近年，公立高校・私立高校を問わず，上位レベルの入試における合否は，1つの単元だけでなく，数学としてやや高度な，総合的な思考力や応用力を試す複数単元の「融合問題」が解けるかどうかにかかっています。

このような「融合問題」を解くうえでは，まず，単元の基本的な知識や理解を確実にするとともに，よく使われる解法を習得し，定理，公式を臨機応変に使いこなせるようにする必要があります。そのためには，いろいろなパターンの，しかも適切な問題を数多く解くことで，実践的な準備を十分に積むことが大切です。

本書では，近年の入試の出題傾向をふまえて，合否に影響する重要な分野から，差のつく「融合問題」を精選しました。それらを系統立てて，パターン別に，段階的に学習できるように編集しています。

入試の頻出分野を，実践レベルでじっくりと時間をかけて取り組むことで，得点力アップに大いにつなげてください。

本書の使い方

[例題] …………とくに典型的な問題をとりあげました。必須問題のパターン，および解法が習得しやすいように，考え方のポイント，手順を示し，解き方は穴埋め形式になっています。

[練習問題] ……比較的取り組みやすい問題です。理解の目安として自分の力で解き，解答まで書いてみましょう。

[完成問題] ……やや発展的な問題です。解き方がわからないときは「解答と解説」を参考にしてください。

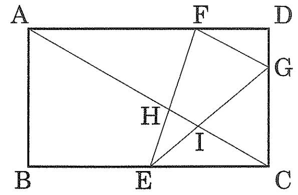
もくじ

演習3 三角形，四角形に関する問題

例題

1 図で，四角形ABCDは長方形，Eは辺BCの中点，F，Gはそれぞれ辺AD，CD上の点で，$AF=\frac{2}{3}AD$，$CG=\frac{2}{3}CD$である。また，H，Iはそれぞれ線分ACとFE，GEとの交点である。

AB＝9 cm，AD＝16 cmのとき，次の問いに答えなさい。〈愛知〉



(1) 線分EIの長さは何cmか求めよ。

(2) 四角形FHIGの面積は四角形FACGの面積の何倍か求めよ。

考え方

❶ EC，CGの長さから，三平方の定理により，EGの長さを求めることができる。

❷ $AF=\frac{2}{3}AD$，$CG=\frac{2}{3}CD$より，DF：DA＝DG：DC(＝1：3)であるから，
△DACにおいて，三角形と比の定理(逆)により，FG∥AC

❸ ❷から，HI∥FGなので，△EFGにおいても，三角形と比の定理が使える。

❹ (1) ❸から，EI：IGを求め，❶に利用する。

❺ (2) 2つの四角形は，高さが等しい台形であるから，面積の比は，(上底＋下底)の比で求めることができる。
FGの長さをもとにして調べるとよい。

解き方

(1) $EC=\square\times\frac{1}{2}=\square$(cm)

$CG=\square\times\frac{2}{3}=\square$(cm)

よって，△ECGにおいて，

$EG=\sqrt{EC^2+CG^2}=\sqrt{\square^2+\square^2}=\square$(cm)

また，$AF=\frac{2}{3}AD$，$CG=\frac{2}{3}CD$より，DF：DA＝DG：DC(＝1：3)であるから，

△DACにおいて，三角形と比の定理(逆)により，FG∥AC

したがって，△EFGにおいて，HI∥FGであるから　EI：IG＝EH：HF　……①

また，BC∥ADより，EH：HF＝EC：AF＝$\frac{1}{2}BC:\frac{2}{3}AD=3:\square$　……②

①，②より，EI：IG＝3：$\square$

よって，$EI=\frac{3}{3+\square}EG=\frac{3}{\square}\times\square=\square$(cm)　…答

(2) HI：FG＝EI：$\square$＝3：$\square$，AC：FG＝AD：$\square$＝3：$\square$であるから，

$HI=\square FG$，$AC=\square FG$

2つの四角形は，高さが等しい台形であるから，面積の比は，

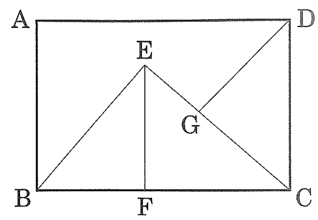
四角形FHIG：四角形FACG＝(FG＋$\square$)：(FG＋$\square$)

＝(FG＋$\square$FG)：(FG＋$\square$FG)

＝5：$\square$　　答 $\square$倍

練　習　問　題

2　右の図のように，$AB=\dfrac{2}{3}BC$ である長方形ABCDがある。この長方形ABCDの内部にEB＝DC，∠BEC＝90°となるように点Eをとり，辺BCを斜辺とする直角三角形BCEをつくる。また，点Eから辺BCに垂線をひき，辺BCとの交点をF，点Dから辺ECに垂線をひき，辺ECとの交点をGとする。



このとき，次の問いに答えなさい。〈高知〉

(1)　△EBF ≡△DCGを証明せよ。

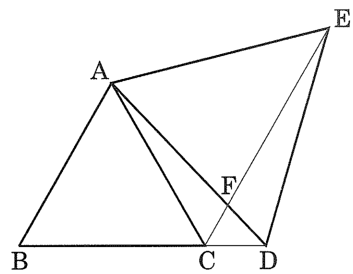
(2)　AB＝6 cmのとき，線分EGの長さを求めよ。

3　右の図のように，正三角形ABCと正三角形ADEがある。点Dは辺BCの延長上にあり，辺ADと線分CEの交点をFとする。

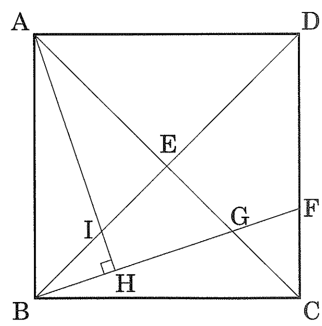
このとき，次の問いに答えなさい。〈山口〉

(1)　△ABD ≡△ACEであることを証明せよ。

(2)　BC＝3 cm，CD＝1 cmのとき，線分AFの長さを求めよ。



4　右の図の正方形ABCDにおいて，2つの対角線の交点をEとする。辺CD上に2点C, Dと異なる点Fをとり，線分BFと線分ACとの交点をGとする。また，点Aから線分BFに垂線AHをひき，線分AHと線分BDとの交点をIとする。



このとき，次の問いに答えなさい。〈千葉〉

(1)　AI＝BGであることを，下の［　　］の考えにしたがって証明するとき，［(a)］と［(b)］に入る最も適当なものを，選択肢のア～エのうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えよ。また，［(c)］に入る最も適当なことばを書け。

> AI＝BGであることを証明するためには，［(a)］と［(b)］が，［(c)］であることを証明すればよい。

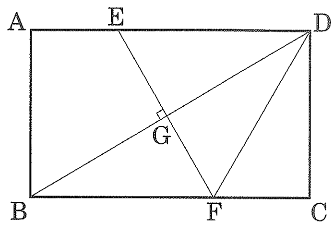
選択肢

ア　△ABI	イ　△AIE	ウ　△ABG	エ　△BGE

(2)　(1)の［　　］の考えにしたがって，AI＝BGであることを証明せよ。

(3)　BH＝2 cm，HG＝3 cmとなるとき，正方形ABCDの面積を求めよ。

5 右の図のような長方形ABCDがある。対角線BDの垂直二等分線と，辺AD，BCとの交点をそれぞれE，F，対角線BDとの交点をGとする。
このとき，次の問いに答えなさい。〈大分〉



(1) DE＝DFであることを次のように証明した。
アには△BFGと△DFGが合同であることの証明を，**イ**には適切な語句を書き，証明を完成させよ。

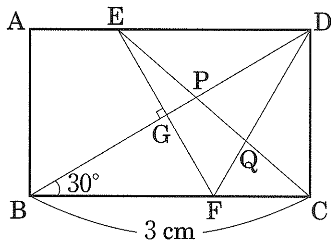
〔証明〕
△BFGと△DFGにおいて，

ア

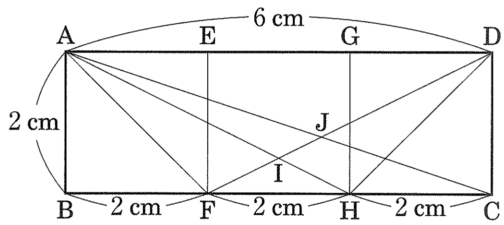
よって，∠BFG＝∠DFG ……(i)
また，AD∥BCより イ は等しいから，
∠BFG＝∠DEG ……(ii)
(i)，(ii)より，∠DFG＝∠DEG
2つの底角が等しいから，△DEFは二等辺三角形である。
したがって，DE＝DF

(2) 線分CEと対角線DB，線分DFとの交点をそれぞれP，Qとする。また，BC＝3 cm，∠CBD＝30°とする。
① 線分DFの長さを求めよ。

② △DPQの面積を求めよ。



6 右の図のような，長方形ABCDがあり，AB＝2 cm，AD＝6 cmである。この長方形の中に，1辺の長さが2 cmの正方形ABFE，EFHG，GHCDをつくる。点Iは線分AHと線分DFとの交点，点Jは線分ACと線分DFとの交点である。
このとき，次の問いに答えなさい。〈宮崎〉



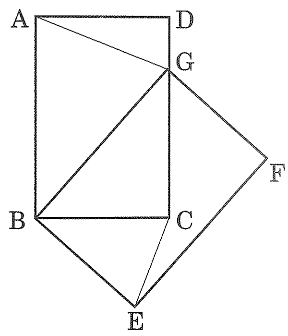
(1) ∠AFCの大きさを求めよ。

(2) 線分AFと線分CFの長さの比AF：CF＝1：□である。このとき，□にあてはまる数を求めよ。

(3) △AFH∽△CFAであることを証明せよ。

(4) △AIJの面積を求めよ。

7　右の図で，長方形ABCD ≡ 長方形GBEFであり，点Gは辺CD上の点であるとき，次の問いに答えなさい。〈岐阜〉

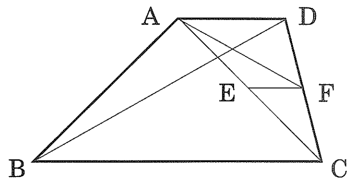


(1)　△ABG ∽ △CBEであることを証明せよ。

(2)　AB＝5 cm，CG＝4 cmのとき，△CBEの面積を求めよ。

8　右の図のように，AD∥BCの台形ABCDがあり，AB＝AC，∠BAC＝90°である。対角線ACの中点をEとする。また，点Eを通り辺ADに平行な直線と辺CDとの交点をFとする。

これについて，次の問いに答えなさい。〈広島〉



(1)　△ABD ∽ △EAFであることを証明せよ。

(2)　△BCEの面積が9 cm^2のとき，線分BEの長さは何cmか。

9　1辺の長さが6 cmの正方形ABCDがある。

図1は，正方形ABCDにおいて，辺AB上に点A，Bと異なる点Pをとり，対角線BD上に点Bと異なる点Qを∠CQP＝90°となるようにとり，点Aと点Q，点Pと点Q，点Cと点Qをそれぞれ結んだものである。

図2は，図1において，辺CDの中点Mが，線分AQを延長した直線上にある場合を表している。

次の(1)は指示に従って答え，(2)，(3)は$\boxed{\quad}$の中にあてはまる最も簡単な数を記入しなさい。〈福岡〉

図１

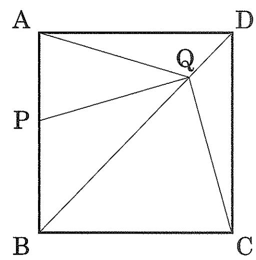


図２

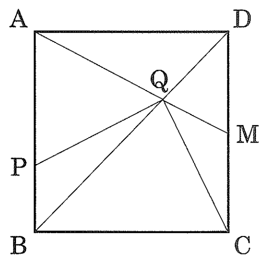
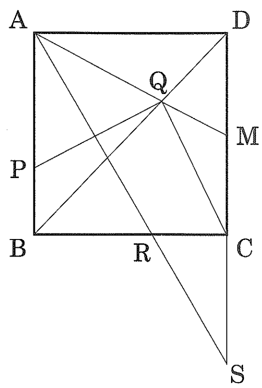


図３



(1)　図1において，「△QAPは二等辺三角形である」ことを証明せよ。
ただし，△ABQ ≡ △CBQであることは，証明せずに使ってよい。

(2)　図2において，△QAPの面積は，正方形ABCDの面積の$\boxed{\quad\text{倍}}$である。

(3)　図3は，図2において，∠PAQの二等分線と辺BCとの交点をR，∠PAQの二等分線と辺DCを延長した直線との交点をSとしたものである。

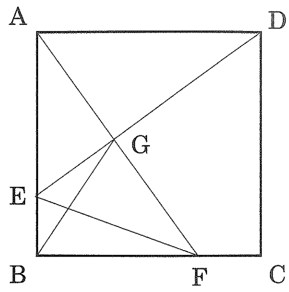
図3において，線分ARの長さをa，線分ASの長さをbとするとき，

$\dfrac{b}{a}=\boxed{\quad}$である。

完成問題

10 右の図で，四角形ABCDは正方形，E，Fはそれぞれ辺AB，BC上の点で，AE＝3EB，BF＝3FCである。また，Gは線分AFとDEとの交点である。

AB＝4 cmのとき，次の問いに答えなさい。〈愛知〉

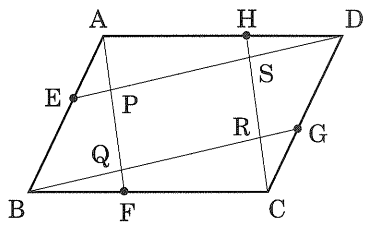


(1) 線分AGの長さは何cmか求めよ。

(2) △GBFの面積は△GEFの面積の何倍か求めよ。

11 右の図で，四角形ABCDは平行四辺形である。点E，F，G，Hはそれぞれ辺AB，BC，CD，DA上にある点で，AE：EB＝2：3，BF：FC＝2：3，CG：GD＝2：3，DH：HA＝2：3である。

頂点Aと点F，頂点Bと点G，頂点Cと点H，頂点Dと点Eをそれぞれ結び，線分AFと線分DEとの交点をP，線分AFと線分BGとの交点をQ，線分BGと線分CHとの交点をR，線分CHと線分DEとの交点をSとするとき，次の問いに答えなさい。〈東京（戸山）〉



(1) 四角形PQRSが平行四辺形であることを証明せよ。

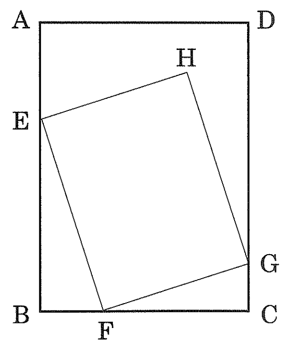
(2) 四角形PQRSの面積は，四角形ABCDの面積の何分のいくつか。

(3) 四角形ABCDがひし形となる場合を考える。AB＝10 cm，∠ABC＝60°のとき，線分BGの長さは何cmか。

12 AD＝12 cmで，横と縦の長さの比が$1:\sqrt{2}$の長方形ABCDがある。また，この長方形ABCDと相似で，面積が半分の長方形EFGHがある。これらの長方形を，右の図1のように，点E，F，Gがそれぞれ辺AB，BC，CD上にくるように重ね，長方形ABCD内に，長方形EFGHの各辺をかく。

このとき，次の問いに答えなさい。〈埼玉〉

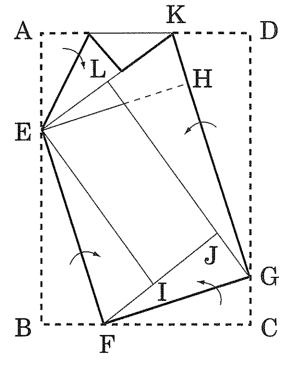
図1



(1) △EBFと△FCGが相似であることを証明せよ。

(2) 線分BFの長さを求めよ。

図2



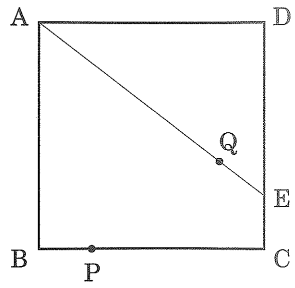
(3) 図2のように，線分EF，FGを折り目として折ったとき，点B，Cの移った点をそれぞれI，Jとする。同様に，線分GHを延長した線分を折り目として折ったとき，折り目の線をGK，点Dの移った点をLとする。また，点Eを通る線分を折り目として，線分EAが線分EL上に重なるように折る。

このとき，四角形EIJLの面積を求めよ。

13　右の図のような，１辺の長さが12 cmの正方形ABCDがあり，点Eは辺CD上の点で，DE＝9 cmである。

点Pは辺BC上を動き，点Qは線分AE上をBP＝EQとなるように動く。

このとき，次の問いに答えなさい。　〈神奈川(平塚江南)〉

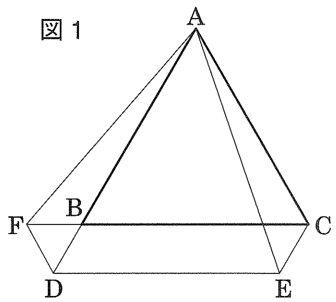


(1)　線分PQが辺ABに平行になるとき，線分BPの長さを求めよ。

(2)　三角形BPQの面積が45 cm^{2}となるとき，線分BPの長さを求めよ。ただし，解答を導くまでの途中過程も書くこと。

14　図１のように，正三角形ABCの辺ABをBの方へ延長した直線上に，点Dをとる。また，点Eを，四角形CBDEが平行四辺形になるようにとり，点Dと点E，点Cと点E，点Aと点Eをそれぞれ結ぶ。さらに，辺BCをBの方へ延長した直線上に，BF＝BDとなる点Fをとり，点Aと点F，点Dと点Fをそれぞれ結ぶとき，次の問いに答えなさい。　〈宮城〉

図１



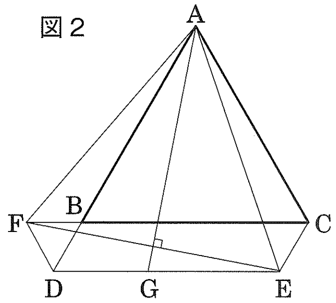
(1)　△ABF ≡△ACEであることを証明せよ。

(2)　AB＝8 cm，BD＝2 cmとする。図２は，図１において，点Fと点Eを結んだものである。また，点Aを通り，線分FEに垂直な直線をひき，線分DEとの交点をGとする。

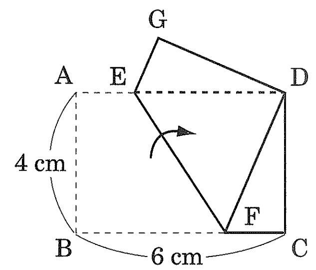
①　線分FEの長さを求めよ。

②　四角形AGECの面積を求めよ。

図２



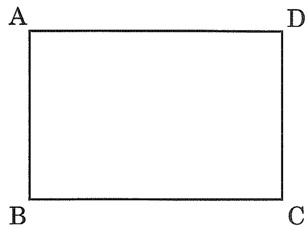
15　右の図のように，AB＝4 cm，BC＝6 cmの長方形ABCDがある。点Bを点Dに重なるように折り，点Aが移る点をG，折り目をEFとするとき，次の問いに答えなさい。　〈徳島〉



(1)　長方形ABCDの対角線BDの長さを求めよ。

(2)　折り目EFを，定規とコンパスの両方を使って右の図に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

　定規やコンパスを持っていない場合は，作図の方法を，文章で書け。



(3)　△FCD ≡△EGDを証明せよ。

(4)　点Gと点Fを結ぶ線分GFと，線分ED，対角線BDとの交点をそれぞれH，Iとするとき，△HIDの面積は，△EHGの面積の何倍か，求めよ。

演習 8 日常の事象を数学的にとらえた問題

例題

1 ある会社では，運送会社のＡ社とＢ社を利用して，いろいろな重さの商品を運んでいる。x kg の商品を１個運ぶときの料金を y 円とすると，$0 < x \leqq 20$ のとき，それぞれの運送会社との料金に関する契約は下のとおりである。

Ａ社との契約

x(kg)	y(円)
0より大きく6以下	400
6より大きく14以下	1000
14より大きく20以下	1600

Ｂ社との契約

商品を１回運ぶときの料金は，400円に，商品の重さに比例する金額を加えたものとする。加える金額は1 kgあたり80円である。
y は x の１次式で表される。

これについて，次の問いに答えなさい。〈岐阜〉

(1) 10 kg の商品を１個運ぶとき，Ａ社を利用する場合とＢ社を利用する場合の料金は，それぞれいくらになるか求めよ。

(2) Ａ社について，x と y の関係を表すグラフをかけ。($0 < x \leqq 20$)

(3) Ｂ社について，x と y の関係を式で表せ。($0 < x \leqq 20$)

(4) 20 kg 以下の商品を１個運ぶとき，

① Ａ社を利用する場合とＢ社を利用する場合の料金が等しくなるときの商品の重さは何 kg か。その重さをすべて書け。

② Ａ社を利用する場合とＢ社を利用する場合の料金の差は，最大でいくらになるか求めよ。

考え方

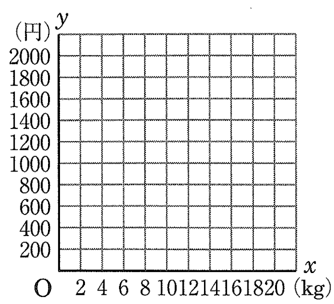
❶ (2) グラフは，x 軸に平行な線分が階段の形のように並ぶ。
グラフで，端の点をふくむ場合は●，ふくまない場合は○を使って表す。

❷ (4) Ａ社のグラフに，Ｂ社のグラフを重ねてかき，解答の目安にするとよい。

解き方

(1) Ａ社の場合…10 kg は「6より大きく14以下」の範囲で，□円
Ｂ社の場合…□+80×□=□(円)
…答

(2) $0 < x \leqq 6$ のとき，$y=$□
$6 < x \leqq 14$ のとき，$y=$□
$14 < x \leqq 20$ のとき，$y=$□
グラフは右の図のようになる。ただし，●はその点をふくみ，○はふくまないことを示す。



(3) $y=$□$x+$□ …答

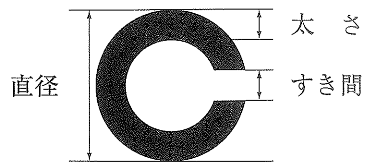
(4) (2)のグラフに(3)の式のグラフをかき加える。

① 2つのグラフの交点の x 座標を求めればよい。
$6 < x \leqq 14$ のとき，$80x+400=$□ $x=$□(小数)
$14 < x \leqq 20$ のとき，$80x+400=$□ $x=$□ 答 □kg，□kg

② y 座標の差の最大値を求める。グラフから，$x=6$ または $x=14$ のときと考えられる。
$x=6$ のとき Ａ社…$y=$□，Ｂ社…$y=$□×6+□=□
差は，□−□=□
$x=14$ のとき Ａ社…$y=$□，Ｂ社…$y=$□×14+□=□
差は，□−□=□ こちらの方が大きい。 答 □円

練　習　問　題

2 右の図は，視力を検査するときに使うもので，「ランドルト環」とよばれている。ランドルト環は，直径とすき間の大きさの比は5：1で，すき間の大きさと太さは同じである。



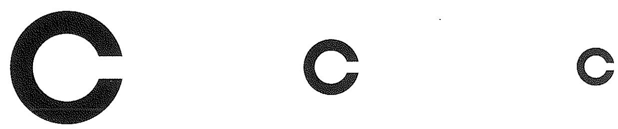
日本では，直径7.5 mm，すき間1.5 mm，太さ1.5 mmのランドルト環を，5 m離れたところから見たときにすき間が判別できれば1.0の視力があるとされている。

これについて，次の問いに答えなさい。　〈徳島・一部略〉

(1) 直径7.5 mm，すき間1.5 mm，太さ1.5 mmのランドルト環を，大きさは変えずにx m離れたところから見たときにすき間が判別できればyの視力があるとする。このとき，xとyには右のような比例の関係があることが知られている。$\boxed{\quad\quad}$にあてはまる数を書け。

x	…	4	5	6	…
y	…	0.8	1.0	$\boxed{\quad\quad}$	…

(2) 異なる大きさのランドルト環を用いた視力検査表を使って，5 m離れたところから距離は変えずに視力を検査するとき，ランドルト環の直径やすき間と視力との間には，右のような反比例の関係があることが知られている。



直　径　15 mm	直　径　7.5 mm	直　径(　ア　)mm
すき間　3 mm	すき間　1.5 mm	すき間(　イ　)mm
視　力　0.5	視　力　1.0	視　力　1.5

① （ ア ），（ イ ）に，それぞれあてはまる数を書け。

② ランドルト環の直径をx mm，視力をyとするとき，yをxの式で表せ。

3 久美さんは，あるレストランで使える右の2種類のサービス券A，Bを持っている。値引き前の代金をx円，値引き後の代金をy円として，次の問いに答えなさい。

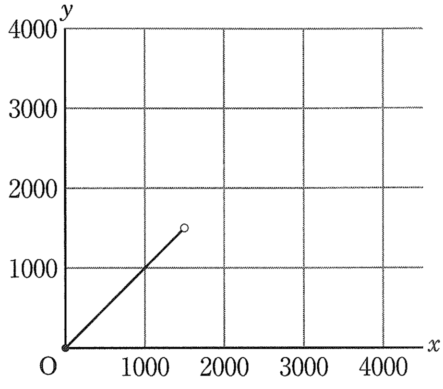
ただし，サービス券A，Bは同時に使えない。また，消費税は考えないものとする。　〈群馬〉

> サービス券A
> 1回の食事で，15%値引きします。

> サービス券B
> 1回の食事で，1500円ごとに300円値引きします。
> ※1500円未満の場合は値引きしません。
> ※(例) 値引き前の代金が3000円の場合は，600円値引きします。

(1) サービス券Aを使うとき，yをxの式で表せ。

(2) サービス券Bを使うとき，$1500 \leqq x < 3000$，$3000 \leqq x < 4500$の2つの範囲に分けて，yをxの式でそれぞれ表せ。また，$0 \leqq x < 4500$において，xとyの関係を表すグラフを完成させよ。



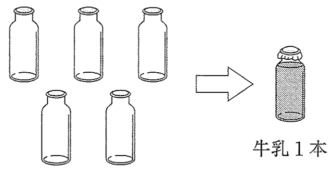
(3) 次の$\boxed{\ ①\ }$，$\boxed{\ ②\ }$に適する数値を，それぞれ求めよ。

$1500 \leqq x < 4500$のとき，A，Bどちらのサービス券を使っても値引き後の代金が等しくなるのは，値引き前の代金が$\boxed{\ ①\ }$円または$\boxed{\ ②\ }$円のときである。ただし，$\boxed{\ ①\ } < \boxed{\ ②\ }$とする。

4 ある店では，牛乳の空きビン何本かと，ビンに入った牛乳何本かとを無料で交換する企画をしている。ただし，飲み終わった後の空きビンは，どの空きビンも区別なくこの企画に利用できるものとする。

このとき，次の問いに答えなさい。〈岐阜〉

(1) 3月1日から31日までの1か月間は，空きビン5本と牛乳1本とを無料で交換する企画である。ひろしさんとよしこさんは，この店で牛乳を買うことにした。



空きビン5本　牛乳1本

① ひろしさんは牛乳を9本買った。この企画を利用すると，買った牛乳も含めて最大何本の牛乳を飲むことができるか求めよ。

② よしこさんは，3月1日から31日までの1か月間，この企画を利用して，牛乳を毎日1本ずつ飲むことにした。買う牛乳の本数を最も少なくするとき，1か月間に何本の牛乳を買えばよいかを，よしこさんは次のように考えて求めた。**ア**～**ウ**にあてはまる数を書け。

空きビンをためて5本になったら，次の日はこの店で牛乳1本と無料で交換する。買う牛乳を○，無料の牛乳を◎として，表をつくることにした。

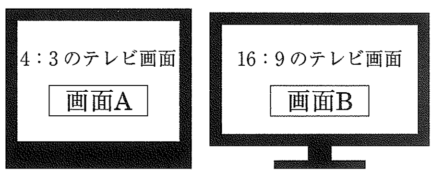
3月の日にち	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	…	31
○か◎	○	○	○	○	○	◎												…	

表を完成させると，3月6日の次に◎となるのは3月 ア 日，その次に◎となるのは3月 イ である。○と◎の繰り返しを利用して，3月1日から31日までの○の個数を求めると， ウ となるので，1か月間に買う牛乳の本数は， ウ 本である。

(2) 4月1日から翌年の3月31日までの1年間(365日)は，空きビン9本と牛乳2本とを無料で交換する企画である。よしこさんは，4月1日から1年間，この企画を利用して，牛乳を毎日1本ずつ飲むことにした。買う牛乳の本数を最も少なくするとき，よしこさんは1年間で何本の牛乳を買えばよいか求めよ。

5 平成23年7月にテレビのアナログ放送が終了し，デジタル放送に切り替わった。テレビ画面の横と縦の長さの比は，図1のアナログ放送で使われていたテレビでは4：3，図2のデジタル放送対応のテレビでは16：9となっている。この2種類のテレビ画面を画面A，画面Bとよぶことにする。テレビ画面のサイズは画面の対角線の長さで表され，「インチ」という単位を用いる。

図1　図2

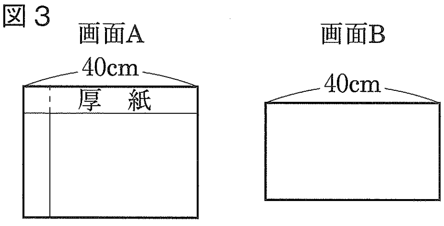


このとき，次の問いに答えなさい。ただし，テレビ画面は長方形であるものとし，1インチは2.5 cmとする。〈鹿児島・改〉

(1) 画面Aと画面Bの横の長さが等しく，画面Aの縦の長さが画面Bの縦より15 cm長いとき，画面Aのサイズは何インチか。

(2) 横の長さがともに40 cmの画面Aと画面Bがある。図3のように，画面Aの左端と上端を同じ幅の厚紙でかくし，見えている部分の画面の面積を画面Bの面積と等しくなるようにする。厚紙の幅を何cmにすればよいか。ただし，厚紙の幅を a cmとして，その方程式と計算の過程も書くこと。なお，厚紙は画面Aからはみ出さないものとする。

図3



完成問題

6　ある中学校の３年生が，リサイクル活動で，トイレットペーパーとの交換を目的に，古紙を集めた。これについて，次の問いに答えなさい。〈静岡〉

(1)　表１は，３年１組の生徒35人と３年全体の生徒138人が集めた古紙の度数分布表である。

古紙を10 kg以上集めた階級の相対度数を，３年１組と３年全体のそれぞれについて求めよ。なお，相対度数は四捨五入して小数第２位まで求めよ。

さらに，求めた相対度数を比べたときの結果として適切なものを，次の**ア**～**ウ**の中から１つ選び，記号で答えよ。

表１

階級(kg)	度数(人) 3年1組	3年全体
以上　未満		
0 ～ 5	20	85
5 ～ 10	10	30
10 ～ 15	5	23
計	35	138

ア　３年１組の方が大きい。　**イ**　３年全体の方が大きい。　**ウ**　どちらも同じである。

(2)　この活動で集めた古紙は，新聞紙，段ボール，雑誌の３種類であった。集めた古紙は全部で820 kgであり，そのうち180 kgが段ボールであった。古紙は種類ごとにトイレットペーパー1個と交換できる重さが決まっており，表２はその重さを示したものである。集めた新聞紙，段ボール，雑誌のそれぞれは，あまることなくトイレットペーパーと交換することができ，集めた古紙全部でトイレットペーパー70個と交換することができたという。

このとき，この活動で集めた新聞紙と雑誌はそれぞれ何kgであったか。方程式をつくり，計算の過程を書き，答えを求めよ。

表２

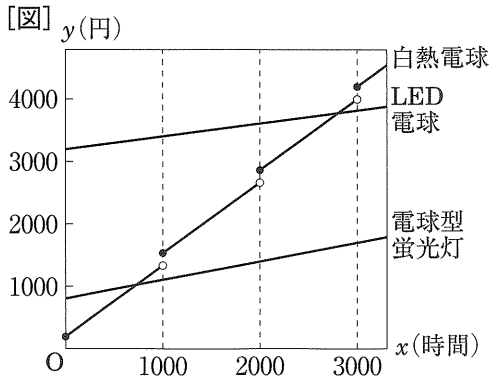
トイレットペーパー1個と交換できる重さ	
新聞紙	10 kg
段ボール	12 kg
雑誌	15 kg

7　えりさんは，新しく照明器具を購入するため，同じ明るさの照明器具３種類について調べ，下のように［表］にまとめた。また，照明器具の値段と電気代を合計した総費用を比べるため，それぞれの照明器具をx時間使用したときの総費用をy円として，xとyの関係を下の［図］のようにグラフに表した。

ただし，［表］の１か月の電気代は，１か月を30日とし１日に10時間使用したとして，300時間使用した場合の金額である。これについて，次の問いに答えなさい。〈大分〉

［表］　同じ明るさの照明器具の比較

照明器具	1個の値段	1か月の電気代	1個の寿命
白熱電球	150円	360円	1000時間
電球型蛍光灯	800円	90円	10000時間
LED電球	3240円	60円	40000時間

［図］


(1)　電球型蛍光灯を1000時間使用したときの総費用を求めよ。

(2)　LED電球と白熱電球を同じ時間使用したとき，LED電球の総費用が白熱電球の総費用より安くなるのは，使用し始めてから何時間より多く使用した場合か，求めよ。

ただし，白熱電球は1000時間ごとに新しい電球と取り替えるものとする。

解答と解説　〈M・Jプログレス　数学〉

演習1　1次関数のグラフと図形

2ページ

1 (1) 2　　(2) 6

(3) $y=\frac{5}{4}x+10$

解説

(1) $y=ax$ に $x=4$, $y=8$ を代入すると
$8=a\times4$　よって, $a=2$

(2) BC∥OA であるから,
BD：DA＝CD：DO＝2：3
点Aの x 座標を t とすると, $4:t=2:3$
よって, $t=6$

(3) BC∥OA であるから,
△ABC＝△OBC
$20=\frac{1}{2}\times \mathrm{OC}\times4$　よって, OC＝10
すなわち, C(0, 10)
2点B(−4, 5), C(0, 10)を通る直線BCは,
傾きが $\frac{10-5}{0-(-4)}=\frac{5}{4}$, 切片が10
であるから, 求める式は $y=\frac{5}{4}x+10$

3ページ

2 $\mathrm{P}\left(\frac{24}{7},\ \frac{32}{7}\right)$

解説

点Bと点Cを結ぶ。
△BPQ＝△COQのとき, △BCP＝△BCOであり, BC∥POとなる。
B(0, 8), C(−6, 0)より, 直線BCの傾きは
$\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ であるから, 直線POの式は $y=\frac{4}{3}x$
この式を②とすると, 点Pは①と②のグラフの交点であるから, ①と②から y を消去すると
$-x+8=\frac{4}{3}x$　これを解くと, $x=\frac{24}{7}$
これを②に代入すると, $y=\frac{4}{3}\times\frac{24}{7}=\frac{32}{7}$

3 (1) $y=7x-4$　　(2) BP：PC＝2：1
(3) P(9, 3)

解説

(1) 点Pの y 座標は, $y=-2+12=10$
直線 m は2点A(0, −4), P(2, 10)を通るから,
傾きは, $\frac{10-(-4)}{2-0}=7$　切片は−4
よって, 求める m の式は, $y=7x-4$

(2) 線分APの中点は x 軸上にあり, y 座標は0であるから, A(0, −4)より, Pの y 座標は4
したがって, 3点B, P, Cの y 座標により,
BP：PC＝(12−4)：(4−0)＝8：4＝2：1

(3) $\triangle \mathrm{CBA}=\frac{1}{2}\times\{12-(-4)\}\times12=96(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle\mathrm{CBA}:\triangle\mathrm{CPQ}=96:6=16:1=4^2:1^2$
△CBA∽△CPQで, 面積比は $4^2:1^2$ であるから, 相似比は4：1　BC：PC＝4：1
よって, Pの y 座標は, $\frac{1}{4}\mathrm{OB}=\frac{1}{4}\times12=3$
x 座標は, $3=-x+12$ より, $x=9$

4 (1) A(8, 2)

(2) ① $t=\frac{24}{7}$　　② $t=\frac{8}{5}$, $\frac{8}{3}$

解説

(1) ℓ, m の式を連立方程式として解く。
y を消去すると, $-\frac{1}{2}x+6=\frac{1}{4}x$　$x=8$
$y=\frac{1}{4}\times8=2$　よって, A(8, 2)

(2) $\mathrm{Q}\left(t,\ -\frac{t}{2}+6\right)$, $\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{4}t\right)$ より,
$\mathrm{PQ}=-\frac{t}{2}+6-\frac{1}{4}t=-\frac{3}{4}t+6$

① SP＝t であり, SP＝PQであるから,
$t=-\frac{3}{4}t+6$　$t=\frac{24}{7}$

② $\triangle\mathrm{AQP}=\frac{1}{2}\times\mathrm{PQ}\times(8-t)$　…(ア)
QR, SPと y 軸の交点をそれぞれT, Uとすると, 長方形PQTU＝PQ×t　…(イ)
また, SU＝SP−UP＝PQ−UP
$=-\frac{3}{4}t+6-t=-\frac{7}{4}t+6$ より,
長方形SUTR＝$\mathrm{PQ}\times\left(-\frac{7}{4}t+6\right)$　…(ウ)
(ア)＝(イ)のとき, $\frac{1}{2}(8-t)=t$　$t=\frac{8}{3}$
(ア)＝(ウ)のとき, $\frac{1}{2}(8-t)=-\frac{7}{4}t+6$　$t=\frac{8}{5}$