 = \boxed{オ} \times \boxed{カ} \times \boxed{キク}^{\boxed{ケ}} \quad (\text{ただし，} \boxed{オ} < \boxed{カ})$$

なので，m，n の値の組は，$\boxed{コ}$ 組あるが，いずれの場合も，m と n の最小公倍数は $\boxed{サシス}$ である。

(3)　$m + n = 690$ のとき，mn のとりうる値は，$m = \boxed{セソタ}$，$n = \boxed{チツテ}$ のとき，最大となる。