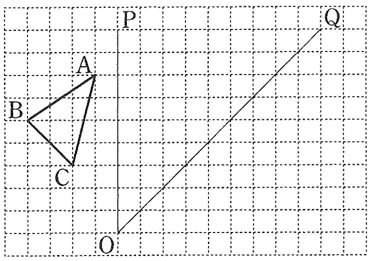
4　平面図形，空間図形

基本問題

1　［**図形の移動**］　右の図の△ABC について，次の問いに答えなさい。



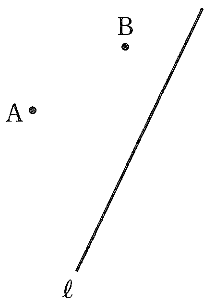
(1)　△ABC を直線 OP について対称移動させてできる△DEF をかけ。

(2)　△DEF を直線 OQ について対称移動させてできる△GHI をかけ。

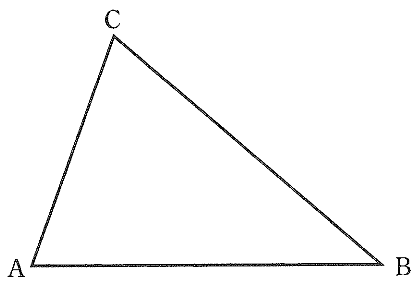
(3)　△ ABC を 1 回の移動で△GHI に重ねるには，どのように移動すればよいか。

2　［**基本の作図**］　次の作図をしなさい。

(1)　直線 ℓ 上に中心があり，2点 A，B を通る円

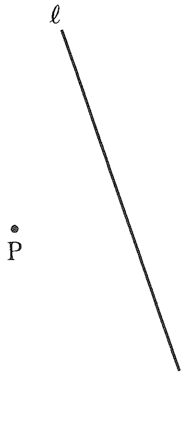


(2)　△ABC の辺 BC 上にあり，2辺 AB，AC から等しい距離にある点 P

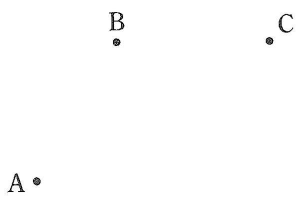


3　［**作図の利用**］　次の作図をしなさい。

(1)　点 P と直線 ℓ について対称な点 Q



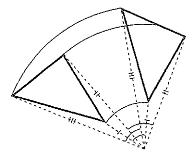
(2)　3点 A，B，C を通る円 O



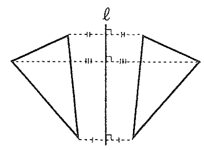
要点チェック

1　**図形の移動**

●回転移動

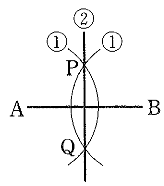


●対称移動

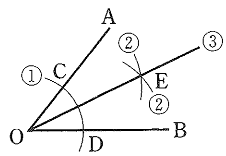


2　**基本の作図**

●垂直二等分線

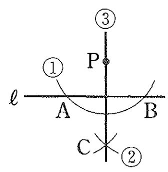


●角の二等分線



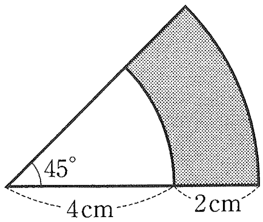
3　基本の作図を組み合わせる。

●直線 ℓ 外の P を通る垂線

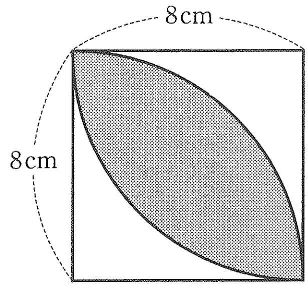


4 ［**おうぎ形**］ 次の図で影をつけた部分の周の長さと面積を求めなさい。

(1)



(2)



4 おうぎ形の半径をr，弧の長さをℓ，面積をS，中心角をa°とするとき

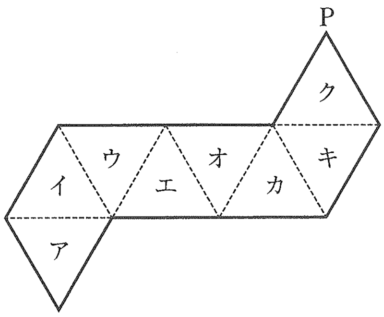
$$\ell = 2\pi r \times \frac{a}{360}$$

$$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

また

$$S = \frac{1}{2}\ell r$$

5 ［**正多面体，展開図**］ 右の図は，ある立体の展開図である。この展開図を組み立てるとき，次の問いに答えなさい。



(1) この立体の名称を答えよ。

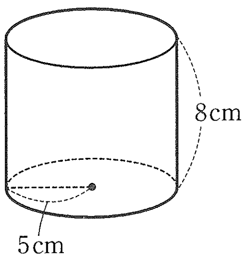
(2) Pに集まる面をすべて答えよ。

(3) 頂点の数を求めよ。

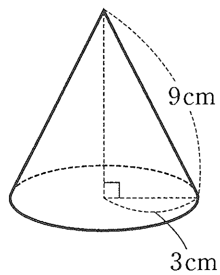
5 正多面体は，正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体の５種類がある。

6 ［**円柱・円錐の表面積**］ 次の立体の表面積を求めなさい。

(1)



(2)



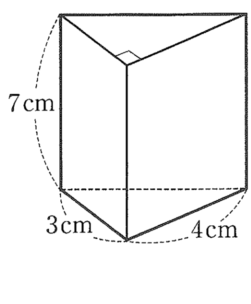
6 側面積を求めるときには，まず，底面の周の長さを求める。

(1) 側面の展開図は長方形で，横の長さは底面の周の長さに等しい。

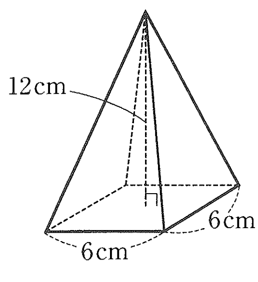
(2) 側面の展開図はおうぎ形で，弧の長さは底面の周の長さに等しい。

7 ［**立体の体積**］ 次の立体の体積を求めなさい。

(1)



(2)



7 体積をV，底面積をS，高さをhとする。

● 柱体の体積

$$V = Sh$$

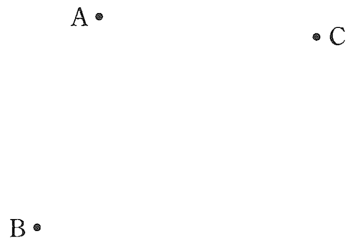
● 錐体の体積

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

練　習　問　題

8　次の作図をしなさい。

(1)　2点A，Bからの距離が等しい点の中で，点Cからの距離がもっとも短くなる点P　〈山梨〉



(2)　$\angle BAC=45°$，$\angle BCA=75°$である△ABC　〈三重〉

9　図1のように，点Oを中心とする円があり，円の内部に点Pがある。円Oを，Pを通る直線を折り目として，折り返した弧が点Oを通るように折ると，図2または図3のようになる。図2，図3における折り目の直線をそれぞれℓ，mとするとき，ℓ，mのどちらか一方を，定規とコンパスを使って作図しなさい。　〈熊本〉

図1

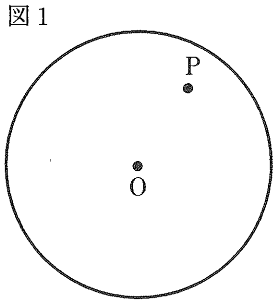


図2

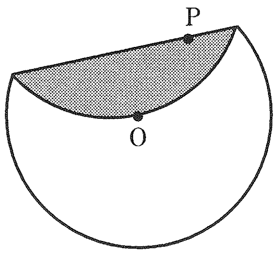
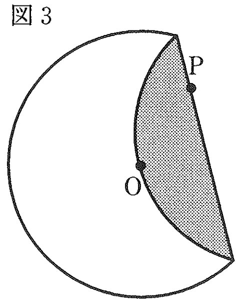
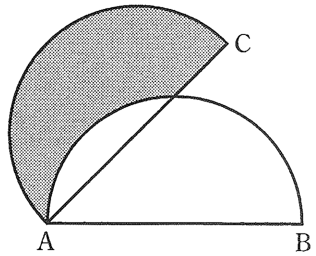


図3

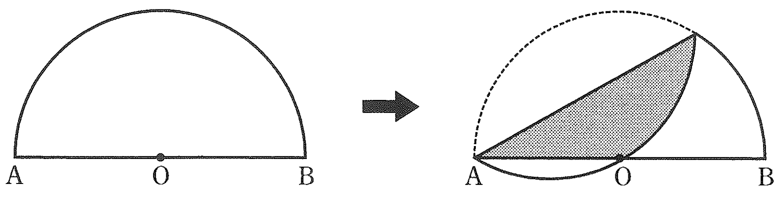


10　次の問いに答えなさい。

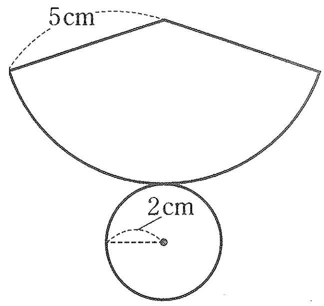
(1)　右の図のように，AB，ACを直径とする2つの半円があり，AB＝AC＝4cm，$\angle BAC=45°$である。このとき，影をつけた部分の面積を求めよ。　〈三重〉



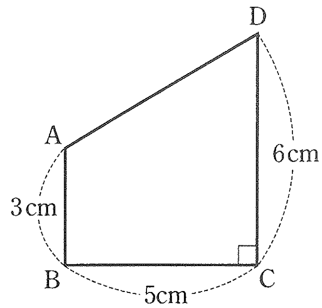
(2)　中心をOとする半円の紙がある。右の図のように，点Aを通る弦を折り目として，この半円の弧の部分が中心Oを通るように折り重ねた。直径ABが12cmのとき，折り重ねてできた影をつけた図形の面積を求めよ。　〈埼玉〉



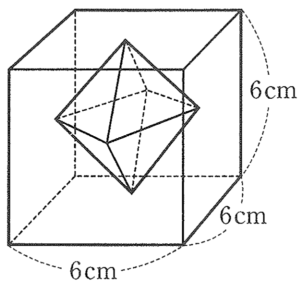
11 右の図は，底面の半径が2cm，母線の長さが5cmの円錐の展開図である。おうぎ形の中心角を求めなさい。 〈熊本〉



12 右の図のように，AB//DC，∠BCD＝90°，AB＝3cm，BC＝5cm，DC＝6cmである台形ABCDがある。この台形ABCDを，辺DCを軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。 〈千葉〉

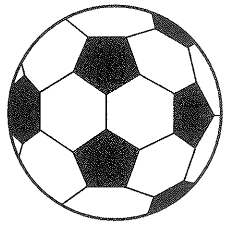


13 右の図のように，１辺の長さが6cmの立方体がある。この立方体の各面の対角線の交点を頂点としてつくられる正八面体の体積を求めなさい。 〈岩手〉



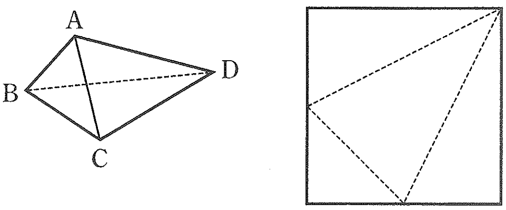
発展問題

14 右の図のサッカーボールは，32個の面からなる多面体を球状にふくらませたものである。その多面体は，12個の正五角形の面と20個の正六角形の面からなり，どの頂点にも１個の正五角形の面と，２個の正六角形の面が集まっている。この多面体の辺は何本か求めなさい。 〈奈良〉



15 図１のような三角錐ABCDがあり，４つの面の中で，△BCDの面積が最も大きく，△ABCの面積が最も小さい。この三角錐の展開図をつくったところ，図２のような正方形になった。このとき，次の問いに答えなさい。 〈秋田〉

図１　図２



(1) 辺ABと垂直に交わる辺が２つある。その辺を書け。

(2) AD＝$a$cm，この三角錐の体積をVcm^{3}とするとき，Vをaの式で表せ。

7　資料の整理，確率

基本問題

1　［**資料の整理**］　右の表は，あるクラスの女子20人の身長を測定して，その結果をまとめた度数分布表である。これについて，次の問いに答えなさい。

階級(cm)	度数(人)
以上　未満 140～145	4
145～150	6
150～155	7
155～160	2
160～165	1
計	20

(1)　140 cm 以上 145 cm 未満の階級の相対度数を求めよ。

(2)　平均値を求めよ。

(3)　最頻値を求めよ。

2　［**場合の数**］　A，B，C，D の 4 人がいる。次の問いに答えなさい。

(1)　4 人が 1 列に並ぶとき，その並び方は何通りか。

(2)　4 人が 1 列に並ぶとき，A と B がとなり合う並び方は何通りか。

(3)　4 人から 2 人を選ぶとき，その選び方は何通りか。

(4)　4 人から A をふくんで 3 人を選ぶとき，その選び方は何通りか。

3　［**確率の求め方**］　次の確率を求めなさい。

(1)　1 から 9 までの数字が書いてある 9 枚のカードから 1 枚を取り出すとき，3 の倍数のカードとなる確率

(2)　ジョーカーを除いた 52 枚のトランプから 1 枚をひくとき，エースをひく確率

(3)　赤玉 4 個，白玉 2 個，青玉 1 個が入った袋がある。この袋から 1 個取り出すとき，白玉または青玉の出る確率

要点チェック

1　資料の整理

- 相対度数

$$= \frac{\text{各階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

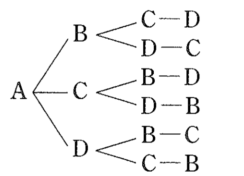
- 平均値

$$= \frac{(\text{階級値} \times \text{度数})\text{の合計}}{\text{度数の合計}}$$

- 中央値
資料の値を大きさの順に並べたとき，中央にくる値を中央値という。
- 最頻値
資料の中で最も多く現れる値を最頻値という。

2　樹形図や，{A, B} の形で全部または一部を書く。

(1)



(2)　まず A，B を 1 人として 3 人の並び方を考える。

(3)　{A, B}，{A, C}，{A, D}
{B, C}，{B, D}，{C, D}

(4)　A 以外の 3 人から 2 人を選ぶ。

3　起こりうるすべての場合が n 通り，A の起こる場合が a 通りであるとき，A の起こる確率 p は

$$p = \frac{a}{n}$$

- A が必ず起こるとき
$p = 1$
- A がけっして起こらないとき　$p = 0$

4 ［**さいころと確率**］ A，B 2つのさいころを投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1) 出る目の数の和が7になる確率

(2) 出る目の数の差が2になる確率

(3) 出る目の数の積が12になる確率

4 2つのさいころを投げるときは表を書いてみるとわかりやすい。

(1)

A＼B	1	2	3	4	5	6
1						○
2					○	
3				○		
4			○			
5		○				
6	○					

5 ［**硬貨と確率**］ A，B，Cの3枚の硬貨を投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1) 3枚とも表になる確率

(2) 1枚が表，2枚が裏になる確率

(3) 2枚以上が表になる確率

(4) A，Bがともに表になる確率

5 硬貨1枚について，表と裏の2通りの出方がある。
表裏の出方は
2枚… $2^2=4$(通り)
3枚… $2^3=8$(通り)
4枚… $2^4=16$(通り)

6 ［**カードと確率**］ $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$の5枚のカードがある。次の問いに答えなさい。

(1) 1枚ずつ続けて2回ひき，1枚目を十の位，2枚目を一の位とする数をつくるとき，その数が奇数になる確率を求めよ。

(2) 同時に2枚取り出すとき，カードの数字の積が奇数になる確率を求めよ。

6 (1)の場合は，並べ方で，1 2と2 1は異なるものとして考える。
(2)の場合は，選び方で，{1，2}と{2，1}は同じものとして考える。

7 ［**玉と確率**］ 赤玉2個，白玉2個，青玉1個が入った袋がある。次の問いに答えなさい。

(1) 同時に2個取り出すとき，赤玉が出ない確率を求めよ。

(2) 1個取り出して色を調べ，それを袋にもどしてから，また玉を1個取り出すとき，同じ色の玉が出る確率を求めよ。

7 同じ色の玉でも区別して考える。
赤玉を①，②，白玉を③，④，青玉を⑤とする。
(1) すべての場合を
{①，②}のように表してみる。
(2) すべての場合の数は
$5^2=25$(通り)

練習問題

8 右の表は，ある中学校のサッカー部の男子25人の体重を測定して，その結果をまとめたものである。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) 表の㋐，㋑，㋒，㋓にあてはまる数を求めよ。

(2) 平均値を求めよ。

(3) この表を作ったあと，新たに1人の男子が入部した。この1人を含めた26人の平均値は，52.5 kgとなった。新たに入部した人はどの階級に属するか。

階級(kg)	階級値(kg)	度数(人)	階級値×度数
以上 未満 40〜45	42.5	2	85.0
45〜50	47.5	㋐	285.0
50〜55	52.5	9	472.5
55〜60	57.5	㋑	㋒
60〜65	62.5	3	187.5
計		25	㋓

9 $\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の4枚のカードがある。次の問いに答えなさい。〈兵庫〉

(1) この4枚のカードから2枚のカードを取り出して並べるとき，つくることのできる2けたの整数は，全部で何通りあるか。

(2) この4枚のカードから3枚のカードを取り出して並べるとき，つくることのできる3けたの整数のうち，奇数は全部で何通りあるか。

10 次の問いに答えなさい。

(1) 10円，20円，30円，40円の切手がそれぞれ1枚ずつある。この4枚の切手の中から2枚取り出してその合計金額を調べるとき，合計金額が異なる表し方は全部で何通りあるか。〈新潟〉

(2) 上皿てんびんが1台と分銅(ふんどう)が6個ある。分銅は，1gのものが2個，2gのものが2個，5gのものが1個，10gのものが1個である。この上皿てんびんの一方の皿に物体Aをのせ，もう一方の皿に3個の分銅をのせたとき，ちょうどつりあった。物体Aの重さは何gか。考えられる重さをすべて答えよ。ただし，物体Aは，5gより重く13gより軽いものとする。〈千葉〉

11 1枚の硬貨を3回投げ，表が出たら，1回目は1点，2回目は2点，3回目は3点を与える。いずれの回も，裏が出たときは0点とする。このとき，点数の合計が3点以上となる確率を求めなさい。〈青森〉

12　Aの箱には，1，2，3，4，5，6の数字を1つずつ書いた6枚のカードが入っている。Bの箱には，1，2，3，4の数字を1つずつ書いた4枚のカードが入っている。A，Bそれぞれの箱からカードを1枚ずつ取り出すとき，Aの箱から取り出したカードの数字がBの箱から取り出したカードの数字より大きくなる確率を求めなさい。　〈福井〉

13　次の問いに答えなさい。

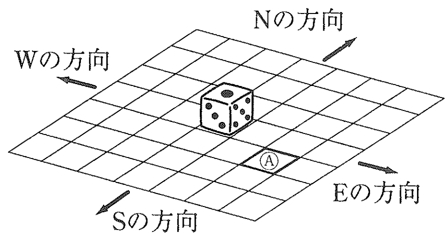
(1)　赤玉と白玉の2種類の玉を袋に入れ，玉を1個取り出すとき，赤玉の出る確率を$\frac{1}{5}$としたい。この袋に白玉を120個入れるとき，赤玉は何個入れればよいか。その赤玉の個数を求めよ。　〈埼玉〉

(2)　袋の中に玉がa個入っている。その中の4個は白玉で，残りは赤玉である。この袋の中から玉を1個取り出すとき，赤玉の出る確率は$\frac{3}{5}$である。aの値を求めよ。　〈北海道〉

発展問題

14　2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の積が出る目の数の和の2倍より大きくなる確率を求めなさい。　〈愛知〉

15　右の図のように，さいころを方眼紙の中央に置き，NSEWの4枚のカードを使って，下の操作1，2を繰り返しながら，さいころを移動させた。次の問いに答えなさい。ただし，さいころの向かい合う面の目の数の和は7とする。　〈滋賀〉



【操作】

1	4枚のカードをよくきって，その中から1枚を取り出す。
2	取り出したカードが示す方向にさいころを倒して隣のマス目に移す。

(1)　操作1，2を2回繰り返したとき，さいころが，もとの中央の位置へもどる確率を求めよ。

(2)　操作1，2を3回繰り返したとき，さいころがⒶのマス目に移動したとする。このとき，さいころの上の目の数は何になるか。考えられる目の数をすべて書け。

解　答　〈S数学３A〉

1　数と式の計算

p.2～3　●基本問題

1 (1) -4　(2) -15　(3) -3
(4) 81　(5) -1　(6) 45

2 (1) $4x+2y$　(2) $5a-4b$
(3) $2a-b$　(4) $15x-8y$
(5) $-3a-2b+9$　(6) $4x^2+2x-1$

3 (1) $11x+8$　(2) $8x-7y$
(3) $-9a-6b$　(4) a
(5) $4x$　(6) $\dfrac{3a-7b}{4}$
(7) $\dfrac{x-3y}{2}$　(8) $\dfrac{4a+11b}{6}$

4 (1) $21xy$　(2) $-24x^5$　(3) $-7y$
(4) $-3ab$　(5) $24a^2$　(6) $-\dfrac{2}{5}x$
(7) $-18x^4$　(8) $2b$

5 (1) 3　(2) 15　(3) -4

6 (1) $y=-2x+3$　(2) $b=\dfrac{m-a}{2}$
(3) $r=\dfrac{S}{A}-1$　(4) $a=\dfrac{5x-b}{3}$

解説

1 (6) 与式$=9-4\times(-9)=9+36=45$

3 (5) 分配法則によりかっこをはずす。
(6) 与式$=\dfrac{2(a-3b)+a-b}{4}$

4 (8) 与式$=\dfrac{2}{3}ab^2\times\left(-\dfrac{6}{a}\right)\times\left(-\dfrac{1}{2b}\right)$

p.4～5　●練習問題

7 (1) 5　(2) -5　(3) 3　(4) 4

8 (1) 13　(2) $\dfrac{5}{12}x-\dfrac{7}{12}$
(3) $\dfrac{a}{6}$　(4) $-27x^4y^2$

9 (1) $b=\dfrac{a}{50}$　(2) $0.8ab$ 円
(3) $3b^2$　(4) $a=\dfrac{S}{3}-7$

10 (1) $a-b$　(2) -4

11 Aの十の位の数をx，一の位の数をyとすると，$A=10x+y$と表される。
$B=10y+x$だから，
$A+B=(10x+y)+(10y+x)$
$=11x+11y=11(x+y)$
$x+y$は整数だから，$11(x+y)$は11の倍数である。よって，$A+B$は11の倍数である。

12 (1) 24個　(2) $3n+9$(個)

13 9月のごみの量を$x$kgとすると，
10月のごみの量は，
$x\times(1-0.2)=0.8x$(kg)
11月のごみの量は，
$0.8x\times(1-0.2)=0.64x$(kg)
これは9月のごみの量$x$kgの64％である。
よって，「11月のごみの量は，9月のごみの量より40％減少した。」という考えは正しくない。

解説

9 (1) 毎時3km＝毎分50m
(2) 2割引きで，$(1-0.2)a=0.8a$(円)
(3) $a=3b$から，$a^2=(3b)^2=3\times3b^2$
(4) $S=3(a+7)$をaについて解く。

10 (1) $ab<0$，$\dfrac{a}{b}<0$，$a-b>0$
$a+b<a-b$
(2) 3つの数の和は0である。
d＝4より，c＝-4

12 (1) 黒い碁石と白い碁石の個数は，それぞれ，
1番目のとき，黒……3個，白……12個，
2番目のとき，黒……6個，白……15個，
3番目のとき，黒……9個，白……18個
白い碁石は，どの場合でも，黒い碁石より9個多いので，求める白い碁石の個数は，
$15+9=24$(個)
(2) 白い碁石は，
1番目のとき，3×4(個)，
2番目のとき，3×5(個)，
3番目のとき，3×6(個)だから，n番目のときは，$3\times(n+3)=3n+9$(個)